

Föreläsning 11

Reglerteknik AK

©Bo Wahlberg

Avdelningen för reglerteknik
Skolan för elektro- och systemteknik

6 oktober 2015

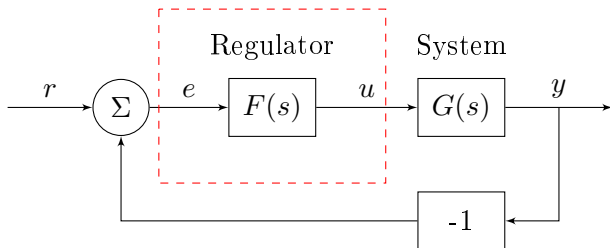


Förra gången:

- Alternativa regulatorstrukturer

Dagens program:

- Implementering:



Hur förverkligar man sambandet mellan $e(t)$ och $u(t)$?

Analog implementering

Det finns olika typer av implementeringar:

- Mekanisk
- Hydraulisk
- Pneumatisk
- Elektronisk

Centrifugalregulatorn är en mekanisk implementering av en P-regulator.

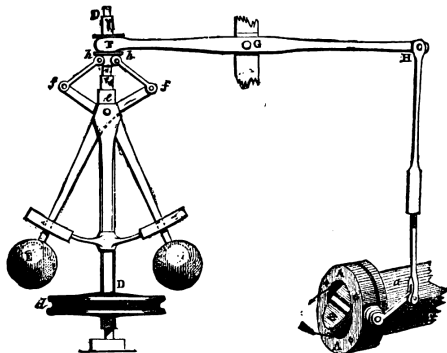
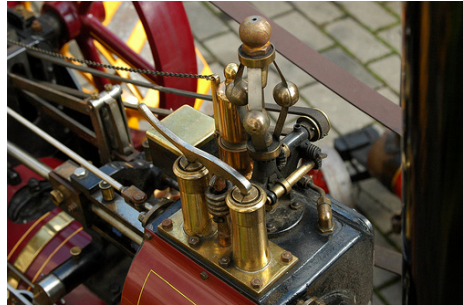


FIG. 4.—Governor and Throttle-Valve.

Analog implementering - Centrifugalregulatorn



Digital implementering

Köp en dator med ett AD/DA -kort.

- 1 A/D:** Mäter den kontinuerliga signalen vid diskreta tidpunkter (avståndet mellan dessa kallas *samplingintervallet* och betecknas T).

- 2** Datorprogram = "regulatoralgoritm"

$$u(kT) = f\left(e_F(kT), e_F((k-1)T), \dots\right)$$

- 3 D/A:** Skickar ut den beräknade (diskreta) styrsignalen. Oftast hålls den styckvis konstant mellan datapunkterna (enklaste formen av interpolation). Detta kallas en hållkrets.

Se figur 10.4 i boken!

- Användargränssnitt
- Synkronisering
- Kommunikation

Autocodegenerering (Matlab → C)

$u(t)$ ges normalt av en diff.-ekvation.

PI: $u = K(e + \frac{1}{T_I} \int e) \Rightarrow \dot{u} = K\dot{e} + \frac{K}{T_I}e$

Lead/Lag: $U(s) = \frac{\tau_D s + 1}{\beta \tau_D s + 1} E(s) \Rightarrow \beta \tau_D \dot{u} + u = \tau_D \dot{e} + e$

Digital implementering sker genom *numerisk* lösning av differential ekvationer.

Idéen är att ersätta derivator med differensapproximationer.

Operatorformalism:

- Deriveringsoperatör, p .

$$pu(t) = \dot{u}(t)$$

- Förskjutningsoperatör, q_T .

$$q_T u(t) = u(t + T)$$

- Inverterade förskjutningsoperatör, q_T^{-1} .

$$q_T^{-1} u(t) = u(t - T)$$

Euler bakåt och Tustins formel

Vi kan approximera förstaderivatans med

$$\dot{u}(t) \approx \frac{u(t) - u(t - T)}{T}$$

Eller skrivet med hjälp av operatorer som

$$p \approx \frac{1}{T} [1 - q_T^{-1}]$$

Detta är *Euler bakåt*.

En annan vanlig approximation är *Tustins formel*

$$p \approx \frac{2}{T} \frac{1 - q_T^{-1}}{1 + q_T^{-1}}$$

Betraktar vi en Taylorutveckling

$$q_T u(t) = u(t + T) = \{\text{Taylor}\} = u(t) + Tpu(t) + \dots = e^{pT} u(t)$$

ser vi att vi kan uttrycka förskjutningsoperatören som

$$q_T = e^{pT}$$

vilket kan jämföras med tidsförskjutningen e^{sT} .

$$\text{Euler bakåt: } \frac{1}{T} [1 - e^{-pT}] = p + \mathcal{O}(T)$$

$$\text{Tustins formel: } \frac{2}{T} \left(\frac{1 - e^{-pT}}{1 + e^{+pT}} \right) \approx p + \mathcal{O}(T^2)$$

Exempel (Lead-länk + Euler bakåt)

Vi kan skriva om en given differentialekvation

$$\beta\tau_D\dot{u} + u = \tau_D\dot{e} + e$$

med hjälp av Euler bakåt som

$$\beta\tau_D\frac{1}{T}(1 - q_T^{-1})u(t) + u(t) = \frac{\tau_D}{T}(1 - q_T^{-1})e(t) + e(t)$$

varur vi sedan kan lösa ut $u(t)$ som

$$u(t) = \frac{\beta\tau_D}{\beta\tau_D + T} \underbrace{[q_T^{-1}u(t)]}_{u(t-T)} + \frac{\tau_D + T}{\beta\tau_D + T}e(t) - \frac{\tau_D}{\beta\tau_D + T} \underbrace{q_T^{-1}e(t)}_{e(t-T)}$$

Exempel (PI + Tustin)

Givet en differentialekvation

$$\dot{u} = K\left(\dot{e} + \frac{1}{T_I}e\right)$$

identifierar vi från sambandet $U = FE$ att

$$F(p) = \frac{K\left(p + \frac{1}{T_I}\right)}{p}$$

som vi kan skriva om med hjälp av Tustins formel som

$$F_T(q_T^{-1}) = \frac{K\left[\frac{2}{T}\left(\frac{1-q_T^{-1}}{1+q_T^{-1}}\right) + \frac{1}{T_I}\right]}{\frac{2}{T}\left(\frac{1-q_T^{-1}}{1+q_T^{-1}}\right)} = \frac{K\left[1 + \frac{T}{2T_I} + \left(-1 + \frac{T}{2T_I}\right)q_T^{-1}\right]}{1 - q_T^{-1}}$$

Exempel (PI + Tustin, fort.)

Vi finner sedan $u(t)$ från sambandet

$$u(t) = F_T(q_T^{-1})e(t)$$

med insatt uttryck för $F_T(q_T^{-1})$ som

$$u(t) = u(t - T) + K \left[\left(1 + \frac{T}{2T_I}\right)e(t) + \left(-1 + \frac{T}{2T_I}\right)e(t - T) \right]$$

Hur ska man välja samplingsintervallet?

Man bör ta hänsyn till

- Räknekapacitet
- Stabilitetsmarginaler
- Aliaseffekt

Stabilitetsmarginal:

Försämras vid digital implementation

- Tidsfördröjning på grund av sampel- och hållkrets
- Approximationer

Sampel- och hållkrets $\approx T$ tidsfördröjning

Exempel

Vill vi tolerera max 20° minskning av φ_m :

$$\implies \omega_c T < 0.35(\text{rad})$$

$$\implies T < \frac{0.35}{\omega_c}$$

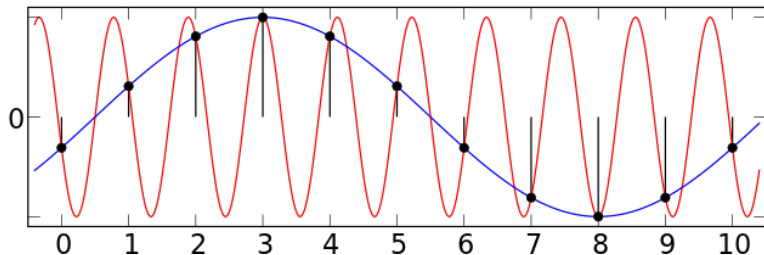
Samplingsfrekvensen ges av

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T} \approx 20\omega_c$$

Används en smartare diskret design kan man ta

$$\omega_s \approx (5 \rightarrow 10)\omega_c$$

Aliaseffekten (vikningsdistorsion)



Efter sampling kan signaler med frekvens högre än $\frac{\omega_s}{2}$
(Nyquistfrekvensen) **ej** skiljas från signaler med frekvens lägre än $\frac{\omega_s}{2}$.

Motmedel:

- 1 Bestäm intervall $[0, \omega_{\max}]$ där vi behöver en korrekt beskrivning av signaler
- 2 Välj T så att $\omega_{\max} < \frac{\omega_s}{2} \implies T < \frac{\pi}{\omega_{\max}}$
- 3 LP-filtrera (low pass) signalerna *innan* sampling