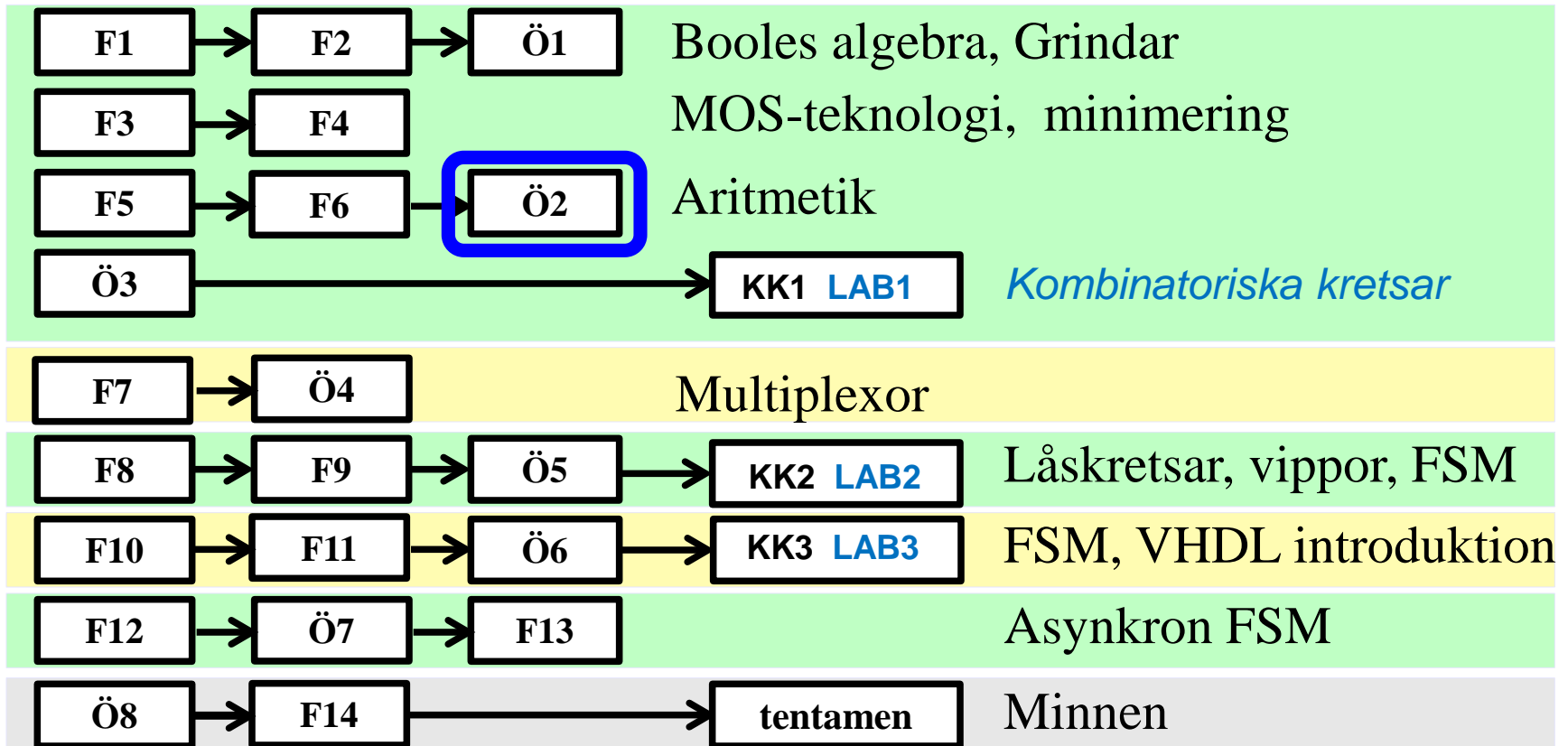
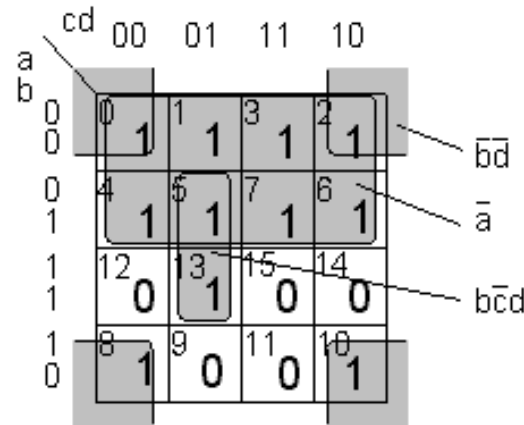


IE1204 Digital Design



*Föreläsningar och övningar bygger på varandra! Ta alltid igen det Du missat!
Läs på i förväg – delta i undervisningen – arbeta igenom materialet efteråt!*

Maurice Karnaugh



Karnaugh-diagrammet gör det enkelt att minimera Booleska uttryck!

En funktion av fyra variabler a b c d

Sanningstabellen till höger innehåller 11 st 1:or och 5 st 0:or. Funktionen kan uttryckas på SP-form med 11 st mintermer eller på PS-form med 5 st maxtermer.

	abcd	f
0	0000	1
1	0001	1
2	0010	1
3	0011	1
4	0100	1
5	0101	1
6	0110	1
7	0111	1
8	1000	1
9	1001	0
10	1010	1
11	1011	0
12	1100	0
13	1101	1
14	1110	0
15	1111	0

$$f(a,b,c,d) = \sum(0,1,2,3,4,5,6,7,8,10,13)$$

$$f = \overline{a}bcd + a\overline{b}cd + ab\overline{c}d + abc\overline{d} + abcd + \overline{a}\overline{b}cd + \overline{a}b\overline{c}d + \overline{a}bc\overline{d} + \overline{a}bcd + a\overline{b}\overline{c}d + a\overline{b}c\overline{d} + ab\overline{c}\overline{d} + abc\overline{d}$$

$$f(a,b,c,d) = \prod(9,11,12,14,15)$$

$$f = (\overline{a}+b+c+d) \cdot (\overline{a}+b+c+\overline{d}) \cdot (\overline{a}+b+\overline{c}+d) \cdot (\overline{a}+\overline{b}+c+d) \cdot (\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}+\overline{d})$$

		cd			
		00	01	11	10
a	b	0	1	3	2
		0	1	1	1
0	1	4	5	7	6
1	1	1	1	1	1
1	1	12	13	15	14
1	1	0	1	0	0
1	0	8	9	11	10
0	0	1	0	0	1

Den som använt Booles algebra vet att det därefter följer ett mödosamt arbete för att ta fram enklare uttryck. Mintermerna kan kombineras på många olika sätt som alla resulterar i olika förenklade uttryck - hur vet man om man har funnit det enklaste?

Ett diagram med enhetsavstånd

Karnaughdiagrammet är sanningstabellen men med en annan ordning. Lagg märke till numreringen!

	abcd
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

		cd			
		00	01	11	10
a	0	0	1	3	2
	1	4	5	7	6
b	0	12	13	15	14
	1	8	9	11	10

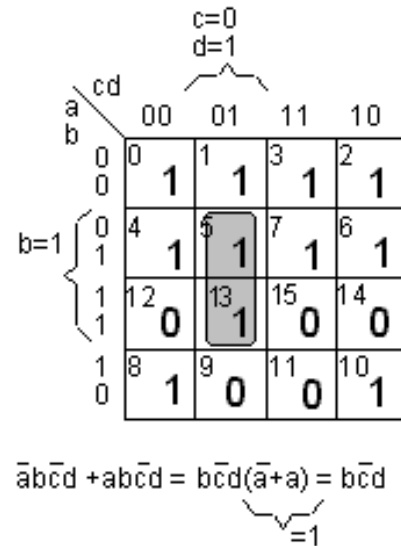
Rutorna är ordnade så att endast en bit ändras mellan två vertikala eller horisontella rutor. Denna ordning kallas för Gray-kod.

Två "grannar"

Rutorna "5" och "13" är "grannar" i Karnaughdiagrammet (fast det är långt mellan dem i sanningstabellen).

De svarar mot *två* mintermer med *fyra* variabler, och i figuren visas hur de med Booles algebra, kan reduceras till *en* term med *tre* variabler.

	abcd	f
0	0000	1
1	0001	1
2	0010	1
3	0011	1
4	0100	1
5	0101	1
6	0110	1
7	0111	1
8	1000	1
9	1001	0
10	1010	1
11	1011	0
12	1100	0
13	1101	1
14	1110	0
15	1111	0

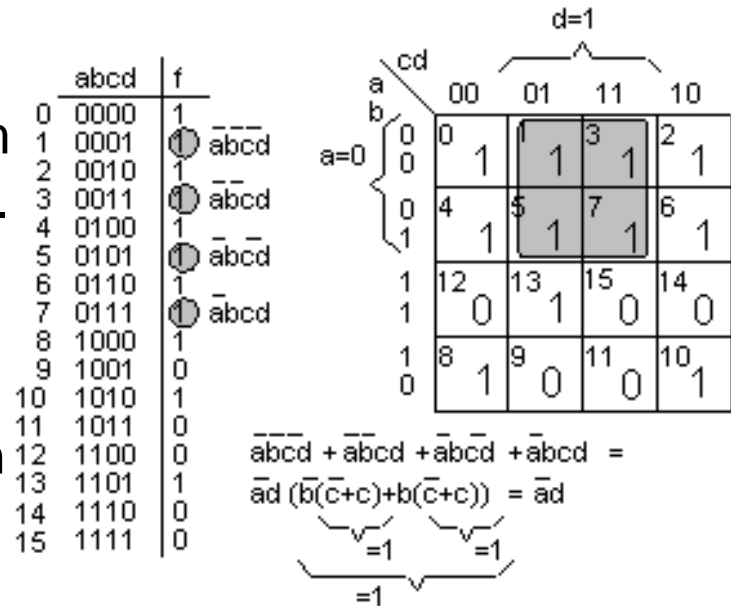


Det de två rutorna har gemensamt är att $b=1$, $c=0$ och $d=1$, och den reducerade termen uttrycker precis detta.

Överallt i Karnaughdiagrammet där man hittar två ettor som är "grannar" (vertikalt eller horisontellt) kan man reducera de mintermerna till *det som är gemensamt* för de två rutorna. Detta kallas för en **hoptagning**.

Fyra "grannar"

Rutorna "1" "3" "5" "7" är en grupp av fyra rutor med ettor som ligger som "grannar" till varandra. Även här går de fyra mintermerna att reducera till en term som uttrycker det som är gemensamt för rutorna, nämligen att $a=0$ och $d=1$.



Överallt i Karnaughdiagrammet där man hittar sådana grupper av fyra ettor kan man göra sådana förenklingar, **hoptagningar**.

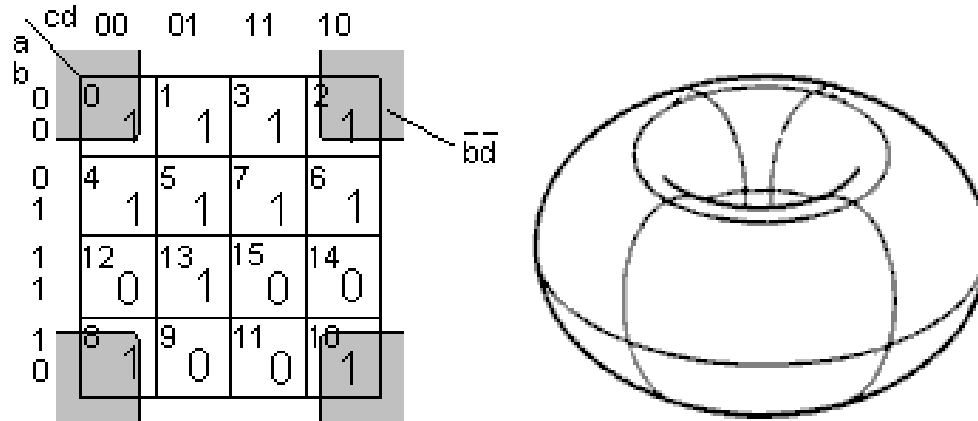
Åtta "grannar"

		cd			
		00	01	11	10
a=0	b	0	1	3	2
	0	1	1	1	1
	0	4	5	7	6
	1	1	1	1	1
1	1	12	13	15	14
	1	0	1	0	0
1	1	8	9	11	10
	0	1	0	0	1

The diagram shows a 4x4 grid of cells. The top-left cell (row 0, column 0) is labeled '0'. The top row is labeled 'a=0' with a bracket. The first column is labeled 'b'. The columns are labeled 'cd' with values 00, 01, 11, 10. The cells in the second row (row 1) are shaded gray. An arrow labeled 'ā' points to the cell at row 1, column 3 (value 1).

Alla grupper av 2, 4, 8, (... 2^N dvs. med jämna 2-potenser) rutor som innehåller ettor kan reduceras till en term, med "det som är gemensamt", en **hoptagning**.

Karnaugh - toroid



Egentligen bör man avbilda Karnaughdiagrammet på en toroid (en donut). När man en kant, så börjar diagrammet om från den motsatta sidan! Ruta 0 är således "granne" med ruta 2, men även "granne" med ruta 8 som är granne med ruta 10. De fyra ettorna i hörnen har $b=0$ och $d=0$ gemensamt och kan därför bilda en hoptagning.

Bästa hoptagningar?

Man söker efter så stora hoptagningar som möjligt. I exemplet finns det en hoptagning med åtta ettor (rutorna 0,1,3,2,4,5,7,6). Hörnen (0,2,8,10) är en hoptagning av fyra ettor.

		cd						
		00	01	11	10			
a b	0	0	1	1	3	2	1	
	0	4	5	7	6	1		
	1	12	13	15	14	0	1	
	1	8	9	11	10	1	0	0

$$f(a,b,c,d) = \bar{a} + \bar{b}\bar{d} + b\bar{c}d$$

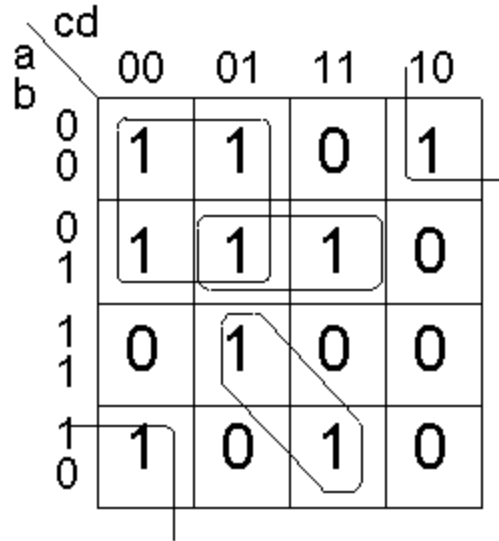
Två av rutorna (0, 2) har redan tagits med i den första hoptagningen, men inget hindrar att en ruta blir medtagen flera gånger.

Alla ettor måste med i funktionen, antingen i en hoptagning, eller som en minterm. Ettan i ruta 13 kan bilda en hoptagning med ettan i ruta 5, någon större hoptagning finns tyvärr inte för denna etta.

- Jämför den resulterande funktionen med de ursprungliga 11 mintermerna!

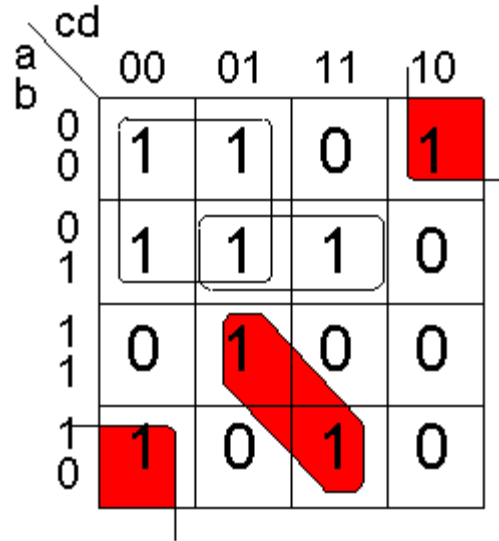
Felaktiga hoptagningar?

Finns det några felaktiga hoptagningar i detta Karnaugh-diagram?



Felaktiga hoptagningar?

Finns det några felaktiga hoptagningar i detta Karnaugh-diagram?



Hoptagningar ska vara 2, 4, 8 (= tvåpotenser) "grannar" vertikalt eller horisontellt, ej diagonalt.

ÖH 6.1 Karnaughdiagrammet

a b		cd			
		00	01	11	10
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1

ÖH 6.1 Karnaughdiagrammet

\overline{bd}

a b		cd			
		00	01	11	10
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1

ÖH 6.1 Karnaughdiagrammet

\overline{bd}

abd

a b		cd			
		00	01	11	10
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1

ÖH 6.1 Karnaughdiagrammet

$\overline{\overline{bd}}$

$\overline{\overline{acd}}$

abd

a b		cd			
		00	01	11	10
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1

ÖH 6.1 Karnaughdiagrammet

$\overline{\overline{bd}}$

$\overline{\overline{acd}}$

abd

a \ b		cd			
		00	01	11	10
0	0	1	1	0	1
	1	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0
	0	1	0	0	1

$$f = \overline{\overline{bd}} + \overline{\overline{acd}} + abd$$

(ÖH 6.2 Karnaughdiagrammet)

		cd			
		00	01	11	10
a	0	1	0	0	1
	0	0	0	0	0
b	1	0	1	1	1
	1	1	0	0	1

(ÖH 6.2 Karnaughdiagrammet)

$\overline{\overline{bd}}$

a b		cd			
		00	01	11	10
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1

(ÖH 6.2 Karnaughdiagrammet)

$\overline{\overline{bd}}$

abd

a b		cd			
		00	01	11	10
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1

(ÖH 6.2 Karnaughdiagrammet)

$\overline{\overline{bd}}$

a b		cd			
		00	01	11	10
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1

abd

abc

(ÖH 6.2 Karnaughdiagrammet)

$\overline{\overline{bd}}$

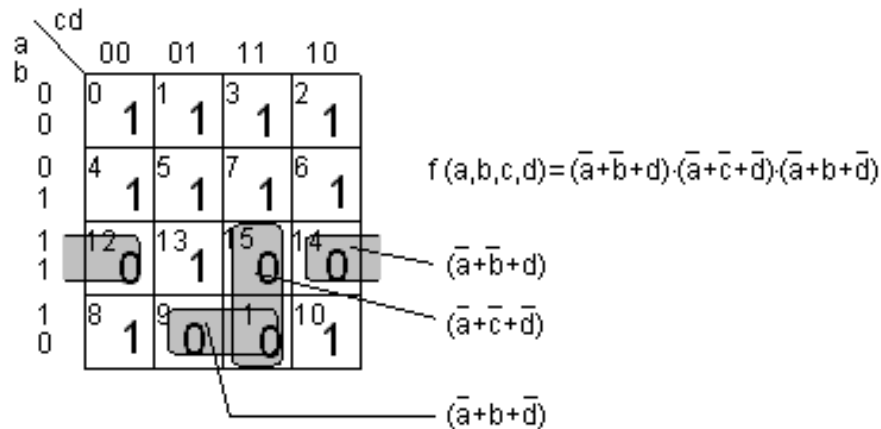
a b		cd			
		00	01	11	10
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1

abd

abc

$$f = \overline{\overline{bd}} + abd + abc$$

Hoptagningar av 0:or



Karnaughdiagrammet är också användbart för hoptagning av 0:or. Hoptagningarna kan omfatta samma antal rutor som i fallet med hoptagning av 1:or. I detta exempel kan 0:orna tas ihop i par med sina "grannar". Maxtermerna förenklas till *det som är gemensamt* för rutorna.

De Morgan

- Tips!

		cd			
		00	01	11	10
a	b	0	1	3	2
	0	1	1	1	1
0	1	4	5	7	6
1	1	1	1	1	1
1	1	12	13	15	14
1	0	0	1	0	0
1	0	8	9	11	10
0	0	1	0	0	1

$\bar{f}(a,b,c,d) = \bar{a}\bar{b}d + \bar{a}cd + a\bar{b}\bar{d}$

$\bar{\bar{f}} = \{\text{deMorgan}\} =$

$= \overline{\bar{a}\bar{b}d + \bar{a}cd + a\bar{b}\bar{d}} =$

$= (\overline{\bar{a}\bar{b}d}) \cdot (\overline{\bar{a}cd}) \cdot (\overline{a\bar{b}\bar{d}}) =$

$= (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (\bar{a} + \bar{c} + \bar{d}) \cdot (\bar{a} + \bar{b} + d) = f$

Tar man ihop 0:or som om de vore 1:or får man funktionens invers! (det vill säga helt fel)

Med De Morgans lag kan man därefter ta fram den icke-inverterade funktionen. (nu helt rätt)

Andra variabelantal

	c	b	a
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1

	ba			
c	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

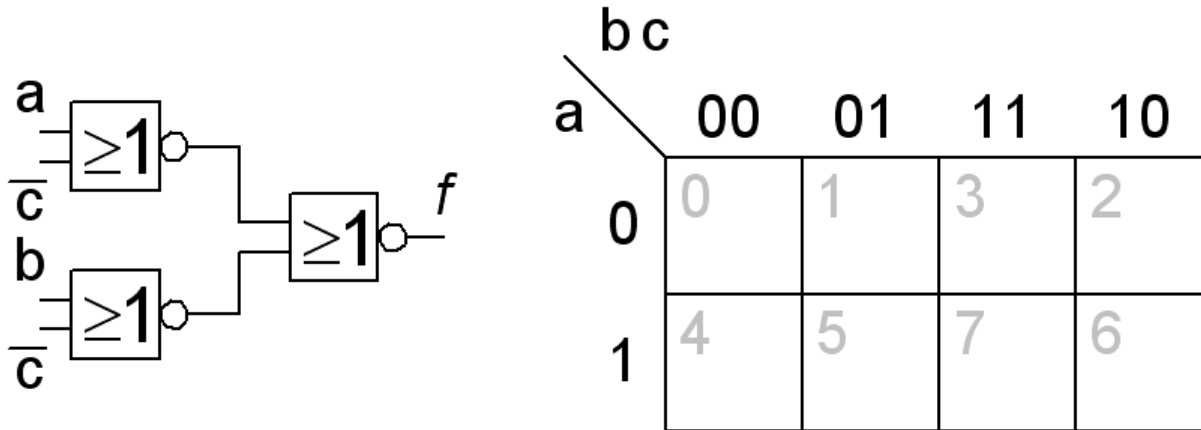
	b	a
0	0	0
1	0	1
2	1	0
3	1	1

	a	
b	0	1
0	0	1
1	2	3

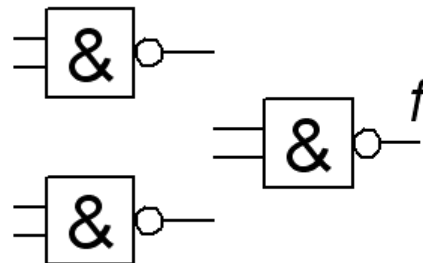
Karnaughdiagram med tre och två variabler är också användbara.

Metoden kan med lite möda även användas för 5 och 6 variabler – men enklare är att använda något av de generella minimeringsprogram som finns.

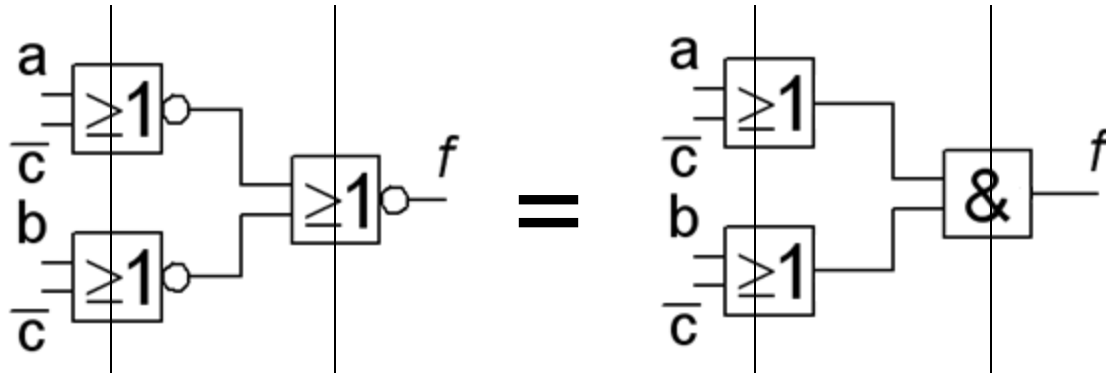
ÖH 6.4 Byt från NOR till NAND



?



ÖH 6.4



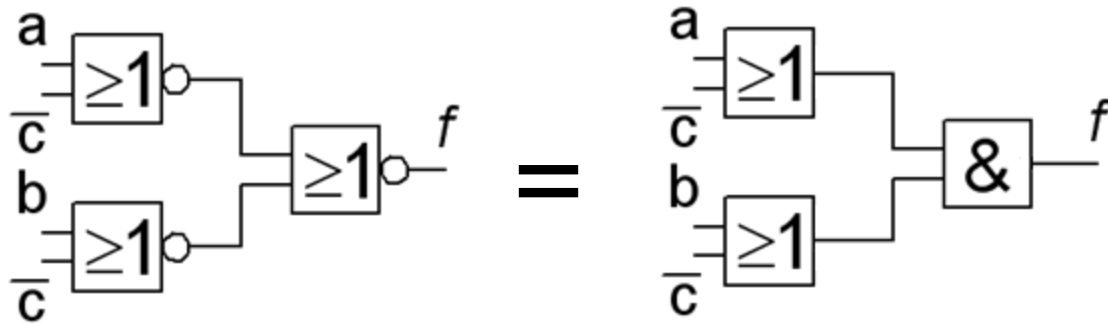
NOR-NOR till OR-AND byt "rakt av!"

Algebraiskt:

$$(a + \bar{c})(b + \bar{c}) = \overline{\overline{(a + \bar{c})(b + \bar{c})}} = \overline{\overline{(a + \bar{c})} + \overline{\overline{(b + \bar{c})}}}$$

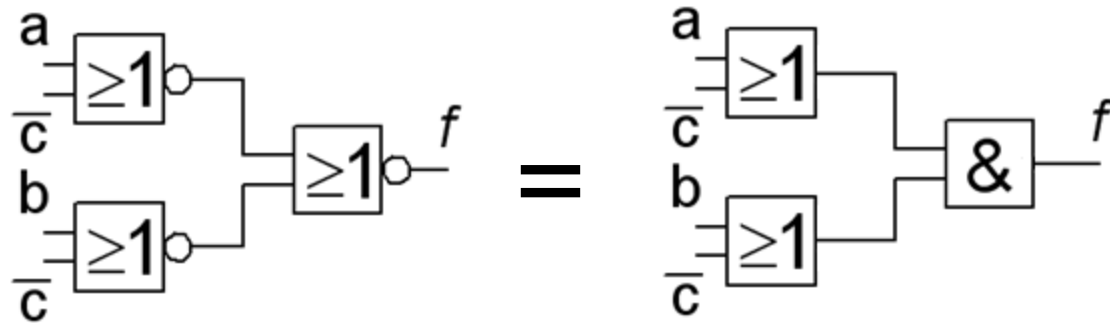
OR-AND \longleftrightarrow NOR-NOR

ÖH 6.4



$$f(a,b,c) = (a + \bar{c}) \cdot (b + \bar{c})$$

ÖH 6.4



$$f(a,b,c) = (a + \bar{c}) \cdot (b + \bar{c})$$

		bc			
		00	01	11	10
a	0	0	0	0	2
	1	4	0	7	6

The truth table shows the output f for all combinations of inputs a, b, c . The output is 0 for the combinations (0,1,1), (1,1,1), and (1,1,0), which are highlighted with boxes in the original image. The other combinations result in an output of 1.

ÖH 6.4

		bc			
		00	01	11	10
a	0	0 1	1	3	2 1
	1	4 1	5	7 1	6 1

ÖH 6.4

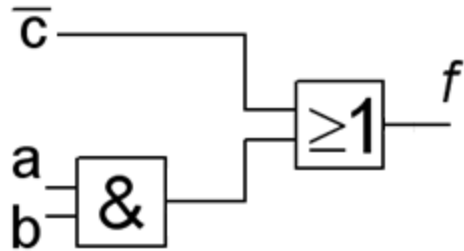
		bc			
		00	01	11	10
a	0	0 1	1	3	2 1
	1	4 1	5	7 1	6 1

$$f(a,b,c) = \bar{c} + a \cdot b$$

ÖH 6.4

		bc			
		00	01	11	10
a	0	0 1	1	3	2 1
	1	4 1	5	7 1	6 1

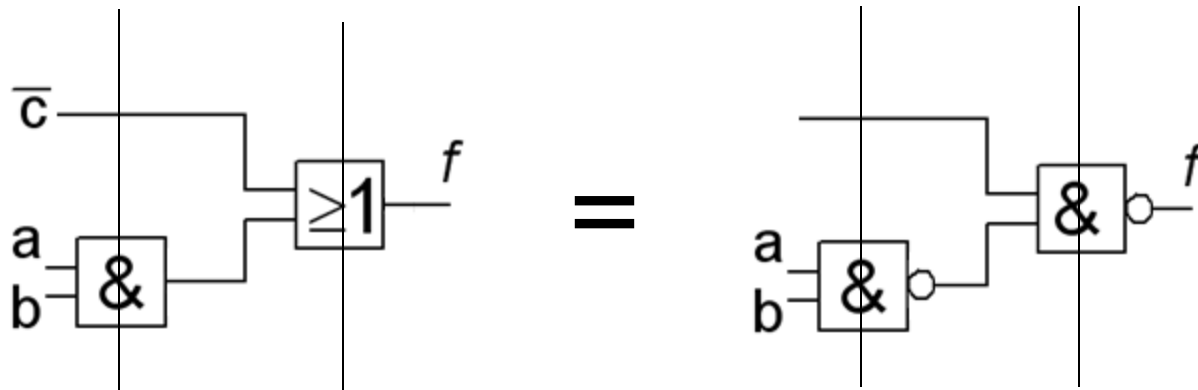
$$f(a,b,c) = \bar{c} + a \cdot b$$



ÖH 6.4

a \ bc	00	01	11	10
0	0 1	1	3	2 1
1	4 1	5	7 1	6 1

$$f(a,b,c) = \bar{c} + a \cdot b$$



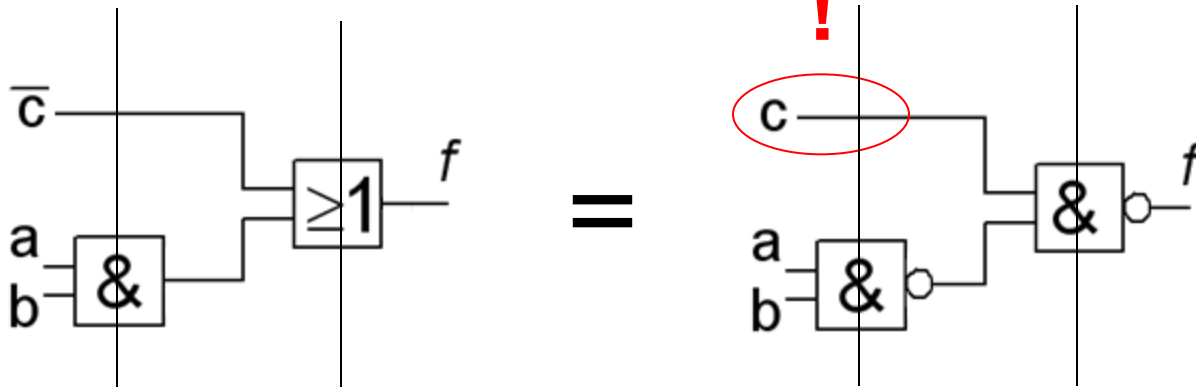
AND-OR NAND-NAND Byt grindar "rakt av"

ÖH 6.4

	bc			
a	00	01	11	10
0	0 1	1	3	2 1
1	4 1	5	7 1	6 1

$$f(a,b,c) = \bar{c} + a \cdot b$$

Grind saknas på denna nivå



Algebraiskt: $ab + \bar{c} = \overline{\overline{ab + \bar{c}}} = \overline{a \cdot b \cdot c}$

AND-OR \leftrightarrow NAND-NAND

ÖH 6.4

	bc			
a	00	01	11	10
0	0 1	1	3	2 1
1	4 1	5	7 1	6 1

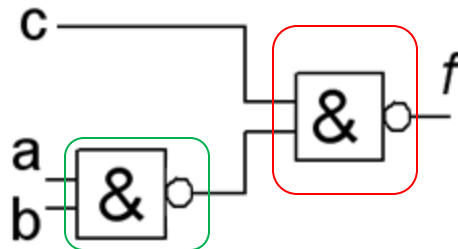
$$f(a,b,c) = \bar{c} + a \cdot b$$

Eller algebraiskt:

Dubbelinvertera = standardknep ↓

De Morgan

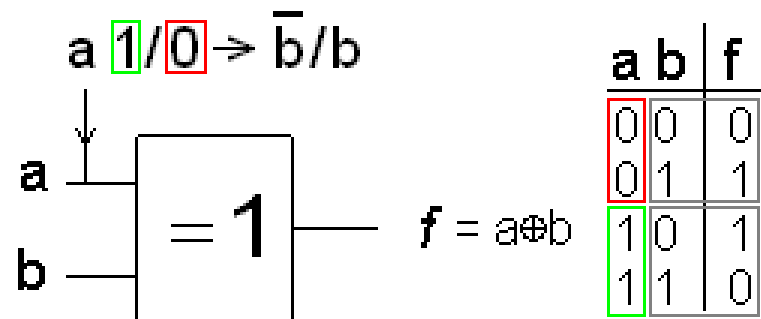
$$\bar{c} + a \cdot b = \overline{\overline{\bar{c} + a \cdot b}} = \overline{c \cdot \overline{a \cdot b}}$$



William Sandqvist william@kth.se

PLD-kretsar har utgångsinverterare

PLD-kretsar har ofta en XOR-grind på utgången så att man vid behov skall kunna invertera funktionen. Man kan då välja mellan att ta ihop 0:or eller 1:or efter vad som är fördelaktigast.



När styrsignalen a är "1" blir utgången lika med b 's invers, när a är "0" blir utgången lika med b .

ÖH 6.5 Minimera med K-map

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 2, 4, 8, 10, 12) \quad f = ? \quad \overline{f} = ?$$

ÖH 6.5 Minimera med K-map

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 2, 4, 8, 10, 12) \quad f = ? \quad \overline{f} = ?$$

	x_3	x_2	x_1	x_0	f
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

ÖH 6.5 Minimera med K-map

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 2, 4, 8, 10, 12) \quad f = ? \quad \overline{f} = ?$$

	x_3	x_2	x_1	x_0	f
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

		x_1x_0			
		00	01	11	10
x_3	0	0	1	3	2
	1	4	5	7	6
x_2	0	12	13	15	14
	1	8	9	11	10

ÖH 6.5 Minimera med K-map

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 2, 4, 8, 10, 12) \quad f = ? \quad \overline{f} = ?$$

	x_3	x_2	x_1	x_0	f
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

		x_1x_0			
		00	01	11	10
x_3	0	0 1	1 0	3 0	2 1
	1	4 1	5 0	7 0	6 0
x_2	0	12 1	13 0	15 0	14 0
	1	8 1	9 0	11 0	10 1

ÖH 6.5

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 2, 4, 8, 10, 12) \quad f = ? \quad \overline{f} = ?$$

Hoptagning av ettor

Hoptagning av nollor

		x_1x_0			
		00	01	11	10
x_3	0	0 1	1 0	3 0	2 1
	0	4 1	5 0	7 0	6 0
x_2	1	12 1	13 0	15 0	14 0
	1	8 1	9 0	11 0	10 1

ÖH 6.5

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 2, 4, 8, 10, 12) \quad f = ? \quad \overline{f} = ?$$

Hoptagning av ettor

Hoptagning av nollor

		$x_1 x_0$			
		00	01	11	10
x_3	0	0 1	1 0	3 0	2 1
	0	4 1	5 0	7 0	6 0
x_2	1	12 1	13 0	15 0	14 0
	1	8 1	9 0	11 0	10 1

$$f = \overline{x_1} \overline{x_0} + \overline{x_2} \overline{x_0}$$

ÖH 6.5

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 2, 4, 8, 10, 12) \quad f = ? \quad \overline{f} = ?$$

Hoptagning av ettor

		x_1x_0			
		00	01	11	10
x_3	0	0	1	3	2
	0	1	0	3	2
x_2	0	4	5	7	6
	1	4	5	7	6
	1	12	13	15	14
	1	12	13	15	14
	1	8	9	11	10
	0	8	9	11	10

$$f = \overline{x_1}\overline{x_0} + \overline{x_2}\overline{x_0}$$

Hoptagning av nollor

		x_1x_0			
		00	01	11	10
x_3	0	0	1	3	2
	0	1	0	3	2
x_2	0	4	5	7	6
	1	4	5	7	6
	1	12	13	15	14
	1	12	13	15	14
	1	8	9	11	10
	0	8	9	11	10

ÖH 6.5

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 2, 4, 8, 10, 12) \quad f = ? \quad \overline{f} = ?$$

Hoptagning av ettor

		x_1x_0			
		00	01	11	10
x_3	0	0	1	3	2
	0	1	0	0	1
x_2	0	4	5	7	6
	1	1	0	0	0
1	1	12	13	15	14
	1	1	0	0	0
1	0	8	9	11	10
	0	1	0	0	1

$$f = \overline{x_1}\overline{x_0} + \overline{x_2}\overline{x_0}$$

Hoptagning av nollor

		x_1x_0			
		00	01	11	10
x_3	0	0	1	3	2
	0	1	0	0	1
x_2	0	4	5	7	6
	1	1	0	0	0
1	1	12	13	15	14
	1	1	0	0	0
1	0	8	9	11	10
	0	1	0	0	1

$$\overline{f} = \{ 0 : \text{or som } 1 : \text{or} \} = x_0 + x_2x_1$$

ÖH 6.5

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 2, 4, 8, 10, 12) \quad f = ? \quad \overline{f} = ?$$

Hoptagning av ettor

		x_1x_0			
		00	01	11	10
x_3	0	0	1	3	2
	0	1	0	0	1
x_2	0	4	5	7	6
	1	1	0	0	0
1	1	12	13	15	14
	1	1	0	0	0
1	0	8	9	11	10
	0	1	0	0	1

Hoptagning av nollor

		x_1x_0			
		00	01	11	10
x_3	0	0	1	3	2
	0	1	0	0	1
x_2	0	4	5	7	6
	1	1	0	0	0
1	1	12	13	15	14
	1	1	0	0	0
1	0	8	9	11	10
	0	1	0	0	1

$$f = \overline{x_1}\overline{x_0} + \overline{x_2}\overline{x_0}$$

$$\overline{f} = \{ 0 : \text{or som } 1 : \text{or} \} = x_0 + x_2x_1$$

Denna gång var det förmånligast att ta ihop 0:or och invertera utgången!

ÖH 6.8 Don't Care terms

Ibland kan problemställningen vara sådan att vissa ingångskombinationer är "omöjliga" och därför *inte* kan inträffa. Sådana mintermer (eller maxtermer) betecknar man med *d* ("don't care") och använder dom som ett eller nollor allt efter vad som passar bäst för att få så stora hoptagningar som möjligt.

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(3, 5, 7, 11) + d(6, 15) \quad f = ? \quad \bar{f} = ?$$

(En risk kan vara att det som är "omöjligt" trots allt ändå händer!
Därför kan det ofta vara bättre att ta om hand *alla* kombinationer.)

ÖH 6.8

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(3, 5, 7, 11) + d(6, 15) \quad f = ? \quad \bar{f} = ?$$

Hoptagning av ettor.

Hoptagning av nollor.

		$x_1 x_0$			
		00	01	11	10
x_3	0	0 ⁰ 0	1 ⁰ 0	3 ¹ 1	2 ⁰ 0
	1	4 ⁰ 0	5 ¹ 1	7 ¹ 1	6 ⁻ -
x_2	1	12 ⁰ 0	13 ⁰ 0	15 ⁻ -	14 ⁰ 0
	0	8 ⁰ 0	9 ⁰ 0	11 ¹ 1	10 ⁰ 0

ÖH 6.8

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(3, 5, 7, 11) + d(6, 15) \quad f = ? \quad \bar{f} = ?$$

Hoptagning av ettor.

Hoptagning av nollor.

		$x_1 x_0$		$\bar{x}_3 x_2 x_0$	
		00	01	11	10
x_3	0	0	1	3	2
	0	0	0	1	0
x_2	0	4	5	7	6
	1	0	1	1	-
x_1	1	12	13	15	14
	1	0	0	-	0
x_0	1	8	9	11	10
	0	0	0	1	0

$$f = x_1 x_0 + \bar{x}_3 x_2 x_0$$

ÖH 6.8

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(3, 5, 7, 11) + d(6, 15) \quad f = ? \quad \bar{f} = ?$$

Hoptagning av ettor.

		$x_1 x_0$		$\bar{x}_3 x_2 x_0$	
		00	01	11	10
x_3	0	0	1	3	2
	0	0	0	1	0
x_2	0	4	5	7	6
	1	0	1	1	-
1	1	12	13	15	14
	1	0	0	-	0
1	0	8	9	11	10
	0	0	0	1	0

$x_1 x_0$

$$f = x_1 x_0 + \bar{x}_3 x_2 x_0$$

Hoptagning av nollor.

		$x_1 x_0$			
		00	01	11	10
x_3	0	0	1	3	2
	0	0	0	1	0
x_2	0	4	5	7	6
	1	0	1	1	-
1	1	12	13	15	14
	1	0	0	-	0
1	0	8	9	11	10
	0	0	0	1	0

ÖH 6.8

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(3, 5, 7, 11) + d(6, 15) \quad f = ? \quad \bar{f} = ?$$

Hoptagning av ettor.

		$x_1 x_0$		$\bar{x}_3 x_2 x_0$		
		00	01	11	10	
x_3	x_2	0	0	1	3	2
		0	0	1	0	
0	1	4	5	7	6	
	1	0	1	1	-	
1	1	12	13	15	14	
	1	0	0	-	0	
1	0	8	9	11	10	
	0	0	0	1	0	

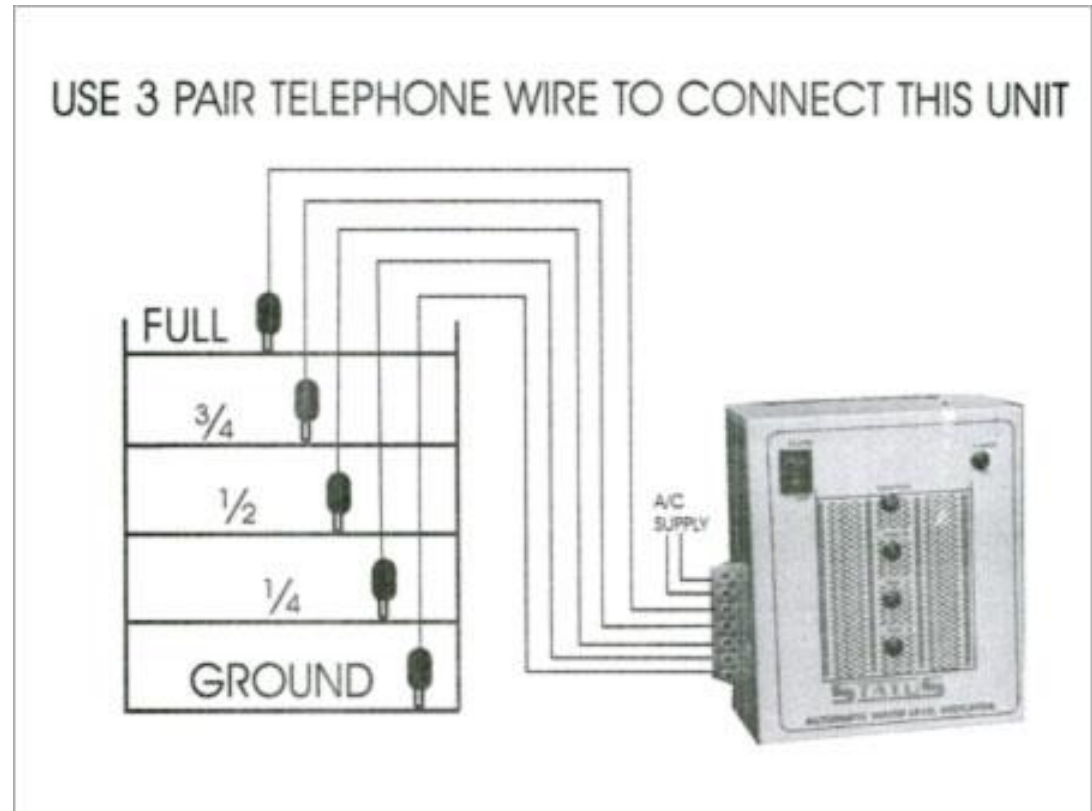
$$f = x_1 x_0 + \bar{x}_3 x_2 x_0$$

Hoptagning av nollor.

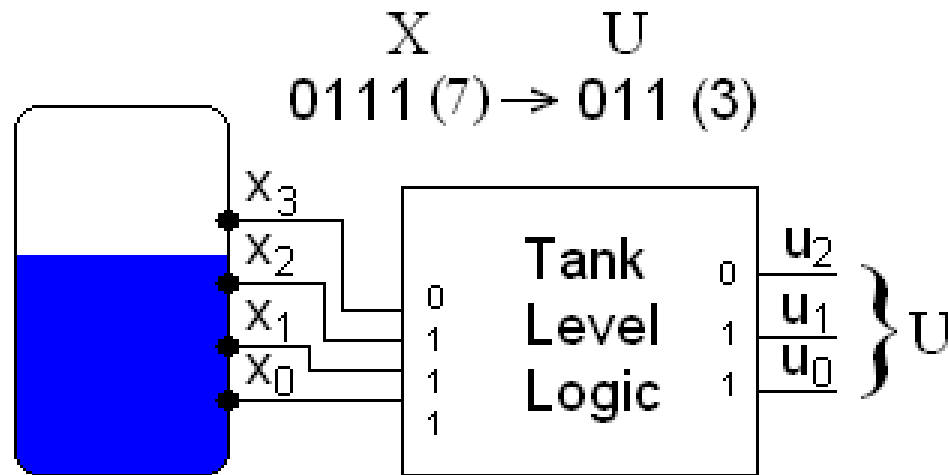
		$x_1 x_0$		$\bar{x}_2 \bar{x}_1$	
		00	01	11	10
x_3	x_2	0	0	1	2
		0	0	1	0
0	1	4	5	7	6
	1	0	1	1	-
1	1	12	13	15	14
	1	0	0	-	0
1	0	8	9	11	10
	0	0	0	1	0

$$\bar{f} = \bar{x}_0 + \bar{x}_2 \bar{x}_1 + x_3 \bar{x}_1$$

Larm för vattentank

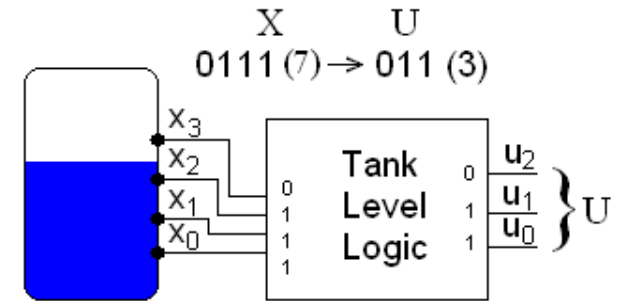


ÖH 8.2



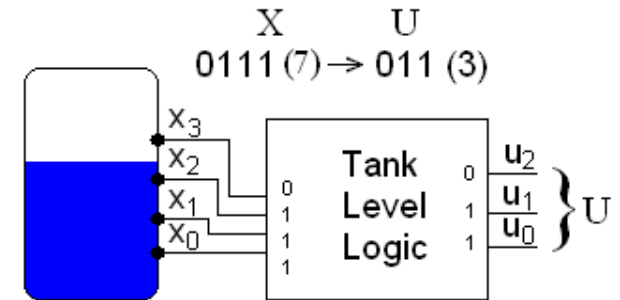
8.2

X	x_3	x_2	x_1	x_0	U	u_2	u_1	u_0



8.2

X	x_3	x_2	x_1	x_0	U	u_2	u_1	u_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	1
3	0	0	1	1	2	0	1	0
7	0	1	1	1	3	0	1	1
15	1	1	1	1	4	1	0	0



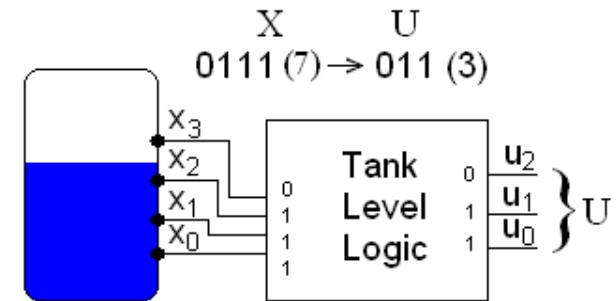
Endast in-koderna X 0, 1, 3, 7, 15 kan förekomma. Övriga in-koder kan användas som "don't care".

Vi kan direkt se i tabellen att u_2 och x_3 är lika varför u_2 kan anslutas direkt till x_3 . $u_2 = x_3$.

De övriga uttrycken fås med hjälp av deras Karnaughdiagram.

8.2

X	x_3	x_2	x_1	x_0	U	u_2	u_1	u_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	1
3	0	0	1	1	2	0	1	0
7	0	1	1	1	3	0	1	1
15	1	1	1	1	4	1	0	0



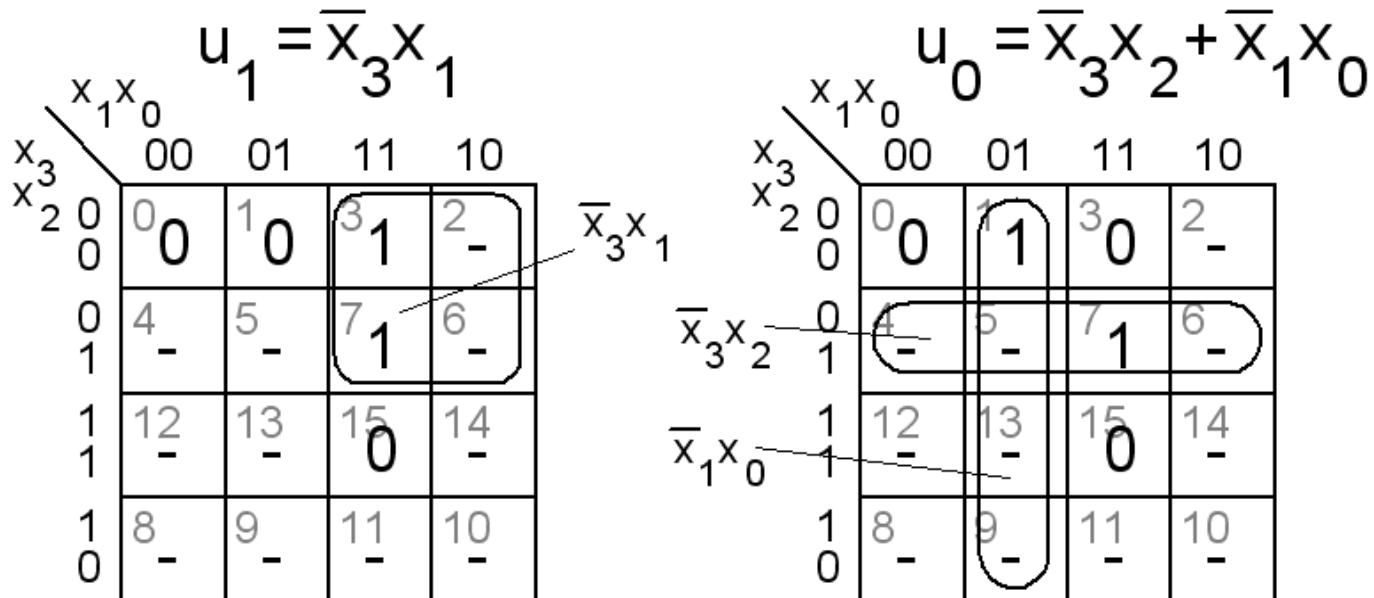
Endast in-koderna X 0, 1, 3, 7, 15 kan förekomma. Övriga in-koder kan användas som "don't care".

Vi kan direkt se i tabellen att u_2 och x_3 är lika varför u_2 kan anslutas direkt till x_3 . $u_2 = x_3$.

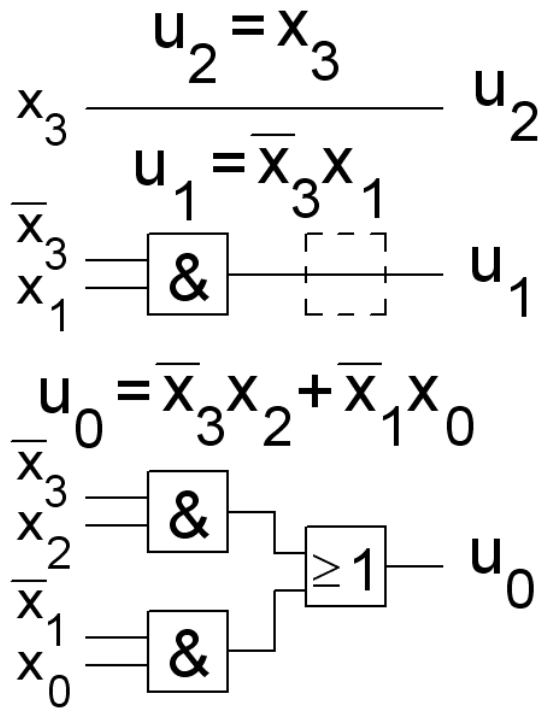
De övriga uttrycken fås med hjälp av deras Karnaughdiagram.

8.2

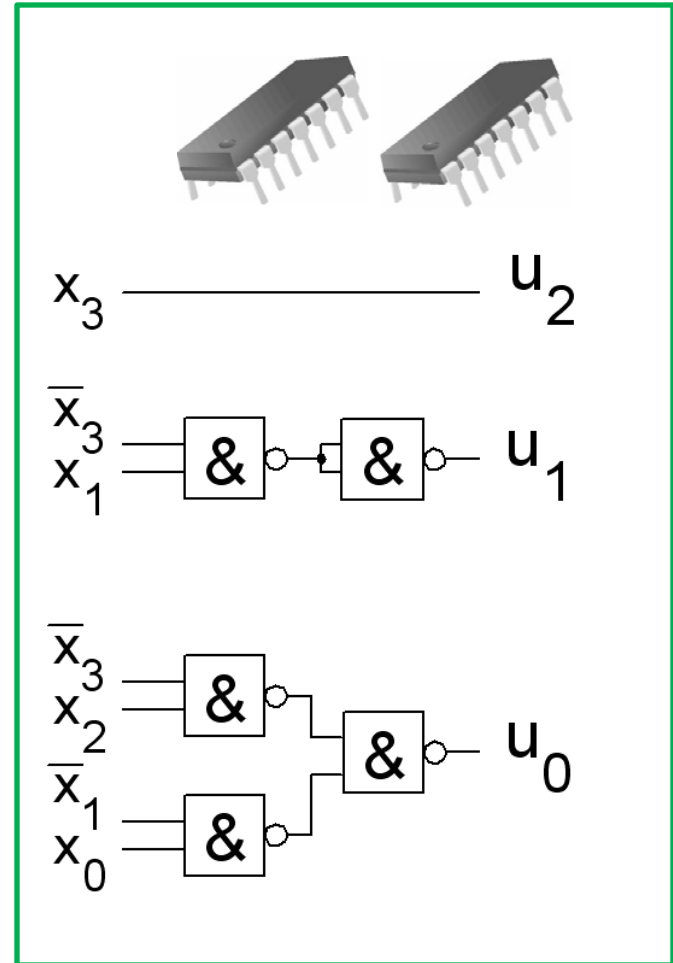
X	x_3	x_2	x_1	x_0	U	u_2	u_1	u_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	1
3	0	0	1	1	2	0	1	0
7	0	1	1	1	3	0	1	1
15	1	1	1	1	4	1	0	0



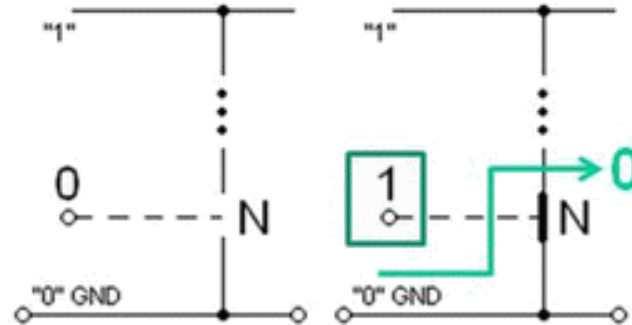
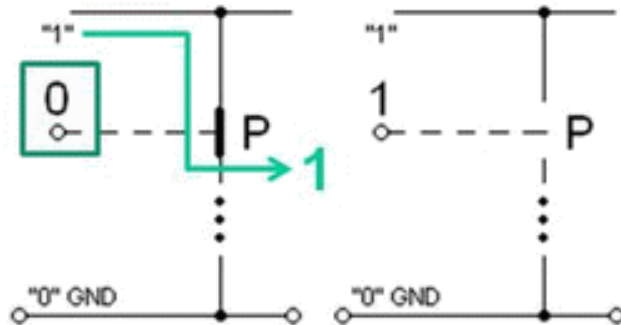
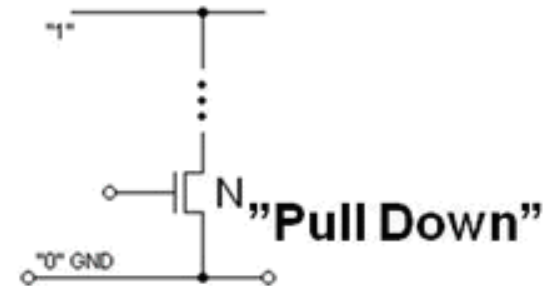
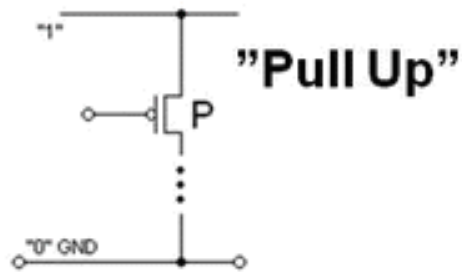
8.2



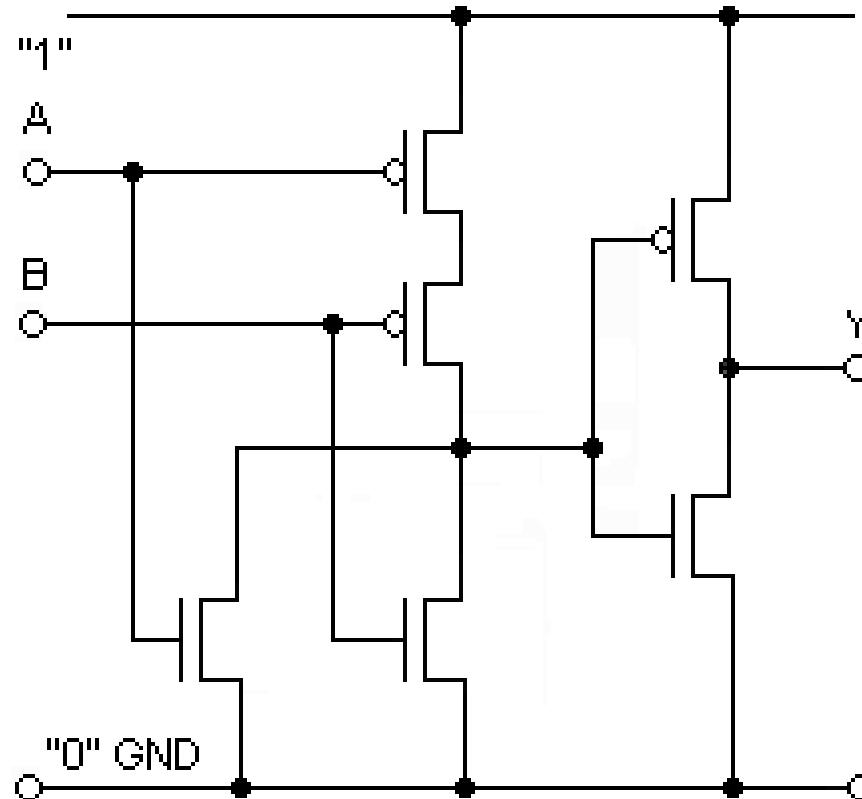
=



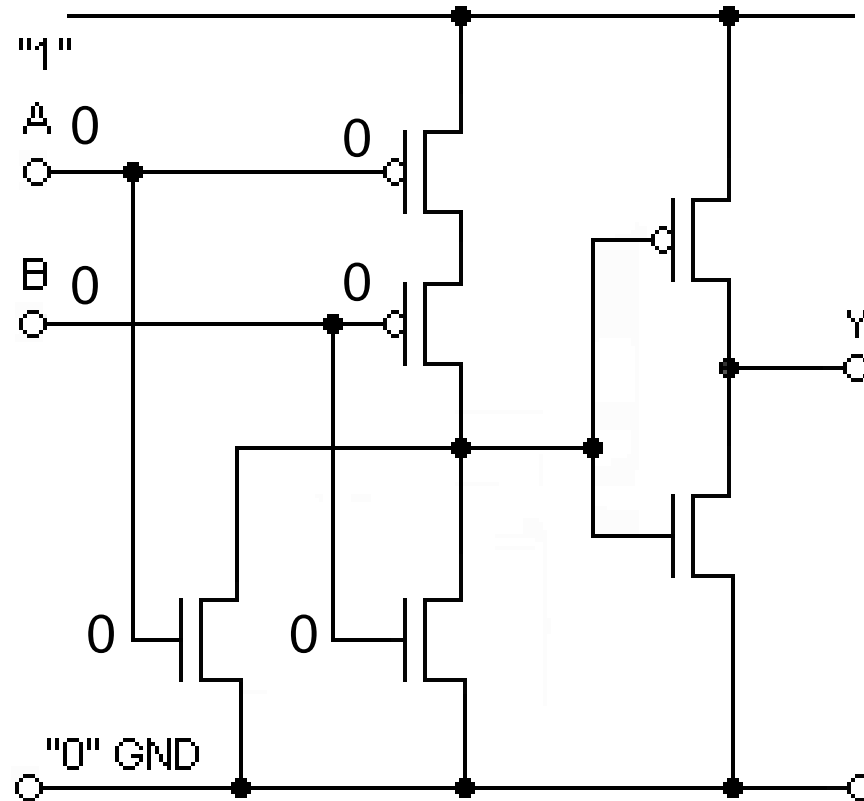
P och N MOS-transistorer



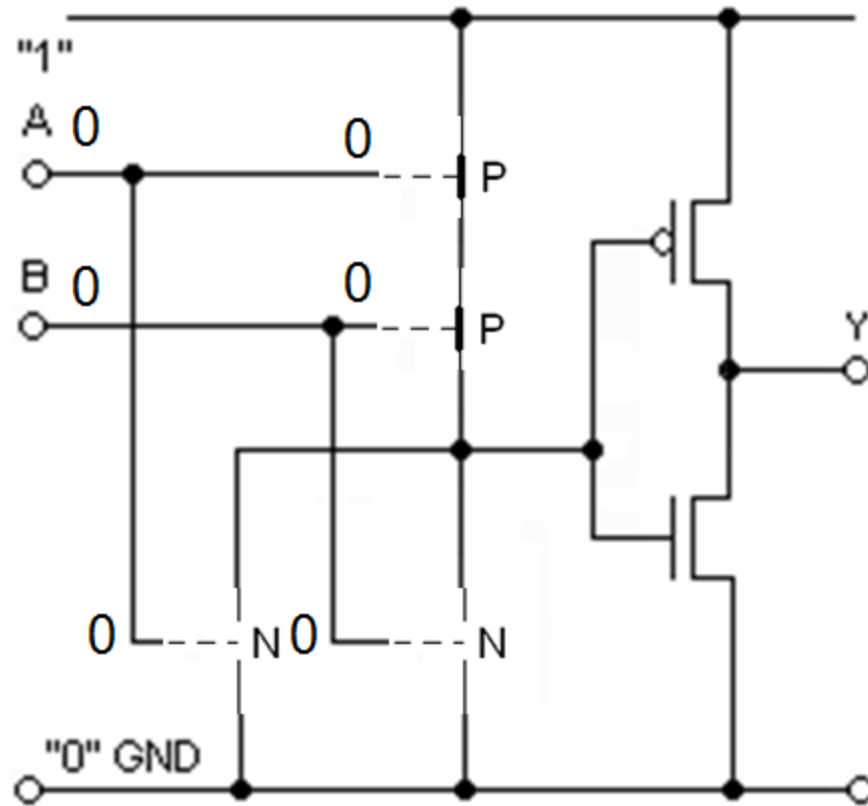
ÖH 7.3 CMOS-grind ?



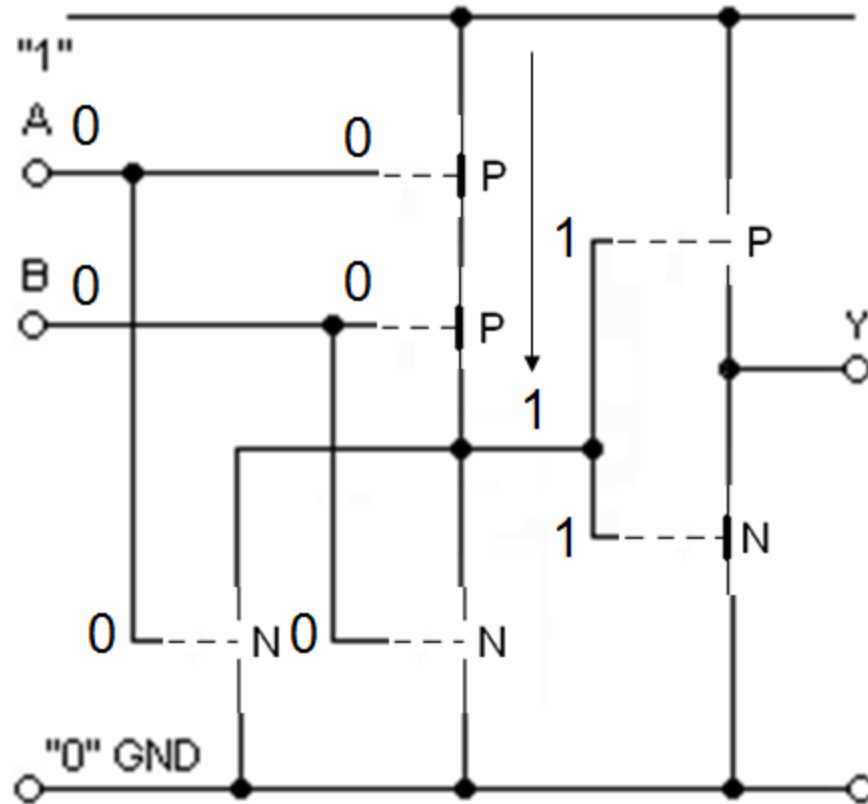
ÖH 7.3 A=0 B=0



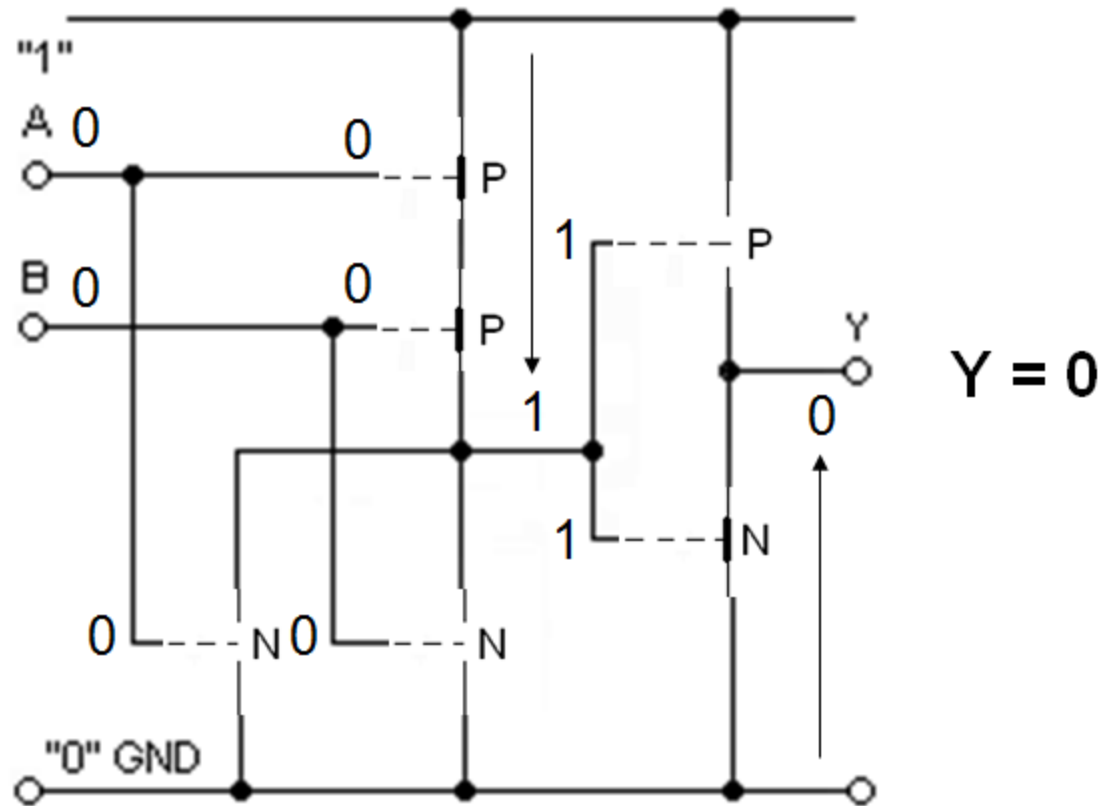
ÖH 7.3 A=0 B=0



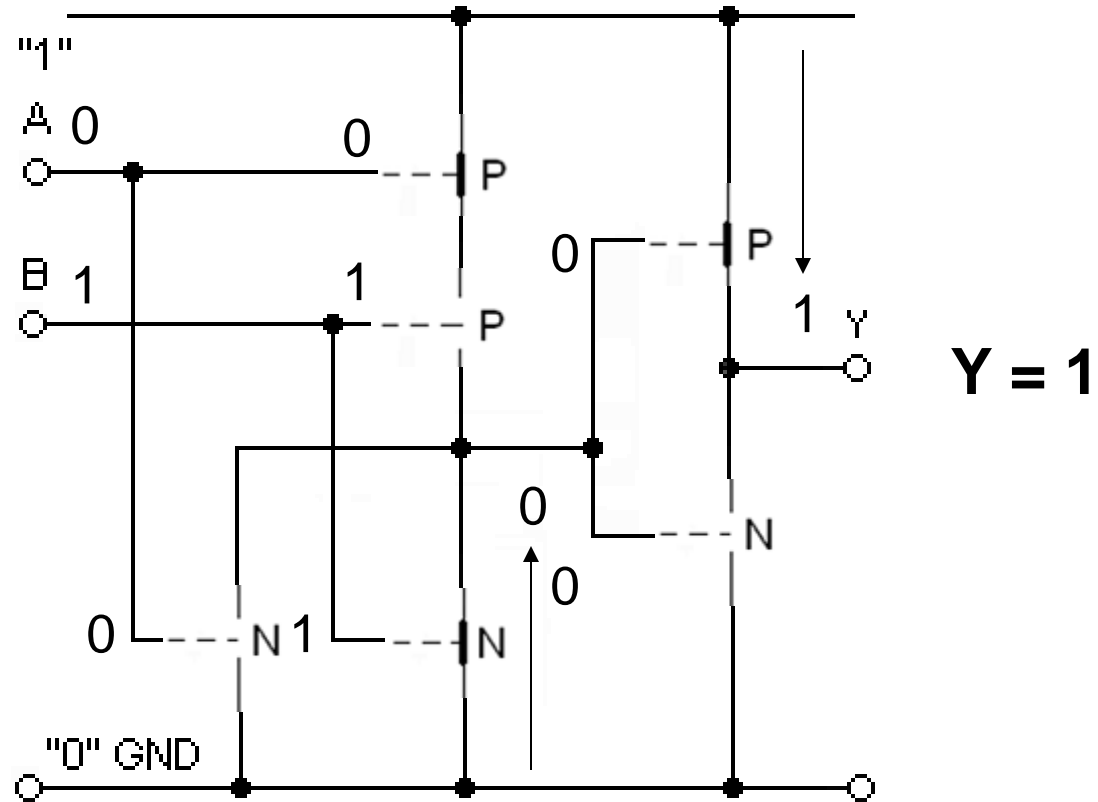
ÖH 7.3 A=0 B=0



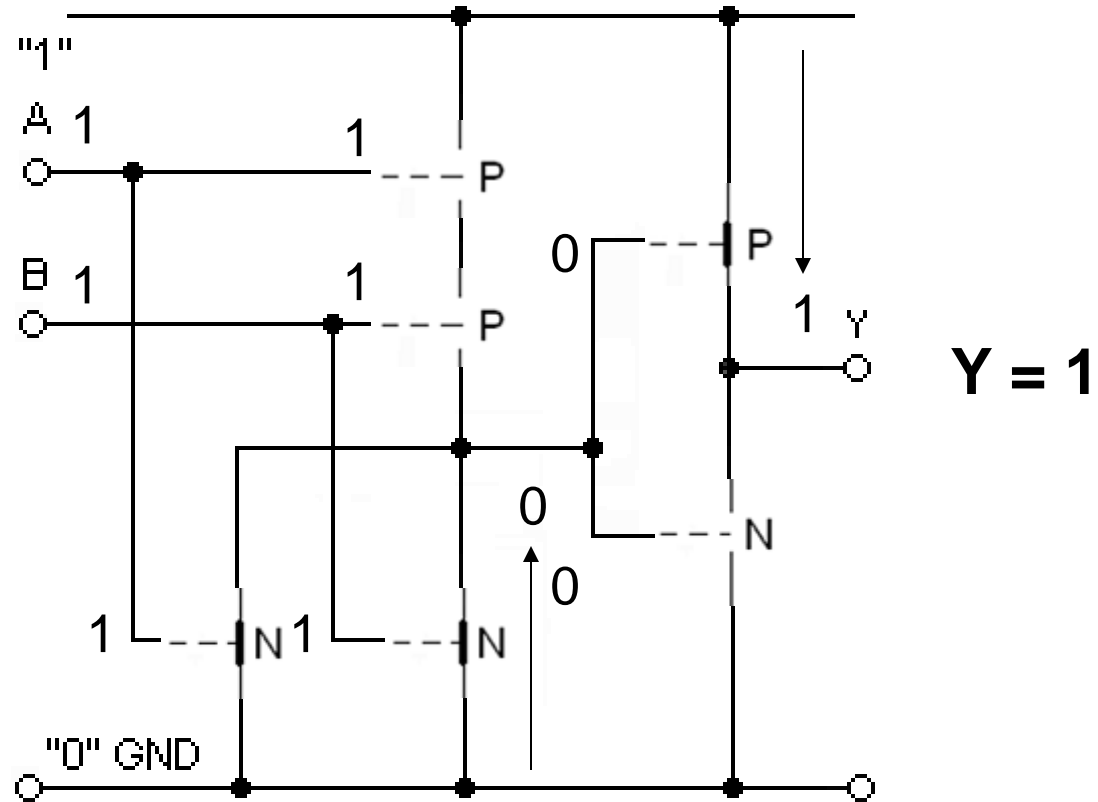
ÖH 7.3 A=0 B=0



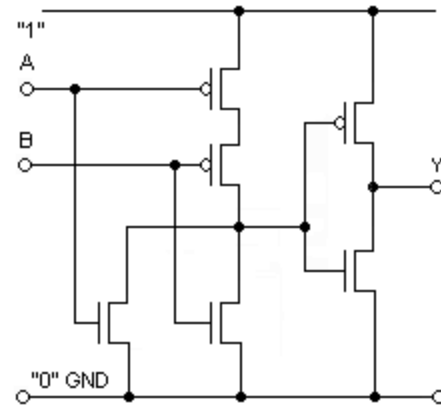
ÖH 7.3 A=0 B=1



ÖH 7.3 A=1 B=1



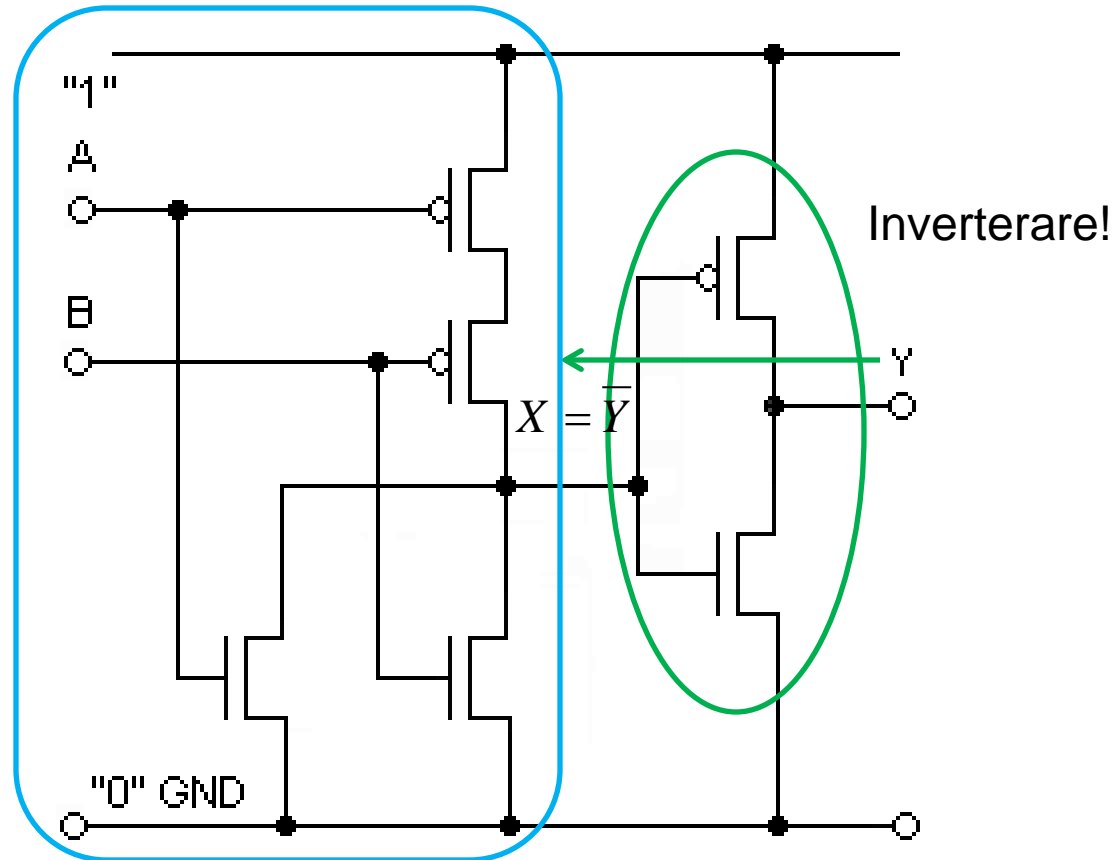
7.3



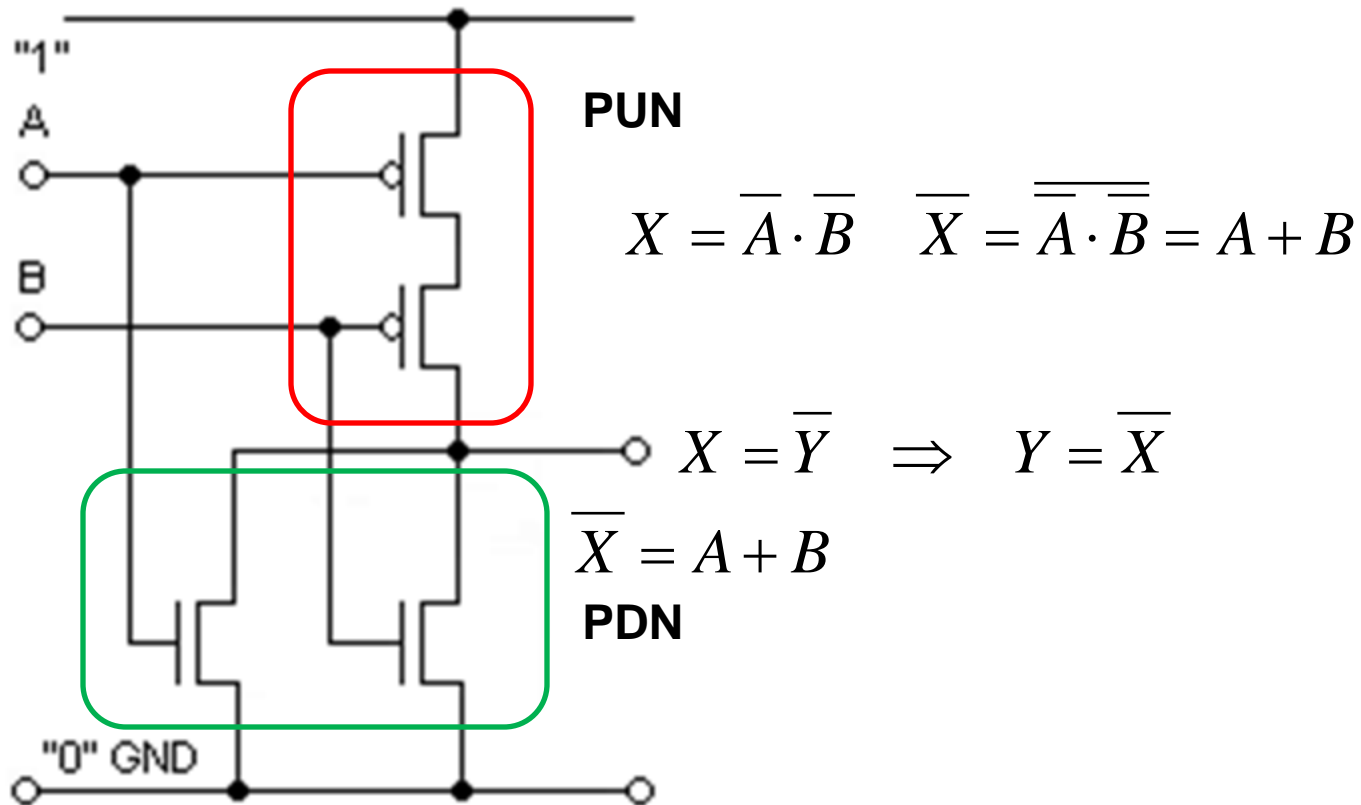
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

OR-grind

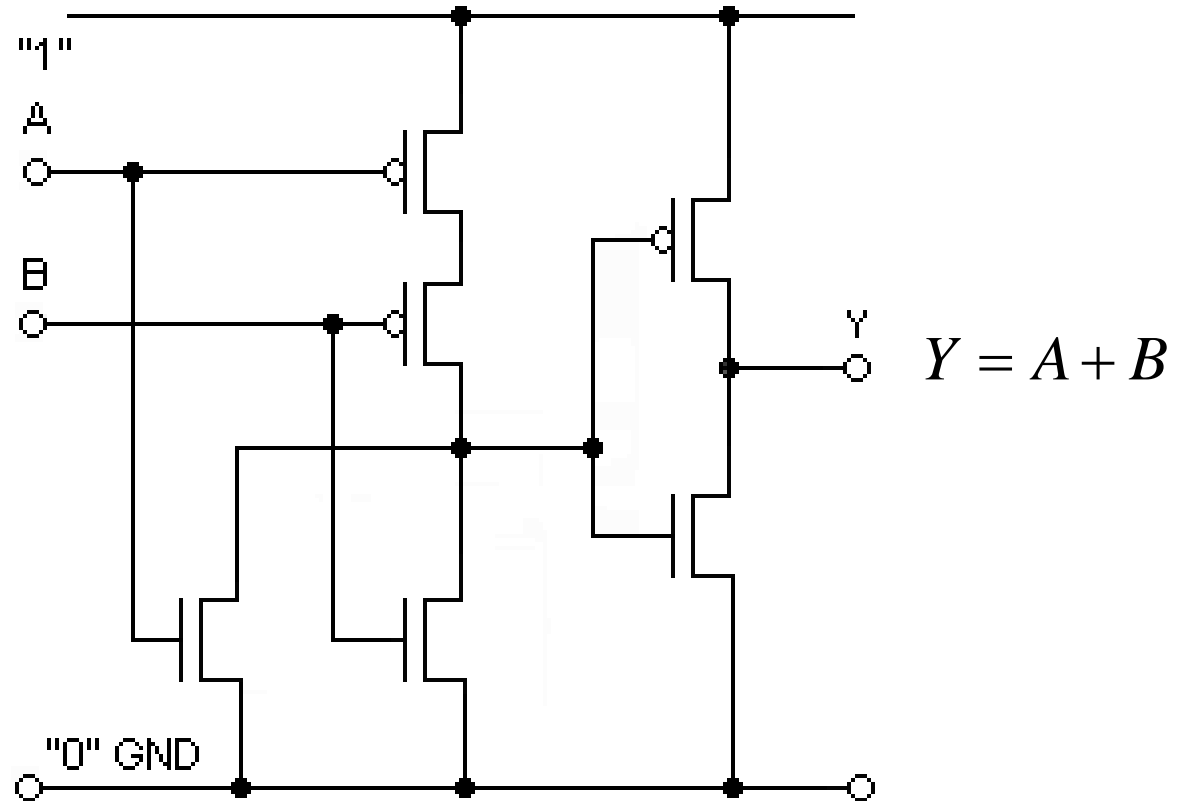
ÖH 7.3 CMOS-grind ?



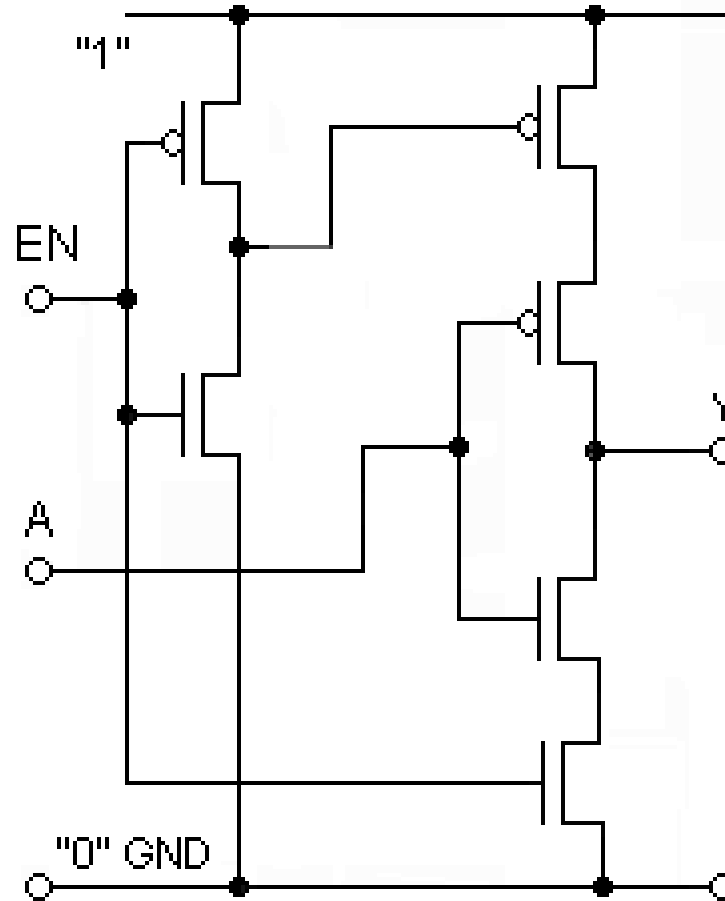
ÖH 7.3 CMOS-grind ?



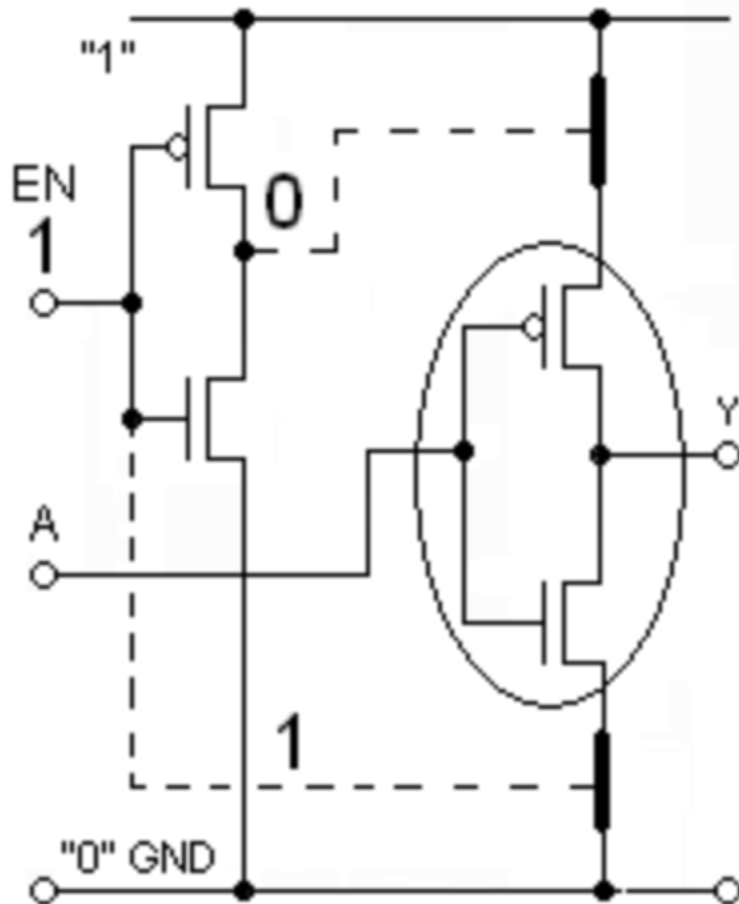
ÖH 7.3 CMOS-grind !



ÖH 7.4 CMOS-grind ?



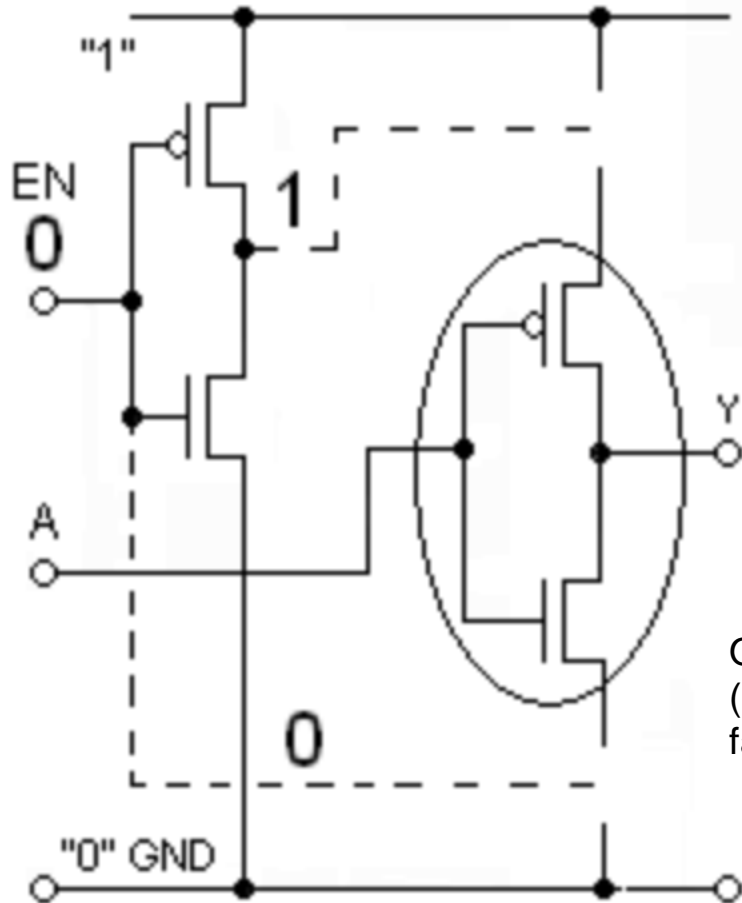
7.4 EN = 1



$$Y = \overline{A}$$

När EN = 1 har vi en inverterare.

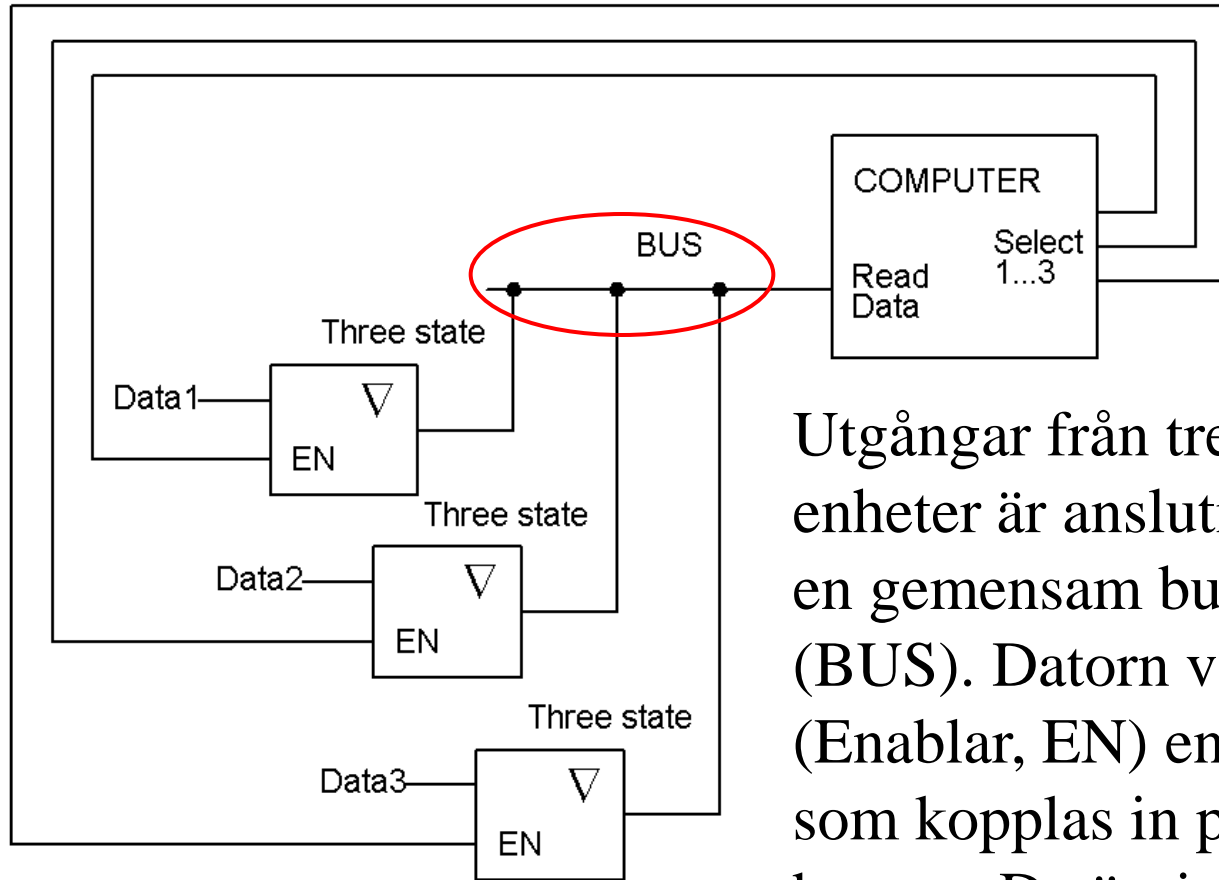
7.4 EN = 0



När EN = 0 är utgången helt bortkopplad från matningspänning och jord. A kan inte längre påverka utgången.

Detta är ett tredje utgångstillstånd, "Threestate".

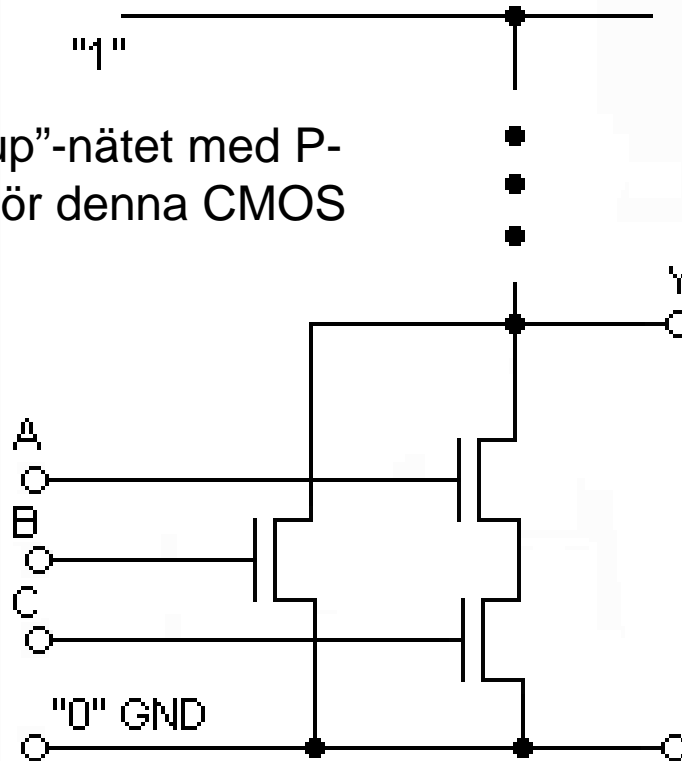
Om många utgångar kopplas ihop till samma tråd ("buss") så kan ju bara *en* av utgångarna åt gången få vara aktiv. De övriga är i Threestate-tillståndet.



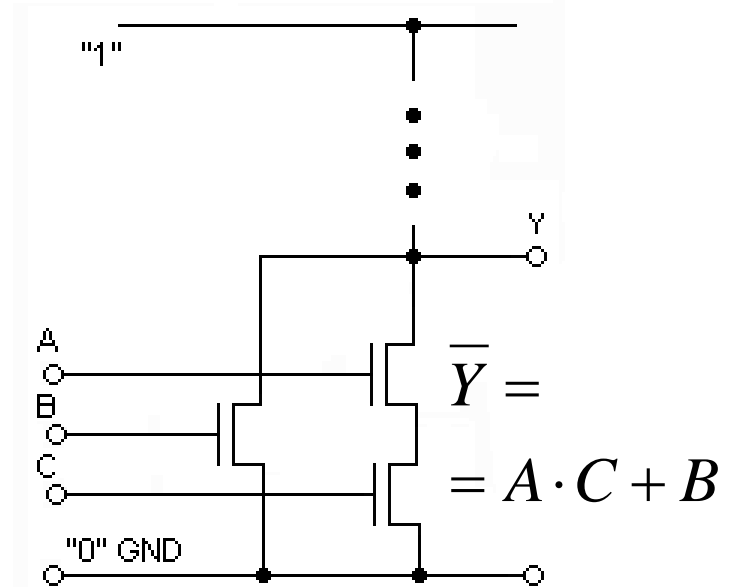
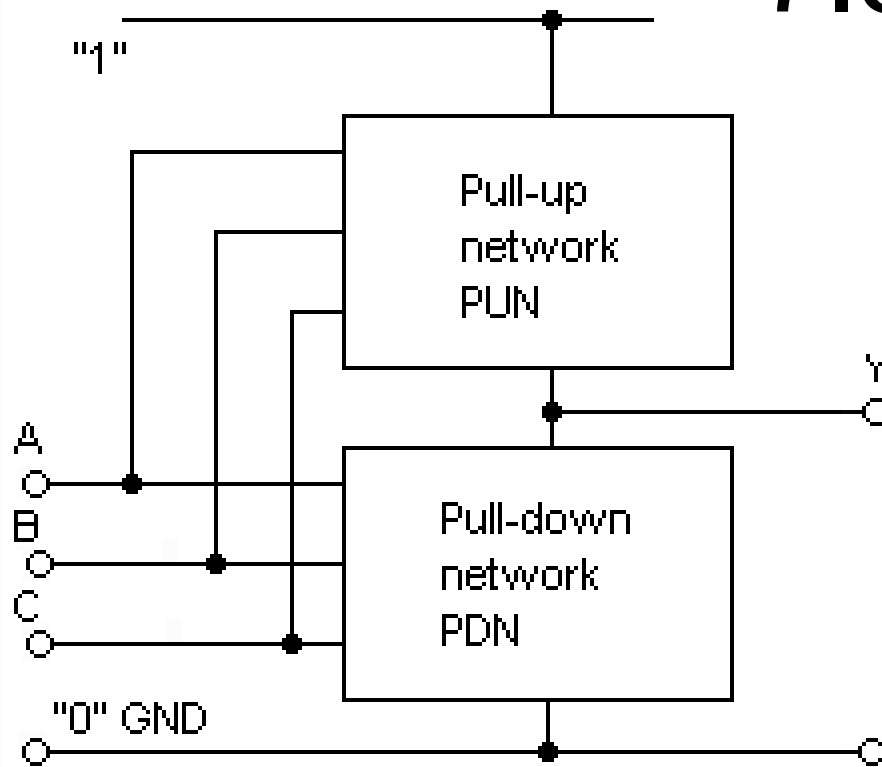
Utgångar från tre olika enheter är anslutna till en gemensam buss (BUS). Datorn väljer ut (Enablar, EN) en i taget som kopplas in på bussen. De övriga två förblir urkopplade, (Three state).

ÖH 7.5 CMOS-grind ?

Tillverka "Pull-up"-nätet med P-transistorerna för denna CMOS grind.



7.5



Pull-down nätet ger funktionens invers. Pull-up nätet realiserar funktionen oinverterad:

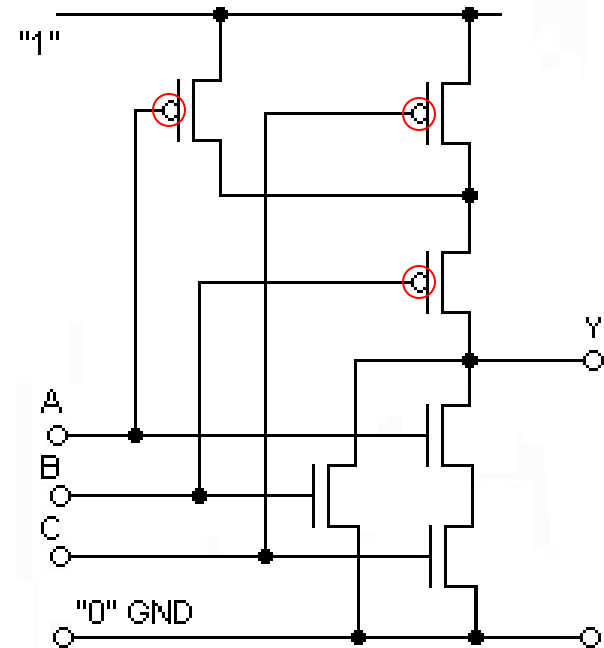
$$\bar{Y} = A \cdot C + B \Rightarrow Y = \overline{A \cdot C + B} = \overline{A \cdot C} \cdot \bar{B} = \boxed{(\bar{A} + \bar{C}) \cdot \bar{B}}$$

7.5

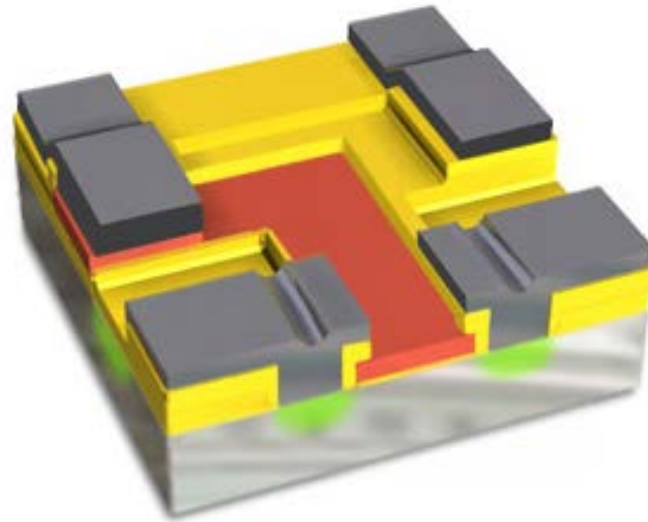
$$\overline{Y} = A \cdot C + B \Rightarrow Y = \overline{A \cdot C + B} = \overline{A \cdot C} \cdot \overline{B} = (\overline{A} + \overline{C}) \cdot \overline{B}$$

$$(\overline{A} + \overline{C}) \cdot \overline{B}$$

Pull-up-nätet skall således bestå av A och C i parallellkoppling (+) sedan seriekopplade (\cdot) med B . Användandet av PMOS-transistorer inverterar variablerna A , B och C .



En MOS-transistor ”on chip”



MOS-transistorn steg för steg:

<http://micro.magnet.fsu.edu/electromag/java/transistor/>

Idag upp till 2.000.000.000 MOS-transistorer/chip !



Pentium 4
har 50.000.000
MOS-transistorer

