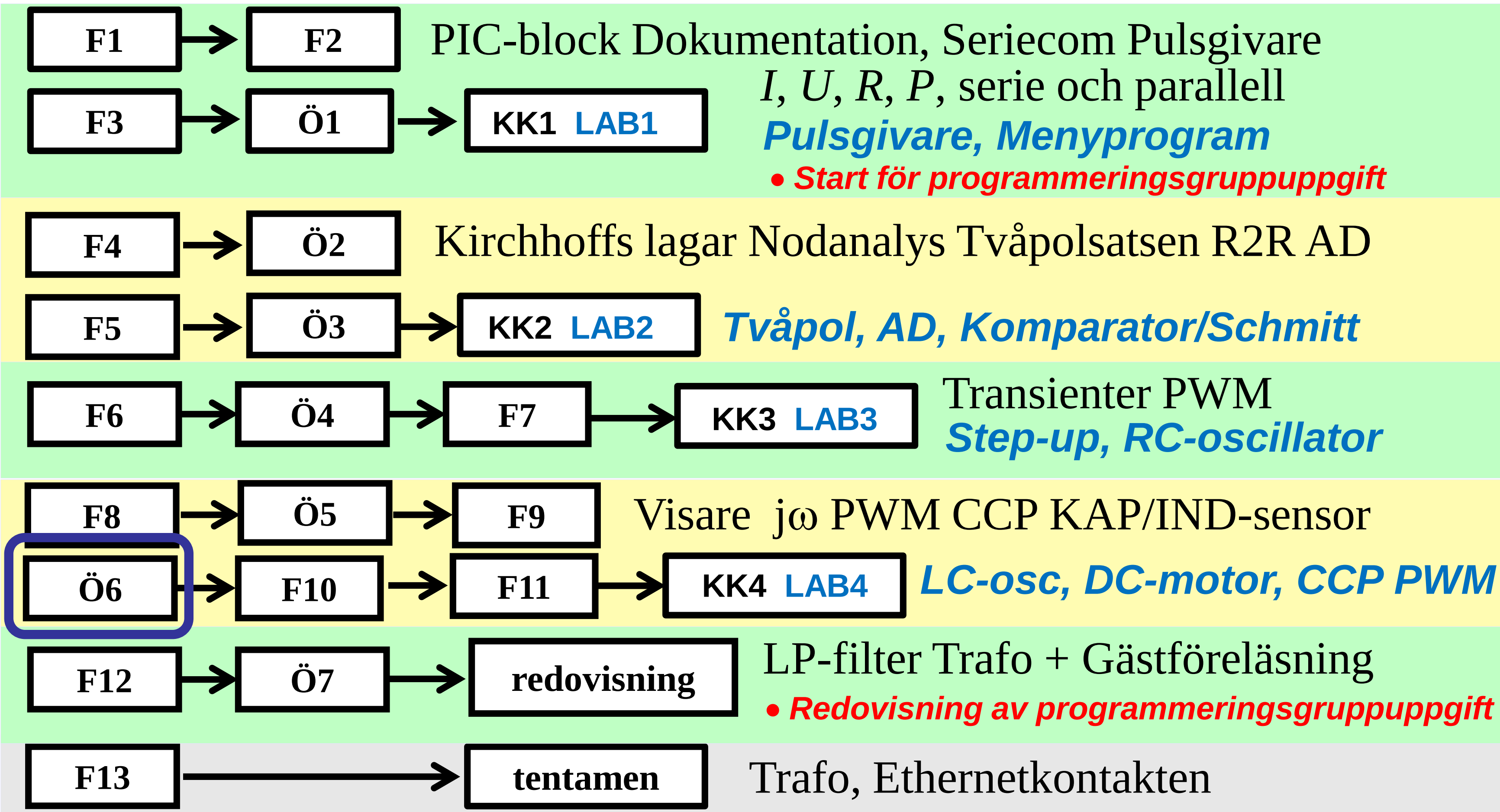
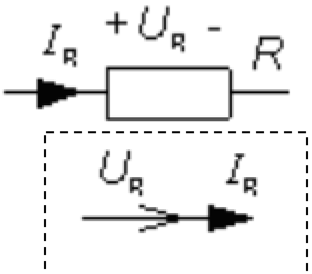
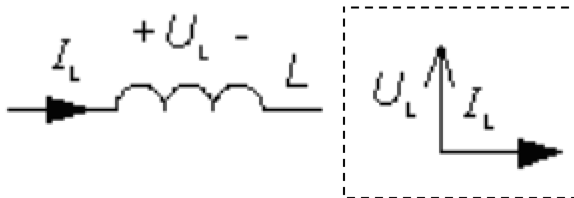
IE1206 Inbyggd Elektronik

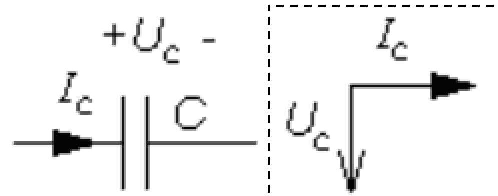


William Sandqvist william@kth.se

Phasor - vektor







$$\omega = 2\pi\, f$$

$$\left|X_L\right| = \omega \cdot L$$

$$\left|X_C\right| = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$\boxed{Z = \frac{U}{I}}$$

Komplexa visare, jω-metoden

- Komplexa visare. OHM’s lag för *R* *L* och *C*.

$$\underline{U}_{\mathrm{R}} = \underline{I}_{\mathrm{R}} \cdot R$$

$$\underline{U}_{\mathrm{L}} = \underline{I}_{\mathrm{L}} \cdot \mathrm{j} X_{\mathrm{L}} = \underline{I}_{\mathrm{L}} \cdot \mathrm{j}\omega L \qquad \omega = 2\pi \cdot f$$

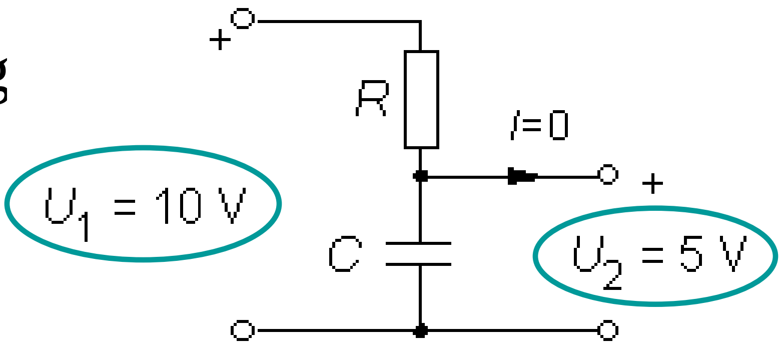
$$\underline{U}_{\mathrm{C}} = \underline{I}_{\mathrm{C}} \cdot \mathrm{j} X_{\mathrm{C}} = \underline{I}_{\mathrm{C}} \cdot \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}$$

- Komplexa visare. OHM’s lag för *Z*.

$$\boxed{\underline{U} = \underline{I} \cdot \underline{Z}} \qquad Z = \frac{U}{I} \qquad \varphi = \arg(\underline{Z}) = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}[\underline{Z}]}{\mathrm{Re}[\underline{Z}]}\right)$$

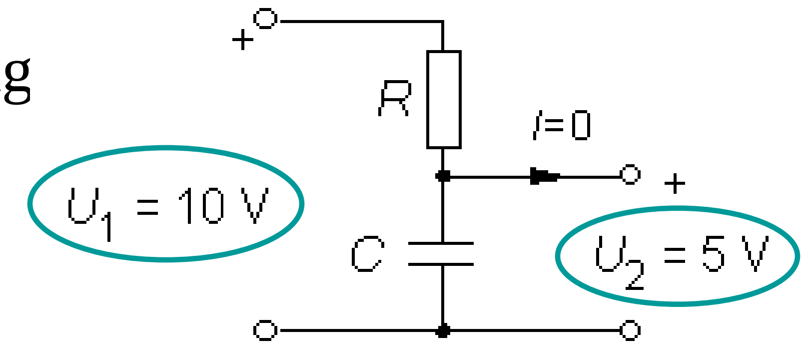
ω för halva spänningen (12.3)

U_1 är en sinusformad växelspänning med vinkelfrekvensen ω. Bestäm produkten $R \cdot C$. (Ingen ström tas ut vid U_2).



ω för halva spänningen (12.3)

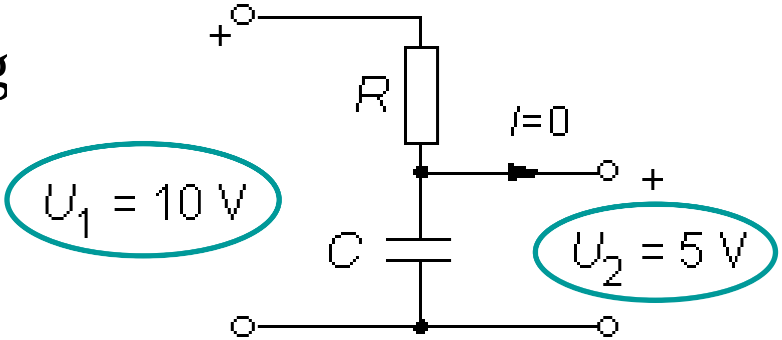
U_1 är en sinusformad växelspänning med vinkelfrekvensen ω. Bestäm produkten $R·C$. (Ingen ström tas ut vid U_2).



$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot \frac{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}$$

ω för halva spänningen (12.3)

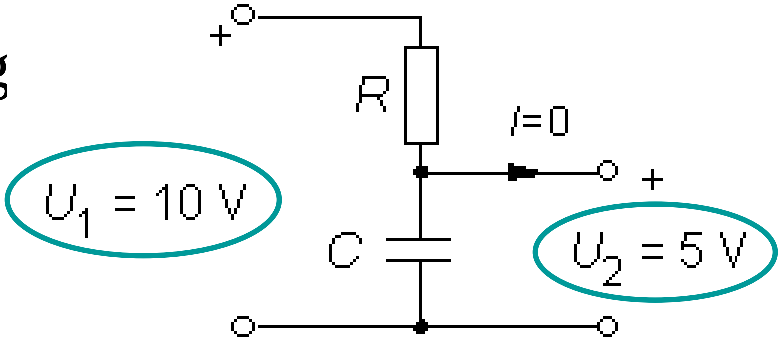
U_1 är en sinusformad växelspänning med vinkelfrekvensen ω. Bestäm produkten $R{\cdot}C$. (Ingen ström tas ut vid U_2).



$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot \frac{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} \cdot \frac{(\mathrm{j}\omega C)}{(\mathrm{j}\omega C)} =$$

ω för halva spänningen (12.3)

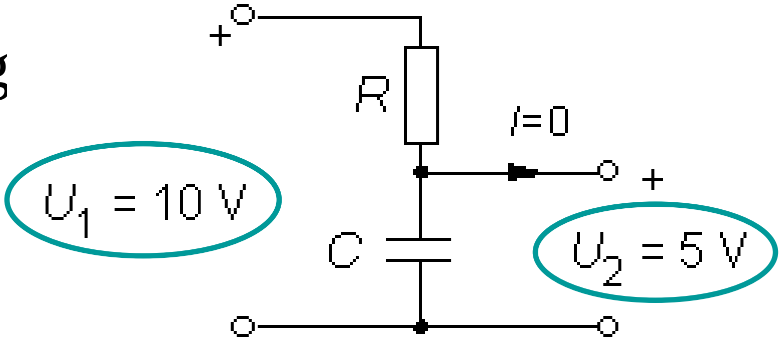
U_1 är en sinusformad växelspänning med vinkelfrekvensen ω. Bestäm produkten $R \cdot C$. (Ingen ström tas ut vid U_2).



$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{(j\omega C)}{(j\omega C)} = \underline{U}_1 \cdot \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

ω för halva spänningen (12.3)

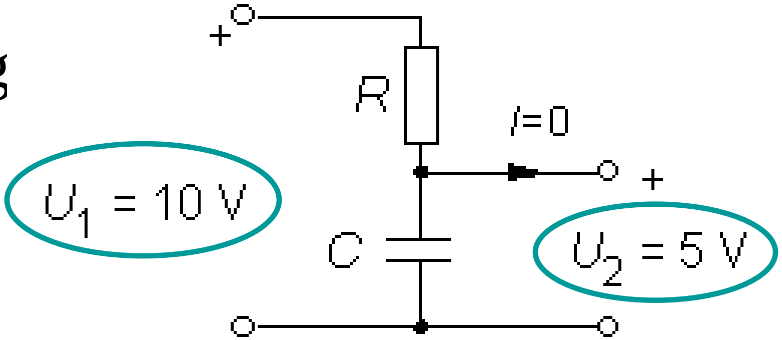
U_1 är en sinusformad växelspänning med vinkelfrekvensen ω. Bestäm produkten $R \cdot C$. (Ingen ström tas ut vid U_2).



$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{(j\omega C)}{(j\omega C)} = \underline{U}_1 \cdot \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad \Rightarrow \quad \frac{U_1}{U_2} = \sqrt{1 + R^2\omega^2 C^2} = \frac{10}{5} = 2$$

ω för halva spänningen (12.3)

U_1 är en sinusformad växelspänning med vinkelfrekvensen ω. Bestäm produkten $R \cdot C$. (Ingen ström tas ut vid U_2).

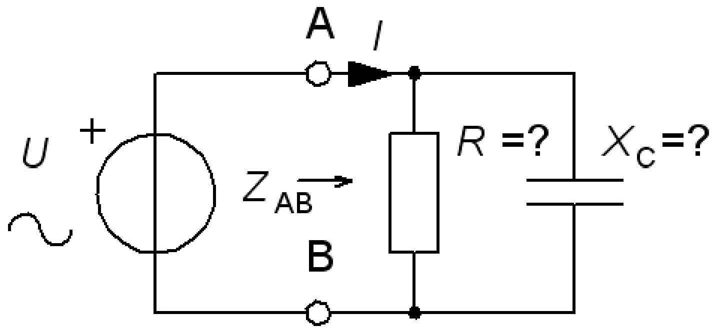


$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{(j\omega C)}{(j\omega C)} = \underline{U}_1 \cdot \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad \Rightarrow \quad \frac{U_1}{U_2} = \sqrt{1 + R^2\omega^2C^2} = \frac{10}{5} = 2$$

$$1 + R^2\omega^2C^2 = 4 \quad \Leftrightarrow \quad R\omega C = \sqrt{3} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{RC = \frac{\sqrt{3}}{\omega}}$$

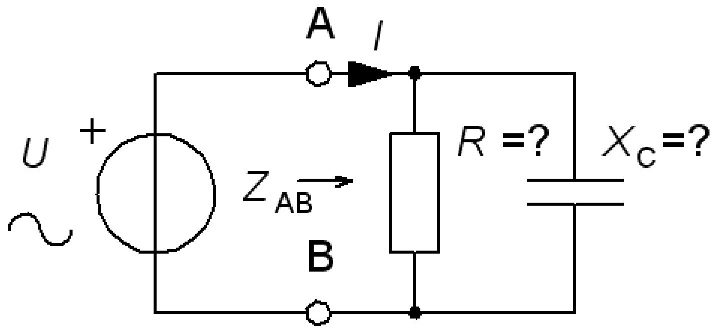
Räkna själv ... (12.1)

Ställ upp det komplexa uttrycket för strömmen *I* uttryckt i *U R C* ω. Låt *U* vara riktfas, dvs. reell. Svara med ett uttryck på formen *a*+j*b*.



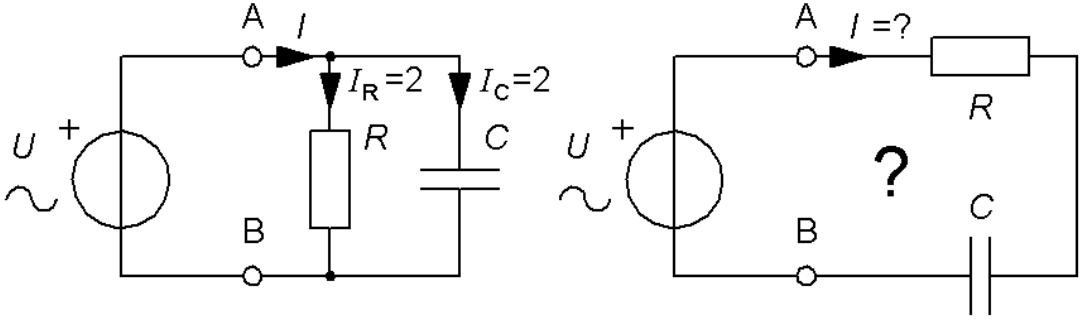
Räkna själv ... (12.1)

Ställ upp det komplexa uttrycket för strömmen *I* uttryckt i *U R C* ω. Låt *U* vara riktfas, dvs. reell. Svara med ett uttryck på formen *a*+j*b*.



$$\underline{I} = \underline{I}_{\mathrm{R}} + \underline{I}_{\mathrm{C}} = \frac{U}{R} + \frac{U}{\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}} = \frac{U}{R} + \mathrm{j}\omega C \cdot U$$

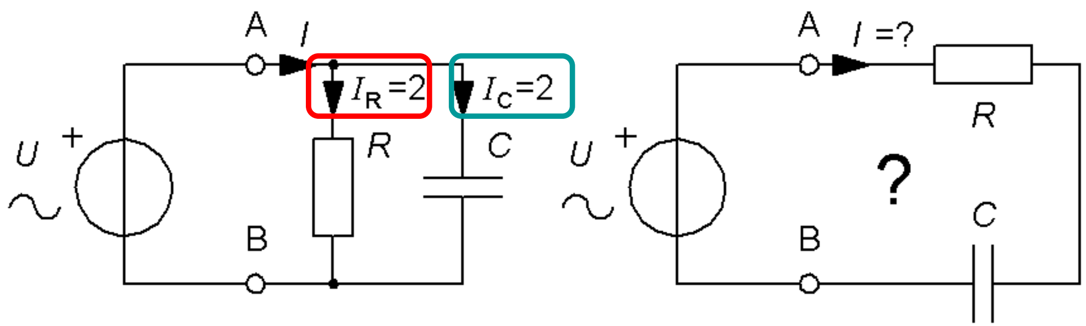
Jämför serie eller parallell (12.5)



När en resistor *R* och en kondensator *C* ansluts i parallell till en spänningskälla *U* får var och en av dem strömmen **2A**.

Hur stor skulle strömmen i **resistorn** bli om de båda seriekopplades till spänningskällan?

Jämför serie eller parallell (12.5)

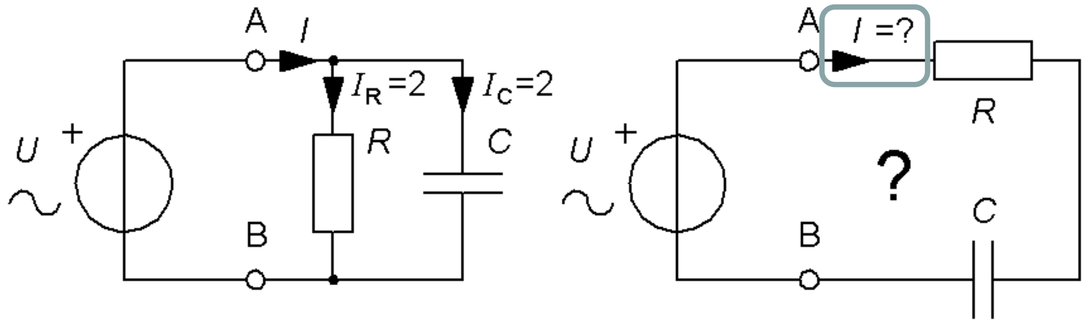


- Parallellkoppling:

$$\underline{I} = \underline{I}_\mathrm{R} + \underline{I}_\mathrm{C} = \frac{U}{R} + \mathrm{j}U\omega C \qquad \underline{I} = 2 + 2\mathrm{j}$$

$$I_R = \frac{U}{R} = 2 \qquad I_C = U\omega C = 2 \quad \Rightarrow \quad R = \boxed{\frac{U}{2}} \quad \frac{1}{\omega C} = \boxed{\frac{U}{2}}$$

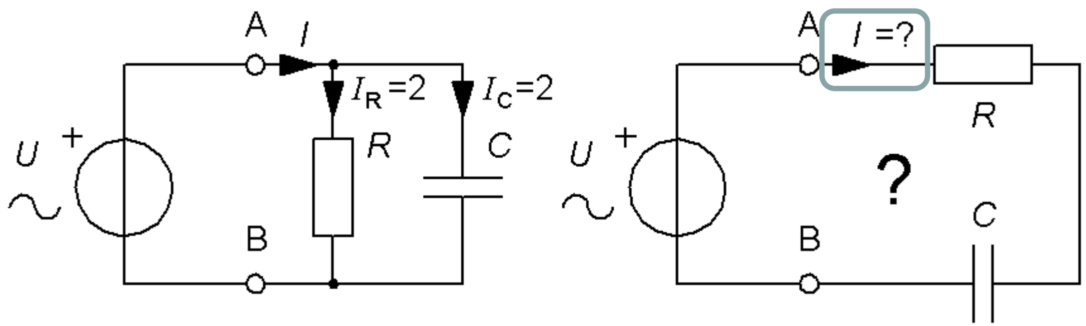
Jämför serie eller parallell (12.5)



- Seriekoppling:

$$\underline{I} = \frac{U}{R + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Jämför serie eller parallell (12.5)



- Seriekoppling:

Enligt tidigare …

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \left\{ R = \frac{U}{2} \quad \frac{1}{\omega C} = \frac{U}{2} \right\} = \frac{U}{\sqrt{\left(\frac{U}{2}\right)^2 + \left(\frac{U}{2}\right)^2}} =$$

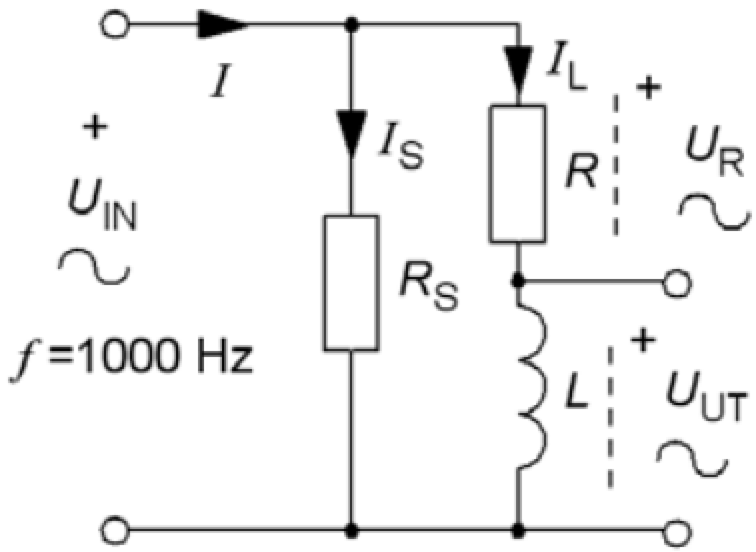
$$= \frac{U}{U\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}} = \sqrt{2} = 1{,}414 \text{ A}$$

Parallell I_R= 2A
Serie I_R= 1,4A

Växelströmskrets med spole (12.11)

En växelspänning U_{IN} med frekvensen $f = 1000$ Hz matar ett nät med en induktans $L = 10$ mH i serie med ett motstånd $R = 50\ \Omega$. Parallellt med detta ligger ett motstånd $R_S = 100\ \Omega$.
Givet är spänningen $U_{UT} = 6{,}28$ V.

a) Beräkna I_L
b) Beräkna U_R
c) Beräkna U_{IN}
d) Beräkna I



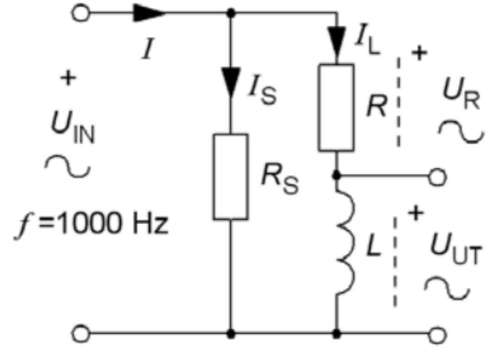
a) Beräkna I_{L} (12.11)

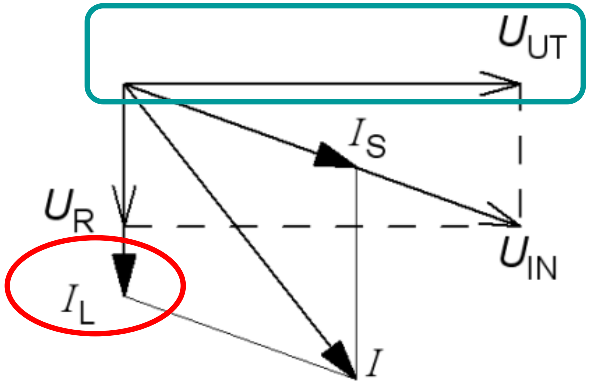
a) $\underline{U}_{UT}$ väljs till **riktfas**, $\arg(\underline{U}_{UT}) = 0$

$$\underline{U}_{UT} = j\omega L \cdot \underline{I}_1 \quad \underline{U}_{UT} = U_{UT} = 6{,}28$$

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_{UT}}{j\omega L} = \frac{6{,}28}{j \cdot 2\pi \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} - 0{,}1j$$

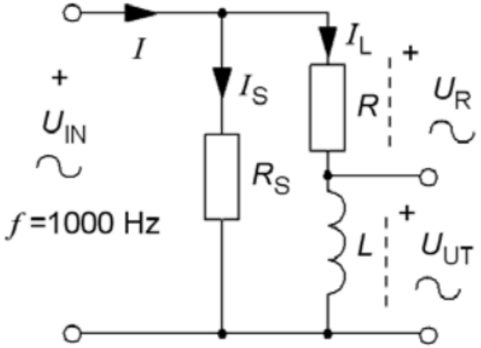
$$I_L = 0{,}1\ A$$

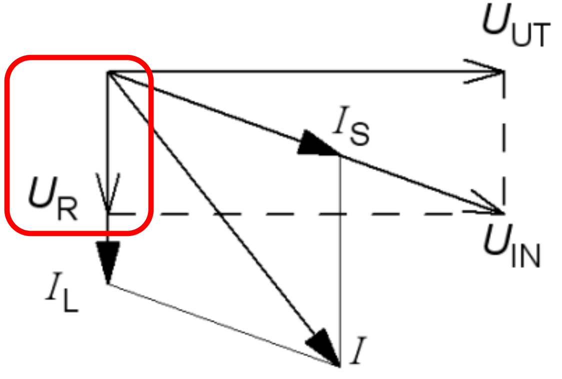




b) Beräkna U_R (12.11)

b) $\underline{U}_R = R \cdot \underline{I}_L = -50 \cdot 0{,}1j = -5j \quad U_R = 5\ \mathrm{V}$

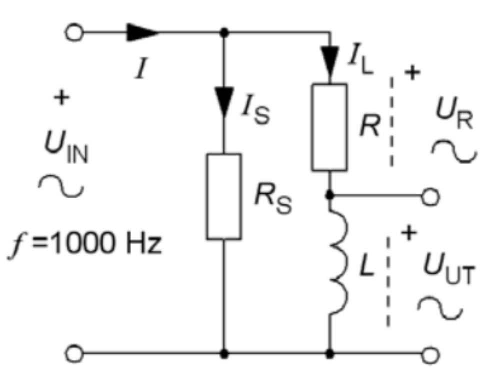


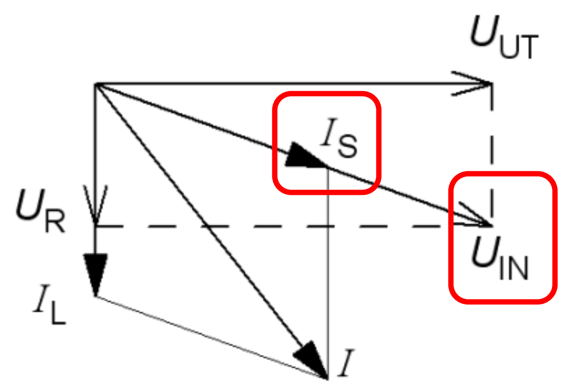


c) Beräkna U_{IN} (12.11)

c) $\underline{U}_{IN} = \underline{U}_R + \underline{U}_{UT} = 6,28 - 5j \quad U_{IN} = \sqrt{6,28^2 + 5^2} = 8,0 \text{ V}$

$$\underline{I}_S = \frac{\underline{U}_{IN}}{R_S} = \frac{6,28 - 5j}{100} = 0,063 - 0,05j$$



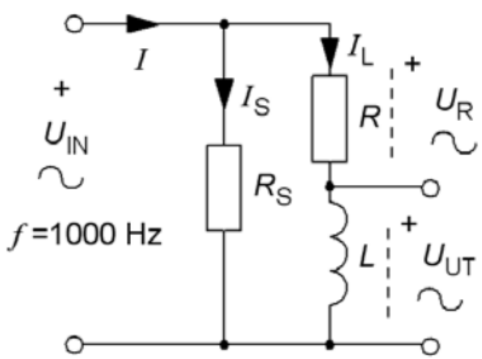


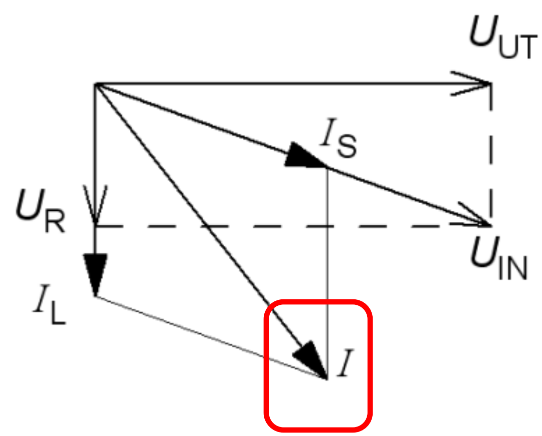
d) Beräkna I (12.11)

$$\underline{I}_S = \frac{\underline{U}_{IN}}{R_S} = \frac{6,28-5j}{100} = 0,063-0,05j$$

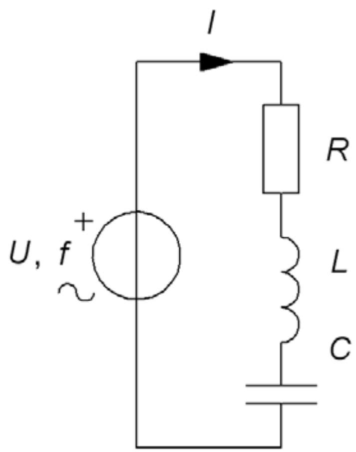
d) $\underline{I} = \underline{I}_L + \underline{I}_S = -0,1j + 0,063 - 0,05j = 0,062 - 0,15j$

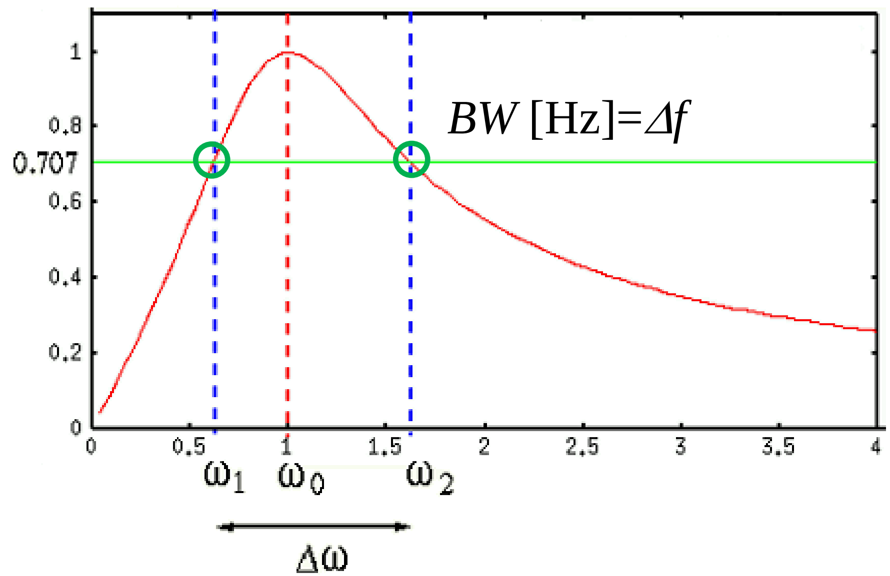
$$I = \sqrt{0,063^2 + 0,15^2} = 0,16 \text{ A}$$





Serie resonans





$$\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}} \quad \boxed{Q = \frac{2\pi f_0 L}{r}} \quad \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{Q} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{1}{Q}}$$

Om Q är *högt* gör man *inget större fel* om man fördelar bandbredden ***lika*** på båda sidor om f_0.

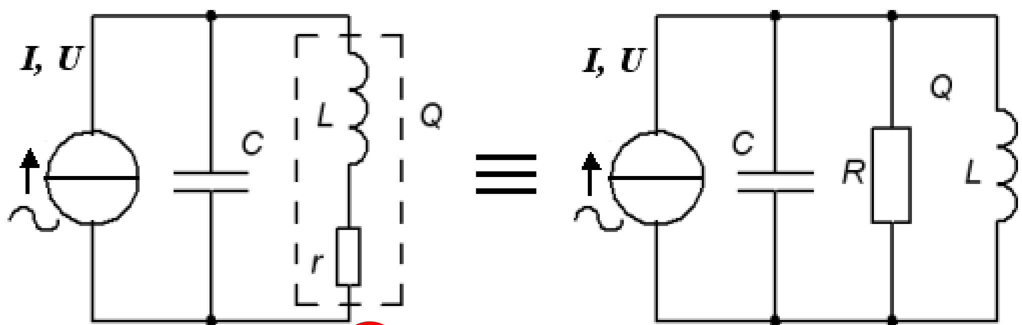
$$f_2, f_1 \approx f_0 \pm \frac{\Delta f}{2}$$

Parallellresonans

Vid **parallellresonanskretsar** brukar man vid handräkning för enkelhets skull använda formlerna för den ideala resonanskretsen. Vid högt Q och nära resonansfrekvensen f_0 blir avvikelserna obetydliga.

Överslagsmässigt (vid **Q >10**) är de två kretsarna ”utbytbara”.

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

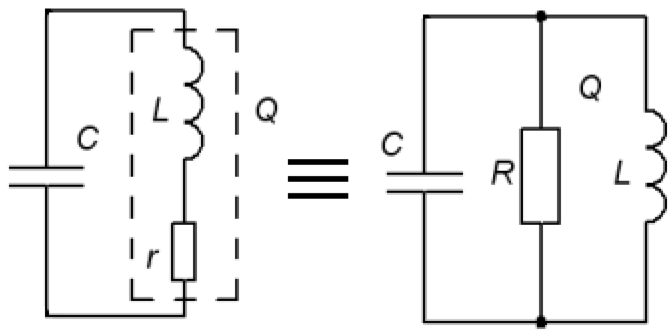


Alternativ definition av Q med R_P

$$\boxed{Q = \frac{\omega_0 L}{r_S} = \frac{R_P}{\omega_0 L}} \Rightarrow \boxed{R_P = Q^2 \cdot r_S}$$

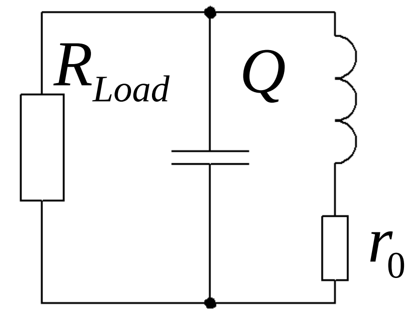
(*Gäller approximativt för* ***Q >10***)

Belastad resonanskrets

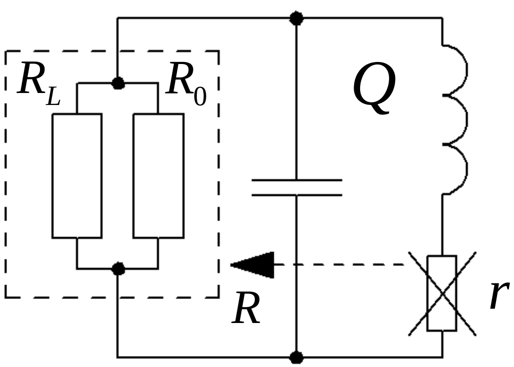


$$Q = \frac{X_L}{r} = \frac{R}{X_L} \qquad R = Q^2 \cdot r$$

Vanligt med belastad resonanskrets!



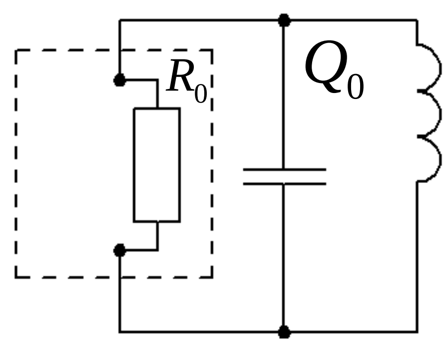
Ska den belastade resonanskretsen kunna få Q behöver man utgå ifrån en spole med mycket bättre obelastat Q-värde, Q_0!



$R_L \parallel R_0 = R$

$R = Q^2 \cdot r$

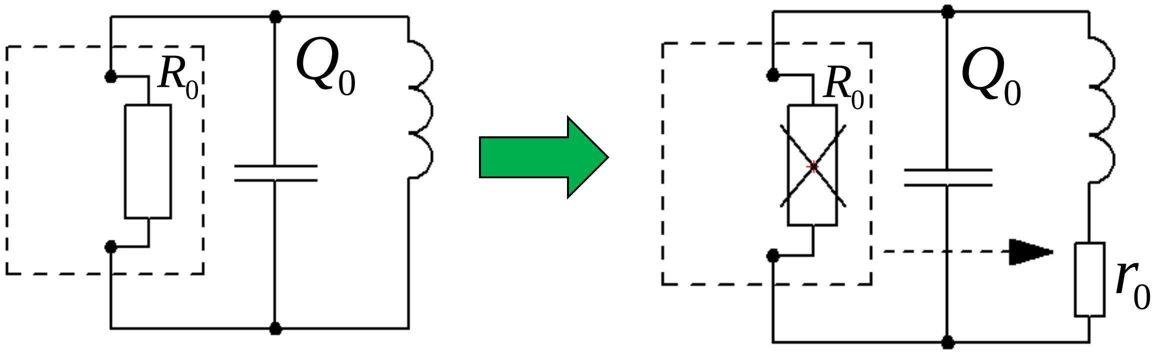
- Q_0 obelastat Q-värde



$$Q_0 = \frac{R_0}{X_L} > Q$$

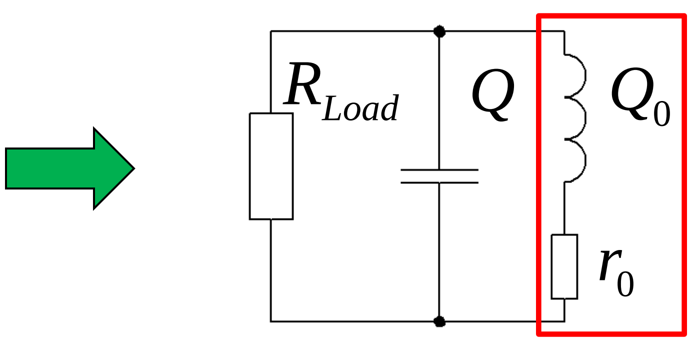
William Sandqvist william@kth.se

Belastad resonanskrets



$$r_0 = \frac{R_0}{Q_0^2}$$

Det behövs en spole med r_0 och Q_0!



- När kretsen sedan belastas med R_{Load} förändras Q-värdet från Q_0 till Q!

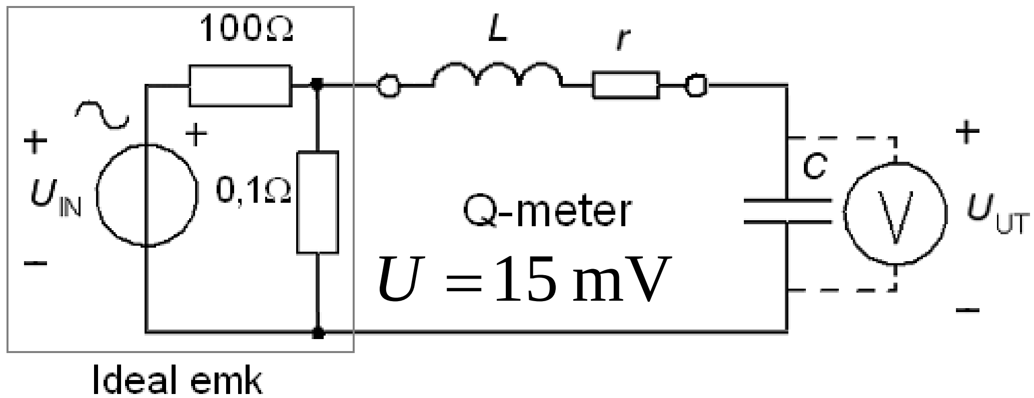
Mäta Q-värde (13.9)

Radiokontrollerade klockor styrs av en tidssignal från en sändare i Tyskland, på långvåg 77,5 kHz. Tidssignalen består av pulser som kodats digitalt. Signalstyrkan är svag så därför behöver en sådan mottagare en avstämd resonanskrets med *L* och *C*. Spolen har en ferritkärna, och denna används också som antenn. Man behöver mäta Q-värdet för denna resonanskrets.

L = 1,5 mH
C = 2,8 nF

Mäta Q-värde (13.9)

$U_{IN} = 15\text{ V}$



$U_{UT} = 1{,}73\text{ V}$

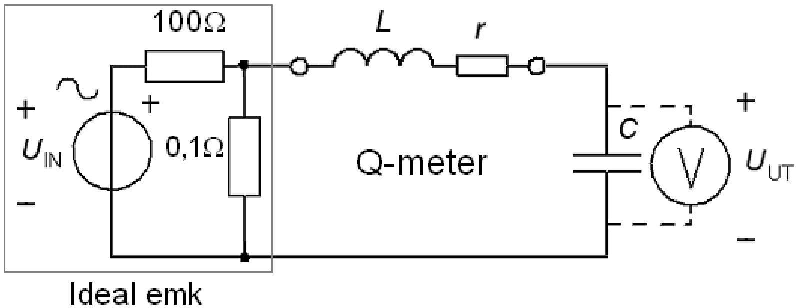
Så här mäter man spolens Q-värde.

U_{IN} = 15V är en sinusspänning med frekvensen 77,5 kHz (resonansfrekvensen) som spänningsdelas ned till 15 mV. Över kondensatorn mäter man då spänningen U_{UT} = 1,73 V.

a) Hur stort är spolens Q-värde?

b) Vilket värde har spolens inre resistans r (även förluster)?

Mäta Q-värde (13.9)



$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\cdot C}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1{,}5\cdot 10^{-3}\cdot 2{,}8\cdot 10^{-9}}} = 77{,}5\cdot 10^3$$

Kontroll av resonansfrekvens 77,5 KHz

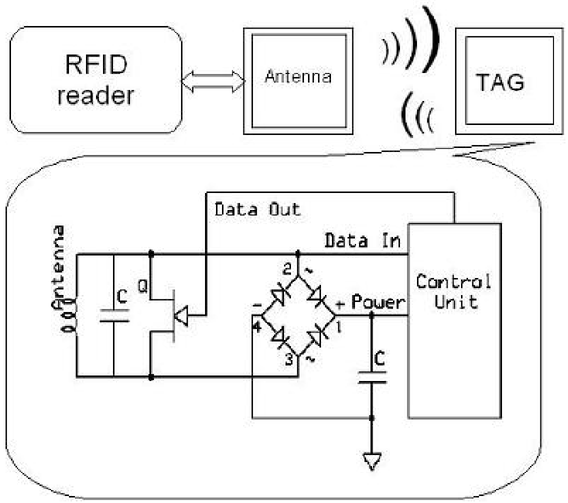
Spänningsdelaren: $U_r = 15\frac{0{,}1}{100} = 0{,}015 \text{ V}$

a) $$Q = \frac{2\pi f\cdot L}{r}\cdot\frac{I}{I} = \frac{U_L}{U_r} = \{U_L = U_C = U_{UT}\} = \frac{U_{UT}}{U_r} = \frac{1{,}73}{0{,}015} = \boxed{115}$$

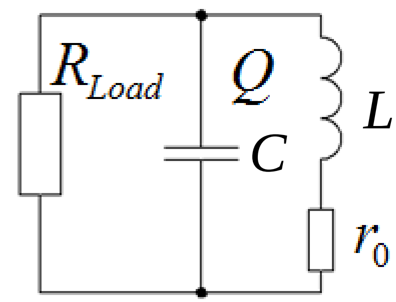
b) $$r = \frac{2\pi f\cdot L}{Q} = \frac{2\pi\cdot 77{,}5\cdot 10^3\cdot 1{,}5\cdot 10^{-3}}{115} = \boxed{6{,}33\ \Omega}$$

Stort jämfört med 0,1Ω från spänningsdelaren.

SL:s acesskort (13.7)



$r_0 = ?$

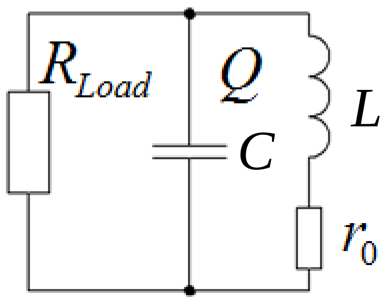


SL:s access-kort innehåller en RFID-tag som kommunicerar med spärrläsaren på frekvensen 13,56 MHz och med datahastigheten 70 KHz.
För att kunna ”läsa” datasignalen i den hastigheten ska de resonanskretsar som ingår i kort och spärrläsare ha en bandbredd som är åtminstone dubbelt så stor som datahastig-heten, tex. **200 kHz**.

SL:s acesskort

RFID-tagen/kortet består av parallellresonanskretsen $C||(L+r_0)||R_{\mathrm{Load}}$. Processorn i kortet förbrukar ström från resonans-kretsen. Detta symboliseras av resistorn $R_{\mathrm{Load}} = 30000\ \Omega$.

$r_0 = ?$

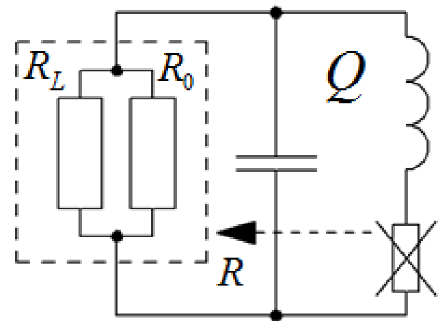


$f_0 = 13{,}56$ MHz $C = 55$ pF
$BW = 200$ kHz $R_L = 30000\ \Omega$
$L = 2{,}5\ \mu$H

SL:s acesskort

- Önskat Q-värde:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{13{,}56 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^3} = 68$$



- Total parallell resistans för bandbredden 200 kHz

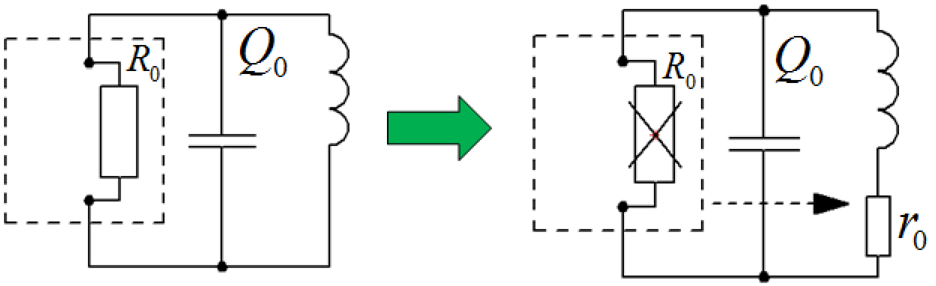
$$R = Q \cdot X_L = Q \cdot 2\pi f_0 L = 68 \cdot 2\pi \cdot 13{,}56 \cdot 10^6 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-6} = 14469\ \Omega$$

$$R_L = 30000\ \Omega \qquad R_L > R$$

$$R = R_L \parallel R_0 \quad \Rightarrow \quad R_0 = \frac{R_L \cdot R}{R_L - R} = \frac{30000 \cdot 14469}{30000 - 14469} = 27947\ \Omega$$

$$Q_0 = \frac{R_0}{X_L} = \frac{27947}{2\pi \cdot 13{,}56 \cdot 10^6 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-6}} = 131$$

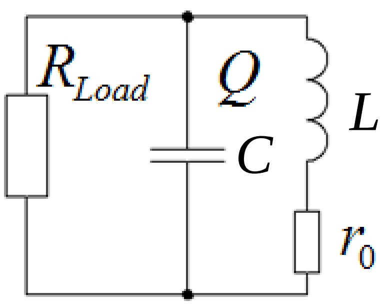
SL:s acesskort



- Spolens Q-värde: **131**!
- Spolens resistans r_0

$$r_0 = Q_0^2 \cdot R_0 = 131^2 \cdot 27947 = 1{,}63\,\Omega$$

- Belastade resonanskretsen



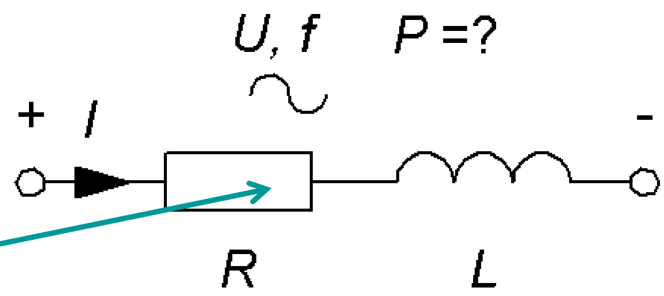
$$Q = 68$$

$$R_L = 30000\,\Omega$$

$$r_0 = \boxed{1{,}63\,\Omega}$$

Aktiv effekt i impedans

Ställ upp ett utryck för den aktiva effekten P för denna impedans.



Effekt uppkommer bara i resistanser!

Antag U riktfas, reell.

$$P = I^2 \cdot R \qquad \underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}} = \frac{U}{R + \mathrm{j}\omega L} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

$$P = R \cdot \frac{U^2}{R^2 + (\omega L)^2} = \boxed{\frac{RU^2}{R^2 + (\omega L)^2}}$$

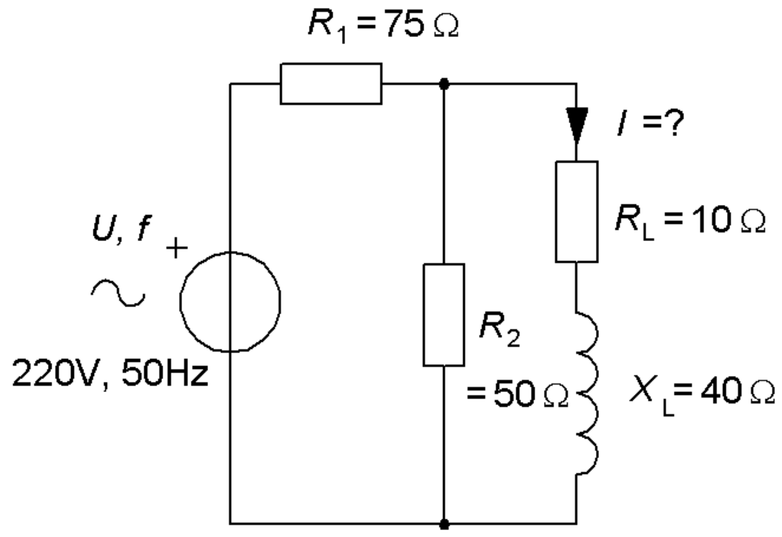
$$\omega \to \infty \Rightarrow P \to 0$$

$$\omega \to 0 \Rightarrow P \to \frac{U^2}{R}$$

Spole med tvåpolsatsen (12.4)

Bestäm effektivvärdet på strömmen *I*.

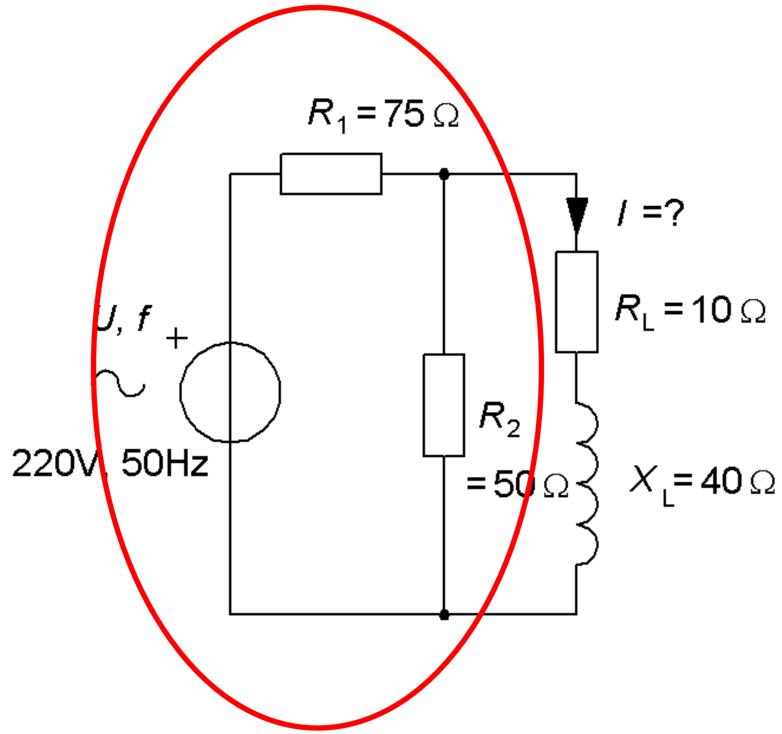
Använd tvåpolsatsen.



Spole med tvåpolsatsen (12.4)

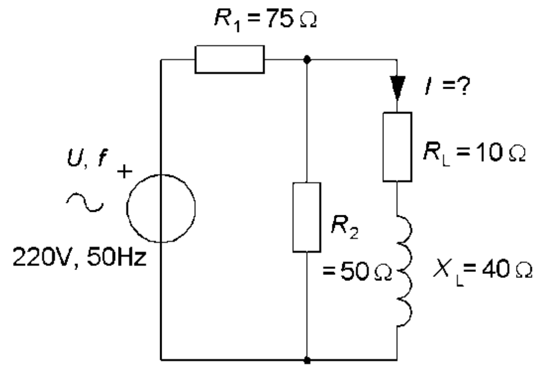
Bestäm effektivvärdet på strömmen *I*.

Använd tvåpolsatsen.



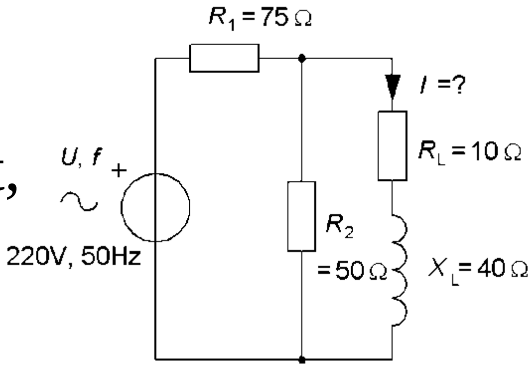
Spole med tvåpolsatsen (12.4)

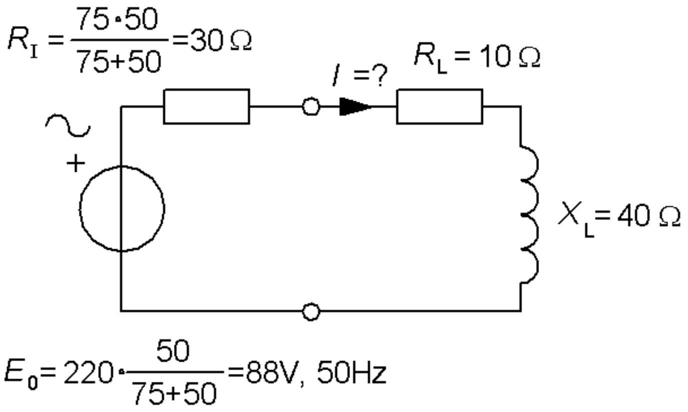
Beräkna kretsens tvåpolsekvivalent, E_0 och R_I.



Spole med tvåpolsatsen (12.4)

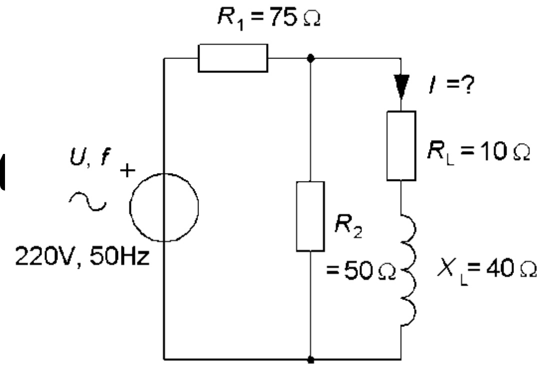
Beräkna kretsens tvåpolsekvivalent, E_0 och R_I.

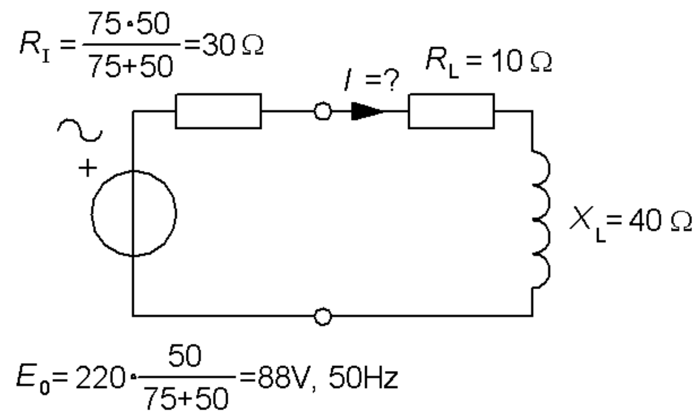




Spole med tvåpolsatsen (12.4)

Beräkna kretsens tvåpolsekvivalent E_0 och R_I.





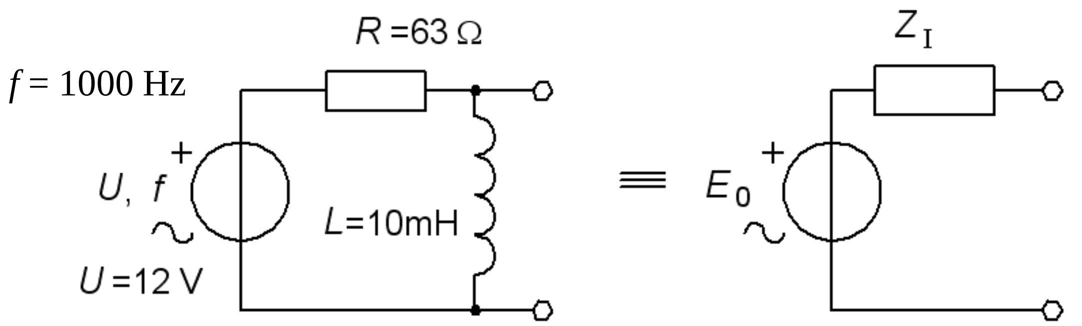
Bara emk och resistanser – denna gång som i likspänningsläran …

$$R_I = \frac{75 \cdot 50}{75+50} = 30\,\Omega \quad E_0 = 220\frac{50}{75+50} = 88\text{ V}$$

$$\underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{88}{|(30+10)+\text{j}40|} = \frac{88}{\sqrt{(30+10)^2+40^2}} = 1{,}56\text{ A}$$

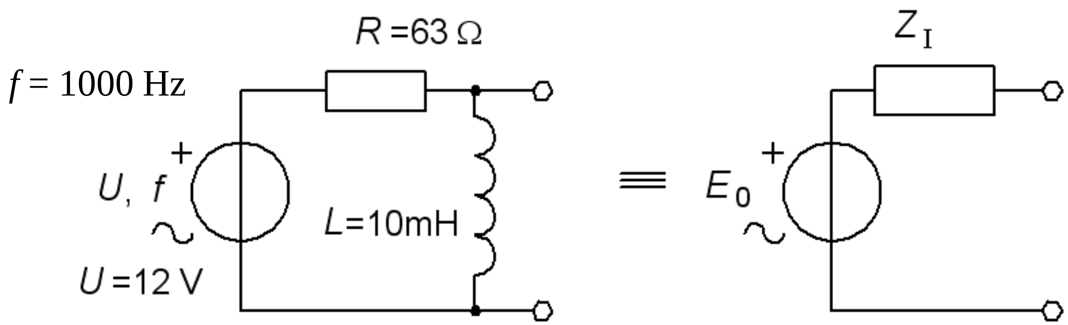
William Sandqvist william@kth.se

Exempel. Komplex tvåpol E_0



Beräkna kretsens ekvivalenta tvåpol E_0+Z_I. Antag att man kan belasta tvåpolen med en ”valfri” impedans – hur ska den väljas om man önskar att den effekt tvåpolen levererar till lasten ska vara maximal? (Detta kallas för **effektanpassning**).

Exempel. Komplex tvåpol E_0

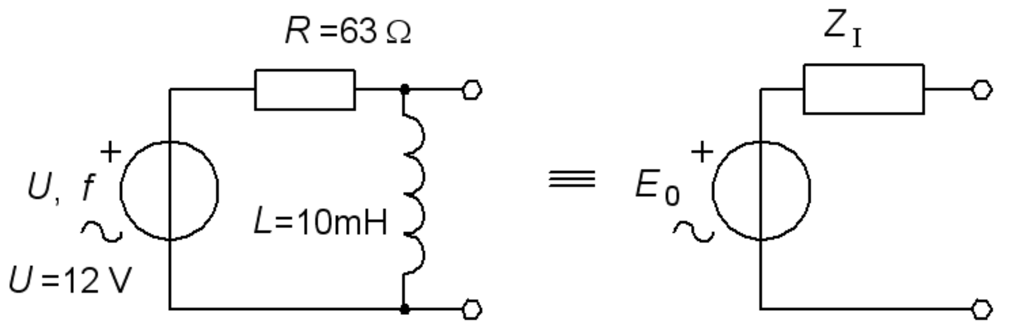


E_0 beräknas som tvåpolens tomgångsspänning. Om U är riktfas blir E_0 8,47 V och får fasvinkeln 45° i förhållande till U.

Om det *inte* finns några andra spänningskällor eller ström-källor i nätet behöver vi *inte* hålla reda på fasvinkeln, utan E_0 kan lika gärna få bli nätets *nya* riktfas!

$$\underline{E}_0 = U \frac{\mathrm{j}\omega L}{R + \mathrm{j}\omega L} = 12 \frac{\mathrm{j}2\pi 1000 \cdot 0,01}{63 + \mathrm{j}2\pi 1000 \cdot 0,01} = 6 + 6\mathrm{j} \quad E_0 = \sqrt{6^2 + 6^2} = 8,48 \text{ V}$$

Exempel. Komplex tvåpol Z_I

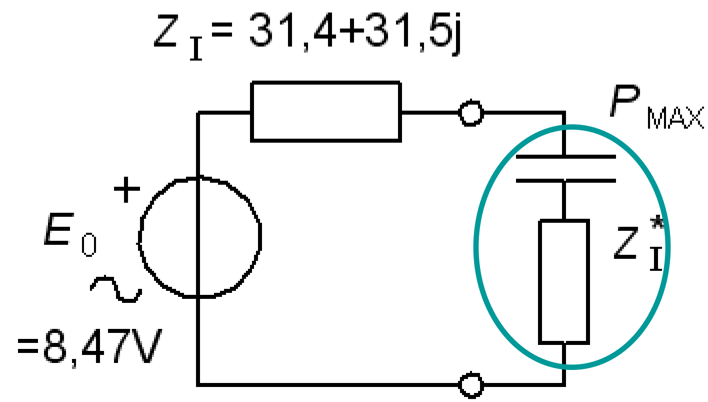


Z_I är den impedans vi ser om vi vrider ner *U*.

$$\underline{Z}_I = \frac{R \cdot \mathrm{j}\omega L}{R + \mathrm{j}\omega L} = \frac{63 \cdot \mathrm{j}2\pi 1000 \cdot 0{,}01}{63 + \mathrm{j}2\pi 1000 \cdot 0{,}01} = 31{,}4 + 31{,}5\mathrm{j}$$

Effektanpassning

Den ekvivalenta tvåpolen blir en 8,57 V emk med inre impedansen Z_I = 31,4+31,5j.



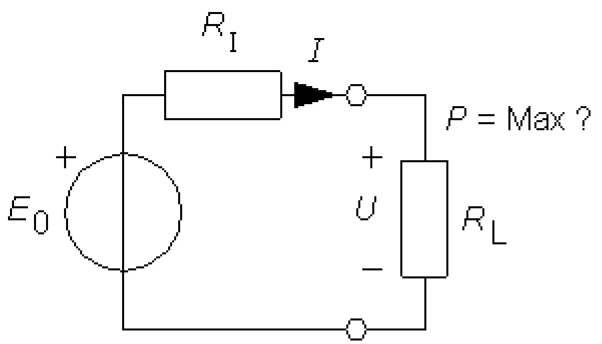
- **Effektanpassning**.

Vid resonans tar induktans och kapacitans ut varandra. Då blir den levererade effekten som störst. Därför bör lasten denna gång vara kapacitiv (-31,5j).

När de två reaktanserna ”tar ut” varandra blir kretsen helt resistiv. Vilken belastningsesistans ger maximal effekt?

Effektanpassning

$$P = R_L \cdot I^2 \quad I = \frac{E_0}{R_I + R_L} \quad \Rightarrow \quad P = E_0^2 \cdot \frac{R_L}{(R_I + R_L)^2}$$



När har $P(R_L)$ maximum? (Enklare beräkningar får man om man vänder på frågan till ”när har $1/P$ minimum”).

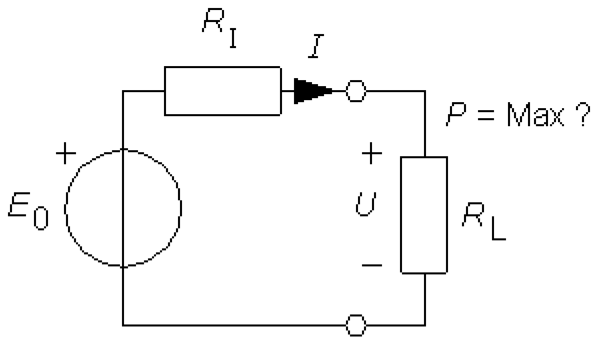
$$\frac{1}{P} = \frac{1}{E_0^2} \cdot \left(\frac{R_L^2}{R_L} + \frac{R_I^2}{R_L} + 2 \cdot \frac{R_I \cdot R_L}{R_L}\right) = \frac{1}{E_0^2} \cdot \left(R_L + 2 \cdot R_I + \frac{R_I^2}{R_L}\right)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}R_L}\left(\frac{1}{P}\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}R_L}\left(\frac{1}{E_0^2} \cdot \left(R_L + 2 \cdot R_I + \frac{R_I^2}{R_L}\right)\right) = 1 - \frac{R_I^2}{R_L^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_L = R_I$$

Maximal effekt får man om man väljer $R_L = R_I$. ($R_L = 31{,}4\ \Omega$).

Effektanpassning

Hur stor blir den maximala effekten för
$R_\mathrm{L} = R_\mathrm{I}$?



$$P = E_0^2 \cdot \frac{R_\mathrm{L}}{(R_\mathrm{I} + R_\mathrm{L})^2} \quad R_\mathrm{I} = R_\mathrm{L} \quad \Rightarrow \quad P_{MAX} = \frac{E_0^2}{4 \cdot R_\mathrm{I}}$$

Hur stora blir förlusterna inuti tvåpolen?

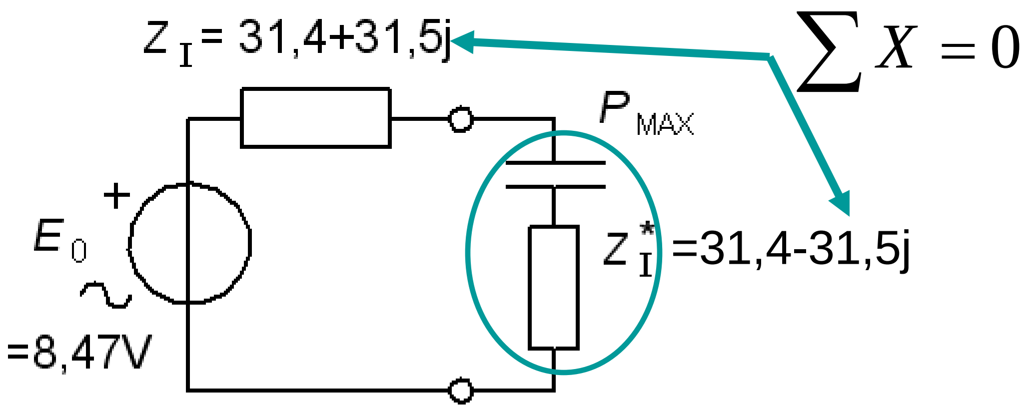
Om $R_\mathrm{L} = R_\mathrm{I}$ delas effekten lika mellan inre resistansen och lasten. Verkningsgraden blir 50% (= dålig).

Effektanpassning används därför bara när det är nödvändigt, tex för radiosändare.

Effektanpassning

$$P_{\max} \Rightarrow$$

$$\underline{Z} = \underline{Z}_{\mathrm{I}}^{*}$$



Vid effektanpassning med en last som är lika med den inre impedansens komplexkonjugat blir effekten:

$$\boxed{P_{\max} = \frac{\left|\underline{E}_0\right|^2}{4 \cdot \mathrm{Re}[\underline{Z}_{\mathrm{I}}]}}$$