



### Uppgifter till Seminarium 3

Se [www.kth.se/social/course/SF1625](http://www.kth.se/social/course/SF1625) för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna. **Detta seminarium inleds med en inlämning.** Lös uppgifterna 1-4 nedan och skriv ner lösningarna med en lösning per blad. Skriv namn och födelsedatum på varje blad. När seminariet börjar får du veta vilken uppgift som ska lämnas in. Inlämningen sker när seminariet börjar, så man får **inte komma för sent!** Innan du börjar med seminarieuppgifterna ska du lösa de rekommenderade uppgifterna ur Calculus av Adams och Essex (8:e upplagan), nämligen:

Kapitel 3.1: uppg 3, 9, 23. Kapitel 3.2: uppg 3, 5, 9, 15, 25, 29. Kapitel 3.3: uppg 3, 5, 7, 9, 19, 21, 31, 33, 43, 51, 59. Kapitel 3.4: 1, 3, 5, 9, 11, 17, 23, 25. Kapitel 3.5: 1, 3, 5, 7, 13, 19, 21, 23, 35. Kapitel 3.7: 1, 3, 5, 7, 9, 13, 15, 21, 25, 29. Kapitel 18.6: uppg 1, 3, 5, 7

---

#### SEMINARIEUPPGIFTER

**Uppgift 1.** Derivera nedanstående uttryck med avseende på  $x$  och ange i vilka punkter derivatan existerar.

- A.  $xe^{-x^2/2}$ .
- B.  $x \ln x - x$
- C.  $\ln \sqrt{1+x^2}$ .
- D.  $e^{-|x|}$
- E.  $\arctan \frac{1}{x}$
- F.  $\arcsin \sqrt{x}$

**Uppgift 2.** A. Bestäm inversen till  $f(x) = 2 + 4 \ln(1 + 6x)$ . Ange också inversens definitionsmängd och värdemängd.

B. Visa med hjälp av derivata att funktionen  $f(x) = 4 \arcsin \sqrt{x} + 2 \arcsin \sqrt{1-x}$  är inverterbar. Bestäm inversens största värde!

**Uppgift 3.** Lös nedanstående differentialekvationer.

A.  $y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = 0$

B.  $y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = 10$

C.  $y''(t) - 4y'(t) + 4y(t) = 0$

D.  $y''(t) - 4y'(t) + 4y(t) = t$

**Uppgift 4.** När värmesystemet i ett hus går sönder kan man anta att inomhustemperaturen sjunker i en takt som är proportionell mot skillnaden i temperatur mellan inne och ute (Newtons avsvlningslag). Anta att värmesystemet går sönder en dag när det är  $-10^\circ \text{C}$  ute. Inomhustemperaturen är från början  $20^\circ \text{C}$  men efter en timme har den sjunkit till  $17^\circ \text{C}$ . Efter hur lång tid är det minusgrader inomhus?

#### DISKUSSIONSUPPGIFTER

Här är några extra uppgifter att diskutera vid seminariet. Lösningar behöver inte skrivas ner i förväg.

- Bestäm  $\arcsin(-1/2)$ ,  $\arccos(-1/2)$ ,  $\arctan \sqrt{3}$  och  $\ln(1/\sqrt{e})$
- Beräkna  $\arcsin(\sin(3\pi/4))$  och  $\cos(\arcsin(1/5))$
- Förenkla så långt som möjligt nedanstående uttryck:

$$\ln e^x \quad \ln \frac{1}{e} \quad \ln 18 - 2 \ln 3 \quad e^{\ln \pi} \quad \ln(e^{2x} \cdot e^{-3x})$$

- Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan  $y = e^x$  i den punkt på kurvan som har  $x$ -koordinat 0. Hitta med hjälp av tangenten ett närmevärde till  $e^{1/10}$ .
- På vilka intervall är funktionen  $f(t) = te^{-t^2}$  strängt växande respektive strängt avtagande? Är  $f$  inverterbar?
- Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan  $y = \arctan x$  i den punkt på kurvan som har  $x$ -koordinat 1.
- Skissa grafen  $y = f(x)$  till funktionen  $f(x) = \arctan x + \arctan(1/x)$ , med hjälp av bl a en derivataundersökning.
- En kurva i planet definieras (implicit) av ekvationen

$$\arctan(xy) = \frac{\pi}{4} e^{x-y}.$$

Finn ekvationen för tangenten till kurvan i punkten  $(1, 1)$ .

- Lös initialvärdesproblemet

$$\begin{cases} y''(t) - 6y'(t) + 9y(t) = 18 \\ y(0) = 2, \quad y'(0) = 1 \end{cases}$$

- Lös initialvärdesproblemet

$$\begin{cases} y''(t) + y(t) = \sin t \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$

- Beräkna  $\cos(\arctan x)$ ,  $\sin(\arctan x)$  och  $\cos\left(\arccos \frac{4}{5} + \arcsin \frac{5}{13}\right)$
- Finns det något  $x$  sådant att  $\arctan(\tan x) \neq x$ ? Ange ett sådant  $x$  om det finns och förklara annars varför det inte kan finnas.
- För alla  $x$  gäller att  $\tan(\arctan x) = x$ . Använd implicit derivering för att härleda derivatan av  $\arctan x$ .