

Kontrollskrivning 1 SF1661 Perspektiv på Matematik

Tisdagen 15 september 2015, 13.15 – 14.30

Kontrollskrivningen består av tre uppgifter som var och en bedöms med maximalt 4 poäng. Den som uppnår minst 7 poäng totalt får tillgodoräkna sig 3 poäng, och den som uppnår minst 9 poäng får tillgodoräkna sig 4 poäng, på uppgift 1 vid ordinarie tentamen och vid ordinarie omtentamen.

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är korrekt, fullständig och tydligt presenterad. Det innebär speciellt att införda beteckningar skall definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade.

Inga hjälpmedel tillåtna.

Lycka till!

1. Skriv på så enkel form som möjligt

$$\text{a) } \sqrt{\frac{25}{36} - \frac{49}{100}} \quad (2 \text{ p}) \quad \text{b) } \left(\frac{x^1 \cdot x^{1/4}}{x^{1/2} \cdot x^{1/3}} \right)^{1/5} \quad (2 \text{ p})$$

2. a) Bestäm heltal p och q sådana att det rationella talet $\frac{p}{q}$ har den periodiska decimalbråksutvecklingen

$$\frac{p}{q} = 1.12121212\dots,$$

eller förklara varför detta inte är möjligt.

(Prickarna betyder som vanligt att decimalbråksutvecklingen fortsätter oändligt och periodiskt med siffrorna 12) (2 p)

b) Om r och t är tal sådana att $r \in \mathbb{Q}$, $r \neq 0$, och $t \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, följer det då att kvoten $\frac{r}{t} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$? Bevisa ditt påstående! (2 p)

3. a) Primalssatsen (The Prime Number Theorem) säger något om hur stor andel av de n första positiva heltalen som är primtal, för stora värden på n . Formulera detta samband. De beteckningar och symboler du använder ska definieras. (2 p)

b) Bevisa att det finns oändlig många primtal. Beviset får inte använda sig av Primalssatsen. (2 p)