KTH Informations- och kommunikationsteknik

Omtentamen med lösningar i IE1304 Reglerteknik Fredag 12/6 2015 08.00-12.00

Allmän information

Examinator: William Sandqvist.

Ansvarig lärare: William Sandqvist, tel 08-790 4487 (Campus Kista),
Tentamensuppgifterna behöver inte återlämnas när du lämnar in din skrivning.

Hjälpmedel: Räknare/Grafräknare. Kursens formelblad har bifogats tentamen.

Tentamens omfattning

14 uppgifter. 9 st 2p, 1st 4p, 2st 6p, 2st 8p.

Information om rättning och betyg

Motivera alla svar.

Tabeller och beräkningar som använts ska finnas med i lösningarna i läsbar form. Om svaret på en fråga är "42" så måste du också tala om varför.

Ofullständigt motiverade svar ger *inte* full poäng!

Tentamen kan ge maximalt 50 p, godkändgränsen går vid 25 p.

0 –	25 –	30 –	35 –	40 –	45–
F	E	D	C	B	A

Resultatet meddelas senast fredag den 3 juli.

1. 2p

a) Vilken överföringsfunktion $\frac{Y}{X}$ har denna differentialekvation?

$$4(\ddot{y}+3\dot{y}+\dot{x})+8\ddot{x}=0$$

b) Vilken överföringsfunktion $\frac{Y}{X}$ har denna Dödtids-process?

$$y'(t)+y(t)=2x(t-10)$$

Svar:

a) $4\ddot{y}+12\dot{y}=-4\dot{x}-8\ddot{x} \quad L[4\ddot{y}+12\dot{y}]=L[-4\dot{x}-8\ddot{x}] \quad \Rightarrow \quad \frac{Y}{X}=-\frac{4s^2+12s}{8s^2+4s}=-\frac{s+3}{2s+1}$

b) $L[y'(t)]+L[y(t)]=L[2x(t-10)] \quad \Leftrightarrow \quad sY+Y=2e^{-10s}X$

$$\frac{Y}{X}=\frac{2e^{-10s}}{s+1}$$

2. 2p

Vilket stegsvar har följande överföringsfunktion? Använd Laplacetransform tabellen.
$x(t > 0) = 1$. $y(t) = ?$

$$G(s)=\frac{Y}{X}=\frac{3}{s^2+9}$$

Svar:

$$Y=G(s)X \qquad X=L[unitstep]=\frac{1}{s}$$

$$Y=3\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{(s^2+9)} \quad \Rightarrow \quad y(t)=3\cdot\frac{1}{9}(1-\cos 3t)=\frac{1}{3}(1-\cos 3t)$$

3. 2p

Partialbråksutveckla följande polynom

$$G(s)=\frac{s+1}{(s+2)(s+3)}$$

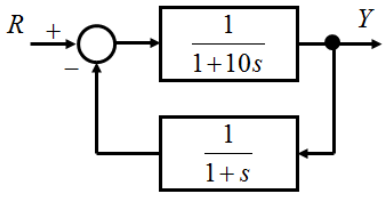
Svar:

$$\frac{s+1}{(s+2)(s+3)} = \frac{a}{s+2}+\frac{b}{s+3}=\frac{a(s+3)+b(s+2)}{(s+2)(s+3)}=$$

$$=\frac{as+3a+bs+2b}{(s+3)(s+5)}=\left\{\begin{array}{ll} a+b=1 & a=-1 \\ 3a+2b=1 & b=2 \end{array}\right\}=\frac{-1}{s+2}+\frac{2}{s+3}$$

4. 4p

Feedback. En process har överföringsfunktionen $\frac{1}{1+10s}$ och återkopplas med överföringsfunktionen $\frac{1}{1+1s}$ enligt figuren. Vad blir överföringsfunktionen för $\frac{Y}{R}$?



Förenkla så långt det går!

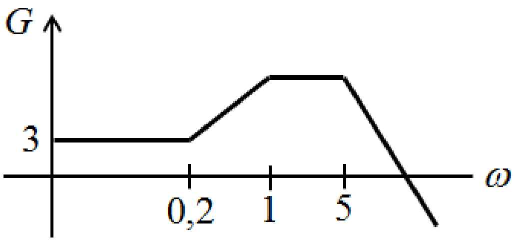
Svar:

a) $G_1 = \frac{1}{10s+1} \quad G_2 = \frac{1}{s+1}$

$$G_{closedloop}\left(\tfrac{Y}{R}\right) = \frac{G_1}{1+G_1 \cdot G_2} = \frac{\frac{1}{10s+1}}{1+\frac{1}{10s+1}\cdot\frac{1}{s+1}} = \frac{s+1}{(10s+1)(s+1)+1} = \frac{s+1}{10s^2+11s+2}$$

5. 2p

Bodediagram. Ange den överföringsfunktion som överensstämmer med följande Bode-diagram. Där kurvans första lutning är +1 dekad/dekad, den avslutande lutningen är -2 dekad/dekad.



Svar:

$$G(s) = \frac{3\cdot(1+\frac{1}{0,2}s)}{(\frac{1}{1}s+1)\cdot(\frac{1}{5}s+1)^2} = \frac{3\cdot(1+5s)}{(s+1)\cdot(0,2s+1)^2}$$

6. 2p

Använd Rooth Hurwitz metod för att avgöra för vilka värden på K som nämnarpolynomet är stabilt.

s^3+3s^2+s+K

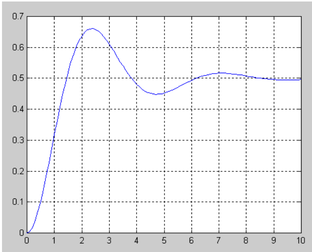
Svar:

$$s^3+3s^2+s+K \qquad \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 0 \\ 3 & K & 0 \\ \frac{3\cdot 1 - 1\cdot K}{3} & 0 & 0 \\ K & 0 & 0 \end{array}$$

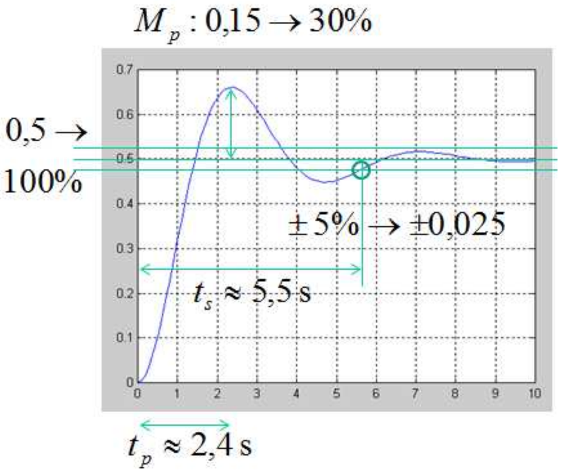
$K < 3$ och positivt.

7. 2p

Mät i figuren (på svarsbladet, lämna in detta), och markera där hur man mäter översläng M_P [%] och t_P [s]. Mät, och markera hur man mäter, settlingtime t_s (±5%) [s].

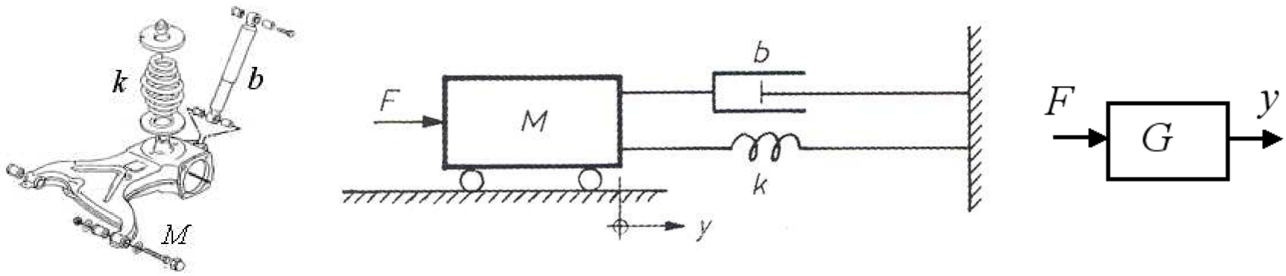


Svar:



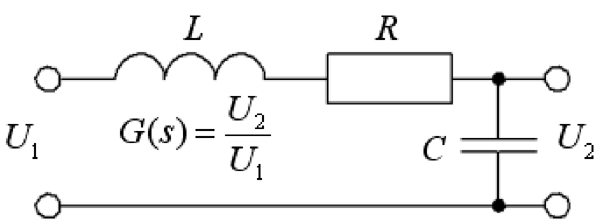
$M_P = 30\%$
$t_P = 2{,}4\text{s}$
$t_{S5\%} = 5{,}5\text{s}$

8. 6p



Hjulupphängningen på personbilar består av en fjäder med fjäderkonstanten k, en stötdämpare med dämpkonstanten b och hjulet med massan M. Systemet kan jämföras med principfiguren i mitten av figuren (vi bortser från tyngdkraftens inverkan på hjulet).

a) Tag fram överföringsfunktionen $G(s)$ mellan positionen y och kraften F.



Samma överföringsfunktion (bortsett från en multiplikativ konstant) kan man få med elektriska komponenter C L R som lågpass filtret $G(s) = U_2/U_1$.

b) Tag fram överföringsfunktionen $G(s)$ mellan spänningen U_2 och spänningen U_1.

c) Vilka av komponenterna är det som motsvarar varandra av C L och R med M b och k?

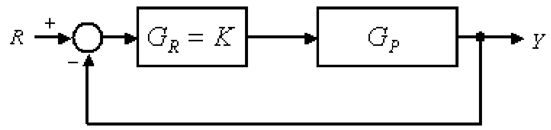
Svar:

$$a)\quad F - M\cdot\ddot{y} - ky - b\dot{y} = 0 \quad\Rightarrow\quad M\cdot\ddot{y} + b\dot{y} + ky = F$$

$$\Leftrightarrow\quad Y(Ms^2 + bs + k) = F \quad\Rightarrow\quad G(s) = \frac{Y}{F} = \frac{1}{Ms^2 + bs + k}$$

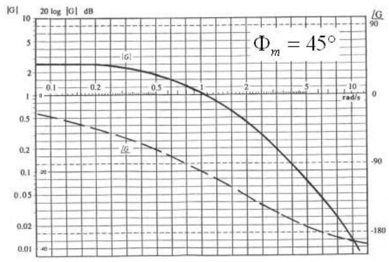
$$b,c)\quad \frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + sL + \frac{1}{SC}}\cdot\frac{s}{s} = \frac{1}{C}\cdot\frac{1}{Ls^2 + Rs + \frac{1}{C}} \quad\Rightarrow\quad \begin{matrix} M \leftrightarrow L \\ b \leftrightarrow R \\ k \leftrightarrow \frac{1}{C} \end{matrix}$$

9. 8p



En process G_P har Bode-diagrammet enligt figuren (tydligare på på svarsbladet, så lämna in detta). Man vill reglera denna med en P-regulator $G_R = K$.

a) Bestäm det K som ger fasmarginalen 45° och rita in $G_R{\cdot}G_P$ i Bodediagrammet.



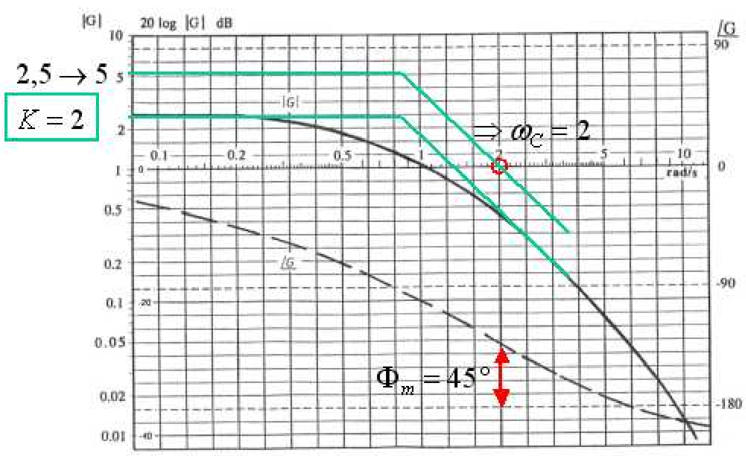
b) Vilken stigtid t_{rGP} [s] har den reglerade processen?

c) Hur stort blir kvarvarande felet e_0 hos den reglerade processen efter en börvärdesändring med a = 5 enheter.

d) Hur stort blir det kvarvarande felet e_1 hos den reglerade processen efter en rampformad börvärdesändring med h = 5 enheter/tidsenhet? Föreslå åtgärd för att förbättra detta!

Svar:

a) G_P har förstärkningen 2,5. Fasmarginalen 45° är vid ω_C = 2. Kurvan G_PG_R kan höjas med K = 2 till förstärkningen 5 för att korsa ω_C = 2.



b) $t_r \approx \frac{1{,}4}{\omega_c} = \frac{1{,}4}{2} = 0{,}7\ [\mathrm{s}]$

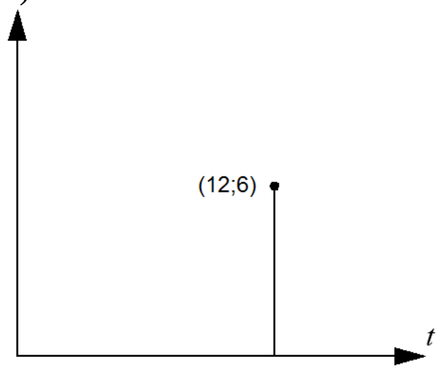
c)

$$e_0 = \lim_{s\to 0}\frac{5}{1 + G_R\cdot G_P} = \frac{5}{1 + 2\cdot 2{,}5} = 0{,}83$$

d) $e_1 = \lim_{s\to 0}\frac{5}{s(1 + G_R\cdot G_P)} \to \infty$ Integrerande regulator skulle hjälpa.

10. 2p

a) Bestäm z-transformen för denna tidsdiskreta signal. Ange den på både negativ och positiv form.



b) Bestäm tidsdiskreta motsvarigheterna till

$$G(s) = 12 \quad G(s) = \frac{12}{s-6}$$

Svar: fixa

$$a) \quad H(z) = 6 \cdot z^{-12} \quad H(z) = \frac{6}{z^{12}}$$

b) Diskretisering med tabell.

$$G(s) = 12 \Rightarrow H(z) = 12 \quad G(s) = \frac{12}{s-6} \Rightarrow H(z) = \frac{12}{1 - e^{-(-6)h} z^{-1}} \quad \{h = 1\} \quad \frac{12}{1 - e^{6} z^{-1}} \approx \frac{12}{1 - 400 z^{-1}}$$

11. 2p

Avgör om nedanstående system är stabilt.

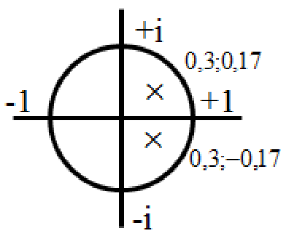
$$H(z) = \frac{0{,}6z}{z^2 - 0{,}6z + 0{,}12}$$

Svar:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$z^2 - 0{,}6z + 0{,}12 \quad \Rightarrow \quad z = \frac{-(-0{,}6) \pm \sqrt{(-0{,}6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0{,}12}}{2 \cdot 1} =$$

$$= 0{,}3 \pm \sqrt{-0{,}03} \approx 0{,}3 \pm 0{,}17i$$



Stabilt. Polerna ligger inom enhetscirkeln.

12. 8p

En process ska regleras med icke-integrerande polplacerings regulator. Processen beskrivs med följande differensekvation

$y[k] = 0.6\, y[k-1] + 12\, u\, [k-1]$

a) Bestäm överföringsfunktionen (1p)

b) Dimensionera regulatorn och anta att alla poler ska ligga i origo. (3p)

c) Rita blockschema för hela systemet. (1p)

d) Vilka ändringar behövs för att placera ovanstående regulatorn till en stor kemisk fabrik för reglering av inflöde av mycket explosiv gas? Föreslå en möjlig överföringsfunktion för denna regulator. (2p)

e) Diskutera användning av regulatorer för reglering av kritiska system. Vilka regulatorer är mer lämpliga än andra? I vilka situationer? (1p)

Svar:

a) $y[k] = 0,6y[k-1] + 12u[k-1]$

$\{Z\} \quad Y(z)(1-0,6z^{-1}) = U(z)(12z^{-1})$

$$H(z) = \frac{Y}{U} = \frac{12z^{-1}}{1-0,6z^{-1}}$$

$B(z) = 1-0,6z^{-1} \quad A(z) = 12z^{-1}$ Pol i origo.

b) $n_p = n_a + n_b - 1 = 1$

$n_c = n_b - 1 = 0 \quad n_d = n_a - 1 = 0$

$$H_{ToT} = K_r \cdot \frac{\frac{B}{A \cdot C}}{1 + \frac{B \cdot D}{A \cdot C}} = K_r \frac{B}{A \cdot C + B \cdot D}$$

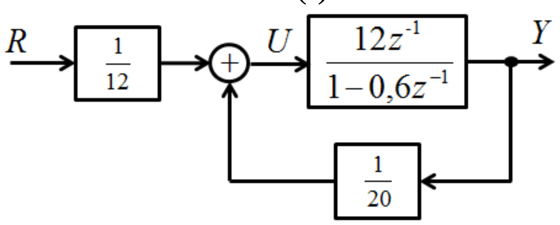
$z = 0 \quad A \cdot C + B \cdot D = P = (1 - 0 \cdot z^{-1})^1 = 1$

$\Rightarrow \quad (1-0,6z^{-1}) \cdot 1 + (12z^{-1}) \cdot d_0 = 1 \quad \{c_0 = 1\}$

$$\begin{Bmatrix} -0,6 + 12d_0 = 0 \\ 1 = 1 \end{Bmatrix} \quad d_0 = \frac{0,6}{12} = \frac{1}{20}$$

$$C(z) = 1 \quad D(z) = \frac{1}{20} \quad K_r = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{1}{12}$$

c)



d) Flera lösningar är möjliga! Främst vill vi ha ett stabilt system och inte alltför snabbt, det vill säga dead-beat är *inte* acceptabelt.

Vi vill inte heller ha det för långsamt (eftersom det är gasen vi reglerar och det kan ändras relativt snabbt).

Så om vi antar polen $z = 0{,}5$ kan detta vara ett lämpligt värde att undersöka.

$$z = 0{,}5 \quad \Rightarrow \quad A \cdot C + B \cdot D = (1 - 0{,}5z^{-1})^1$$

$$(1 - 0{,}6z^{-1}) \cdot 1 + (12d_0)z^{-1} = -0{,}5z^{-1} + 1$$

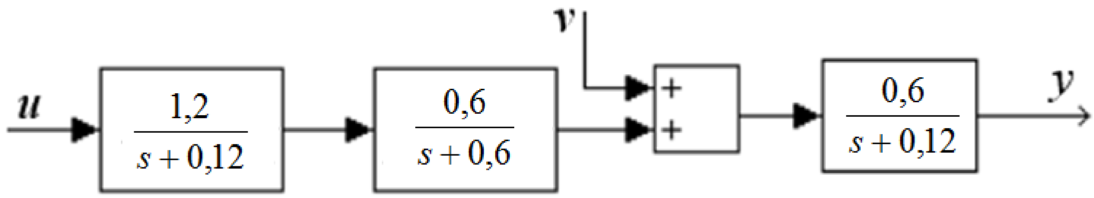
$$\left\{ \begin{matrix} -0{,}6 + 12d_0 = -0{,}5 \\ 1 = 1 \end{matrix} \right\} \quad d_0 = \frac{0{,}1}{12} = \frac{1}{120} \quad K_r = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{-0{,}5 + 1}{12} = \frac{0{,}5}{12} = \frac{1}{24}$$

$$C(z) = 1 \quad D(z) = \frac{1}{120} \quad K_r = \frac{1}{24}$$

e) Det finns två fall. I ett ”normal” fall får man inte reglera för snabbt för att man vill kunna följa och ta hänsyn till hur processen ändras med tiden. Det kan tex. gälla ”normal” körning av en personbil.
I det andra fallet, som är ett ”emergency” fall, vill man oftast att systemet ska reagera snabbt, för att tex. undvika en fara. För det fallet kan en ”dead beat” regulator komma att användas. Gäller exemplet en personbil blir agerandet vid olycksrisk tex. ”hård” inbromsning.

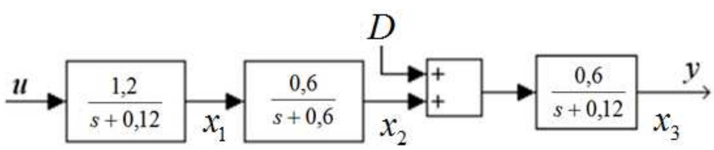
13. 6p

En process beskrivs med nedanstående blockschema. Signalen u är styrsignal, v är reglerad storhet och y är mätsignal.



a) ställ upp systemet på tillståndsform. (4p)
b) beräkna stationärvärde av tillståndssystemet från a). (2p)

Svar:



a) $\dot{x}_1 + 0{,}12x_1 = 1{,}2u \quad \dot{x}_2 + 0{,}6x_2 = 0{,}6x_1 \quad \dot{x}_3 + 0{,}12x_3 = 0{,}6(x_2 + D)$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0{,}12 & 0 & 0 \\ 0{,}6 & -0{,}6 & 0 \\ 0 & 0{,}6 & -0{,}12 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1{,}2 \\ 0 \\ 0{,}6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u \\ D \end{pmatrix} \qquad y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

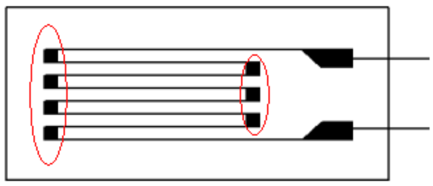
$$b)\quad \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-0{,}12 & 0 & 0\\ 0{,}6 & -0{,}6 & 0\\ 0 & 0{,}6 & -0{,}12\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1{,}2\\0\\0{,}6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u\\D\end{pmatrix}$$

Vi antar att insignalen och reglerad storhet är enhetssteg u = 1 och v = 1 (man kan lösa uppgiften med den generella formen om man önskar).

$$\begin{cases}0=-0{,}12x_1+1{,}2\cdot 1\\ 0=0{,}6x_1-0{,}6x_2\\ 0=0{,}6x_2-0{,}12x_3+0{,}6\cdot 1\end{cases}\qquad x_1=\frac{1{,}2}{0{,}12}=10\Rightarrow 0=0{,}6\cdot 10-0{,}6x_2\Rightarrow x_2=\frac{6}{0{,}6}=10\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 0=0{,}6\cdot 10-0{,}12x_3+0{,}6\Rightarrow x_3=\frac{5{,}4}{0{,}12}=45$$

$$\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\10\\45\end{pmatrix}$$

14. 2p



Figuren visar en folietöjningsgivare. Den klistras på ett underlag och kommer då att töjas tillsammans med detta, töjningen ger då upphov till en obetydlig resistansändring hos givaren.

a) Hur kan man mäta denna obetydliga resistansändring? Vilket mäthjälpmedel brukar man använda?

a) Nämn någon storhet, förutom töjning, som man brukar mäta med töjningsgivare?

b) Varför är kortsidornas ledare utformade med ”fetare” ledningsmönster (rött i figuren)?

Svar:

a) Töjningsgivarens resistansändring brukar mätas med hjälp av en Whetstonebrygga.

b) Töjningsgivare används ofta till att mäta kraftstorheter.

c) Kortsidorna har större area för att göra givaren okänslig mot töjning i tvärriktningen.