

Seminarium 3 i kursen SF1661 Perspektiv på matematik HT2015

1. Bestäm koefficienten framför termen a^5b^2 i utvecklingen av $(a + \frac{b}{3})^7$.
2. En boll är sådan att om man släpper den från höjden h kommer den att efter träff med marken att studsas upp till höjden $h/3$, innan den åter börja falla mot marken. Antag att denna boll släpps från sju meters höjd, vilken är då den totala sträcka den kommer att färdas innan den är i vila på marken?

3. Lös följande ekvationer

a) $\cos x = \sin x$ b) $\cos 2x = \sin x$.

4. Är det sant att

a) $\tan^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$ för alla $x \neq \pm \frac{\pi}{2} + n2\pi, n \in \mathbb{Z}$?

b) $\tan^2 x = \frac{1 - \sin 2x}{2 \sin 2x}$ för alla $x \neq n\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$?

Bevisa dina påståenden!

5. Låt $L : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ var den funktion som ges av

$$L(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt.$$

Förklara varför (a) detta verkligen definierar en funktion; (b) denna funktion är strängt växande och därmed inverterbar.

Funktionen $L(x)$ är mera känd under ett annat namn - vilket då?

6. Om x och y är positiva reella tal gäller att

(L1) $\ln xy = \ln x + \ln y$, (L2) $\ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y$, (L3) $\ln x^r = r \ln x, r \in \mathbb{R}$.

(Motsvarande gäller också för logartimer i andra baser.)

Vissa med hjälp av L1, L2 och L3 att exponentialfunktionen e^x uppfyller följande formler P1, P2 och P3 för alla reella tal x och y .

(P1) $e^{x+y} = e^x e^y$ (P2) $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$ (P3) $e^{xy} = (e^x)^y$

7. En lösnings surhetsgrad anges med ph-värdet. Detta definieras som $\text{ph} = -\lg[H^+]$, där $[H^+]$ betecknar vätejonkoncentrationen mätt i mol/liter. Lösning A har ph-värde 7. Lösning B har en koncentration av vätejoner som är 10 gånger större än den i

lösning A, och lösning C har en koncentration av vätejoner som är 100 gånger större än den i lösning A. Bestäm pH-värdena för lösning B och lösning C.

8. Visa att funktionen $h(x) = \frac{1+x}{1-x}$ är inverterbar. Bestäm också inversfunktionen h^{-1} , och ange definitionsmängd och värdemängd för såväl h som h^{-1} . Verifiera slutligen att $h(h^{-1}(x)) = x$ och $h^{-1}(h(x)) = x$ för alla x där respektive sammansatt funktion är definierad.

V G Vänd!

Ovanstående uppgifter ska lösas inför seminarietillfället. Till seminariet ska du ha med dig lösningar på dessa uppgifter, skrivna på ett papper per uppgift, med namn och personnummer på. Lösningarna ska vara väl motiverade och tydligt skrivna. Även en person som inte är insatt i problemet i förväg ska lätt kunna läsa och förstå dina lösningar. Rita figur, förklara alla beteckningar du inför och förklara hur du resonerar!

Vid seminariet kommer era lösningar att behandlas och diskuteras. Exempel på vad som kan hända: några uppgifter samlas in och rättas av lärare, några uppgifter kamraträttas, dvs rättas av andra studenter, några uppgifter blir lösta på tavlan av studenter (t ex av dig!). Precis vad som ska hända och vad du ska göra får du veta när du kommer dit.

Godkänd vid ett seminarietillfälle blir du om du deltar aktivt vid hela seminarietillfället och utför de uppgifter du blir tilldelad, samt att de uppgifter som väljs ut för inlämning är väl behandlade och väl presenterade. Uppgifter för inlämning skall lämnas vid seminarietillfällets början.

Godkänd på hela seminarieserien blir du om du är godkänd på minst 3 av de 4 seminarietillfällena. Klarar du det får du automatiskt 3 poäng på uppgift 3 vid det ordinarie skriftliga tentamenstillfället och vid ordinarie omtentamenstillfället (och endast vid dessa tillfällen). Väl godkänd blir du om du är godkänd på alla 4 seminarietillfällen och du får då på motsvarande sätt automatiskt 4 poäng på uppgift 3. Om du har 3 poäng på uppgiften genom seminarierna och vill höja till 4 poäng behöver du göra hela uppgiften vid tentamen.

Det är tillåtet att samarbeta med andra när du löser uppgifterna, men det är inte tillåtet att skriva av en lösning eller lämna in en lösning som du inte arbetat med själv. Var och en ska skriva sina egna lösningar. Och observera detta: det räcker inte att du har med dig lösningar, du ska i detalj kunna förklara varje steg i lösningarna. Om du inte muntligt och skriftligt kan förklara din egen lösning ordentligt blir du inte godkänd.

Din föreläsare informerar om i vilken grupp du skall redovisa dina seminarieuppgifter. Endast seminarieuppgifter redovisade i föreskriven grupp ger underlag för bonuspoäng.