



## Uppgifter till Seminarium 5

Se [www.kth.se/social/course/SF1625](http://www.kth.se/social/course/SF1625) för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna. **Detta seminarium inleds med en inlämning.** Lös uppgifterna 1-4 nedan och skriv ner lösningarna med en lösning per blad. Skriv namn och födelsedatum på varje blad. När seminariet börjar får du veta vilken uppgift som ska lämnas in. Inlämningen sker när seminariet börjar, så man får **inte komma för sent!** Innan du börjar med seminarieuppgifterna ska du lösa de rekommenderade uppgifterna ur Calculus av Adams och Essex (8:e upplagan), nämligen:

Kapitel 5.1: uppg 1, 3, 7, 9, 17, 33. Kapitel 5.2: uppg 1, 3. Kapitel 5.3: uppg 1, 5, 9, 11, 17. Kapitel 5.4: uppg 1, 3, 23. Kapitel 5.5: uppg 3, 8, 27, 33, 39, 40, 41. Kapitel 5.6: uppg 5, 6, 7, 9, 21, 23, 43. Kapitel 5.7: uppg 11, 17. Kapitel 6.1: uppg 1, 3, 5, 7, 13, 21. Kapitel 6.2: uppg 1, 5, 9, 11, 13, 23.

---

### SEMINARIEUPPGIFTER

**Uppgift 1.** Beräkna nedanstående integraler.

A.  $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$

B.  $\int_0^1 \frac{1}{4+x^2} dx$

C.  $\int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx$

D.  $\int_{-3}^{-2} \frac{1}{x+1} dx$

E.  $\int_{-3}^3 |2x-1| dx$

F.  $\int \frac{1}{x \ln x} dx$

**Uppgift 2.** Bestäm det positiva talet  $x$  så att integralen  $\int_0^x (-t^2 + 4t + 5) dt$  maximeras. Bestäm också integralens maximala värde. Går det att lösa denna uppgift på mer än ett sätt?

**Uppgift 3.** Derivera nedanstående funktioner med avseende på  $x$ .

A.  $f(x) = \int_1^x \frac{\sin t}{t} dt$

B.  $g(x) = \int_x^1 \frac{\sin t}{t} dt$

C.  $h(x) = \int_1^{x^2} \frac{\sin t}{t} dt$

**Uppgift 4.** Approximera integralen  $\int_1^3 \frac{dt}{t}$  med en Riemannsumma

A. med två termer

B. med fyra termer

C. Förklara varför dina svar på A och B kan användas som (grova) approximationer av  $\ln 3$ .

#### DISKUSSIONSUPPGIFTER

Här är några extra uppgifter att diskutera vid seminariet. Lösningar behöver inte skrivas ner i förväg.

- Beräkna integralen  $\int_0^1 x^2(1+x^3)^{-2/3} dx$
- Beräkna integralen  $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+\sin x} dx$
- Beräkna integralen  $\int_1^e x \ln x dx$
- Bestäm alla primitiva funktioner till  $f(x) = x^2 \cos x$
- Bestäm alla primitiva funktioner till  $g(x) = \tan x$
- Beräkna integralen  $\int_{-5}^{-4} \frac{1}{x^2 + 4x + 3} dx$
- Hur beräknar man lättast integralen  $\int_0^{2\pi} \sin^2 x dx$  ?
- På hur många olika sätt kan du beräkna integralen  $\int_0^1 x\sqrt{1-x} dx$  ?