

# Föreläsning 10

## Reglerteknik AK

©Bo Wahlberg

Avdelningen för reglerteknik  
Skolan för elektro- och systemteknik

2 oktober 2015



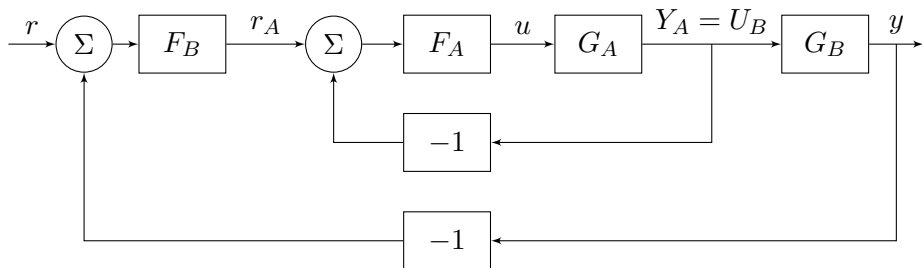
Förra gången:

- Observatör
- Tillståndsåterkoppling
  - Systematisk metod att konstruera en regulator så att det återkopplade systemet får ”önskade” poler (polplacering)
  - Lab 2

Dagens program:

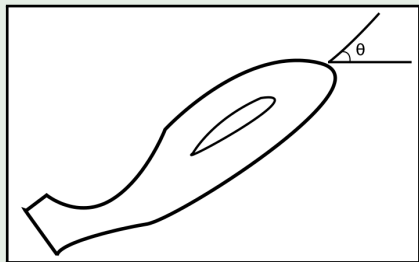
- Alternativa regulatorstrukturer

# Kaskadreglering



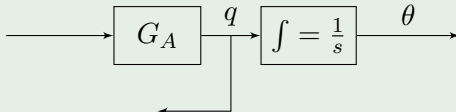
Liknar tillståndsåterkoppling

## Exempel



$$\begin{cases} \theta & : \text{tippvinkel} \\ \dot{\theta} = q & : \text{tipp hastighet} \end{cases}$$

Rategyroåterkoppling:



## Exempel (DC-motor)

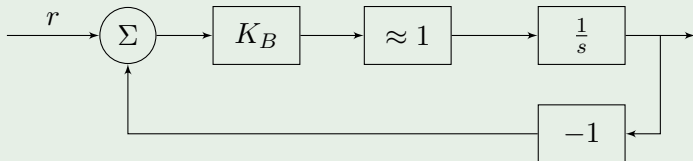
$$G_A = \frac{1}{s+1}, \quad G_B = \frac{1}{s}$$

**P-reglering:**  $F_A = K_A$ ,  $F_B = K_B$

**Inre loopen:**  $Y_A = \frac{K_A}{s+1+K_A} R_A$

Välj stort  $K_A$  (mer än 5 gånger snabbare än yttre loopen)

$$\Rightarrow Y_A \approx 1 \cdot R_A$$



## Exempel (DC-motor, fort.)

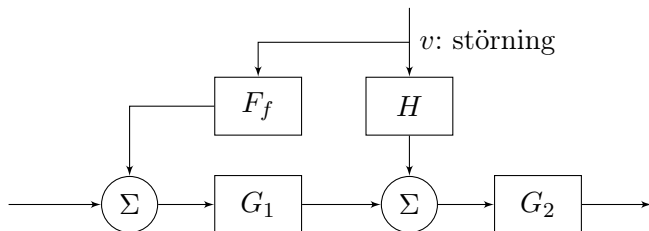
$$\Rightarrow Y = \frac{K_B}{s + K_B} R, \quad \text{välj } K_B < \frac{1 + K_A}{5}$$

**Analys:**

$$Y = \frac{K_A K_B}{s^2 + (K_A + 1)s + K_A K_B} R$$

$L \sim [K_A K_B]$ , så polerna kan placeras var som helst.

## Framkoppling:



$$\begin{aligned} Y &= G_2 [HV + G_1(R + F_f V)] = \\ &= G_2 \underbrace{[(H + G_1 F_f) V + G_1 R]}_{\text{sätt} = 0} \end{aligned}$$

Eliminera inverkan av  $v$  genom att välja  $H + G_1 F_f = 0$ :

$$\Rightarrow F_f = -\frac{H}{G_1}$$

## Exempel

Antag att vi har

$$\begin{cases} G_1 &= \frac{1}{s+1} \\ H &= 1 \end{cases}$$

I så fall gess framkopplingen av

$$F_f = -(s + 1)$$



Man kan dock stöta på problem med att derivera signaler.

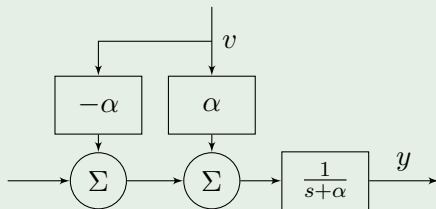
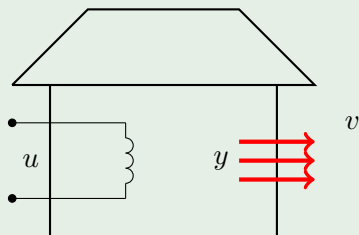
En lösning är att approximera  $F_f$ , t.ex. genom att ta

$$F_f(0) = -\frac{H(0)}{G_1(0)}$$

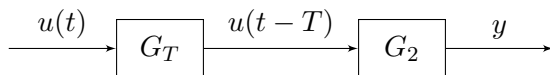
för att eliminera inverkan av  $v$  i stationärt tillstånd.

**Kombinera med återkoppling!**

## Exempel (Klimatreglering från FRL 1)



Vänta ej på att det blir kallt inne!



Detta sker exempelvis i en pappersmaskin där man kan mäta tjockleken först efter torkpartiet (= 800 m papper).

$$G_T(s) = e^{-sT}$$

Vi ser att

$$|G_T(e^{i\omega})| = 1, \quad \arg [G_T(e^{i\omega})] = -\omega T$$

Negativ fasförskjutning  $\Rightarrow$  Försämrar fasmarginalen (svårt att reglera)

## Steg 1:

Antag  $T = 0$  och bestäm  $\bar{F}$  så att

$$G_c^d(s) = \frac{\bar{F}(s)G_2(s)}{1 + \bar{F}(s)G_2(s)}$$

får bra egenskaper.

## Steg 2:

Använd regulatorn

$$F(s) = \frac{\bar{F}(s)}{1 + (1 - e^{-sT})\bar{F}(s)G_2(s)}$$

$$\Rightarrow G_c(s) = \frac{G(s)F(s)}{1 + G(s)F(s)} = \frac{\bar{F}(s)G_2(s)}{1 + \bar{F}(s)G_2(s)} e^{-sT}$$

Identisk med  $G_c^d(s)$  så när som tidsfördröjningen. Observera dock att man använder sig av en känd modell ( $T$  och  $G_2$ ) i regulatoren.

**Fasavancering:** Nära  $\omega_c$

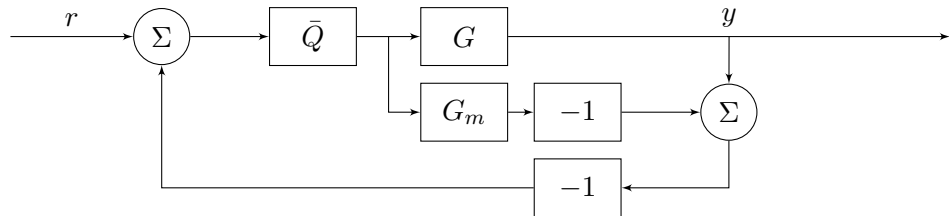
$$\Rightarrow \bar{F}(i\omega)G_2(i\omega) \approx -1$$

$$\Rightarrow F(i\omega) \approx e^{+i\omega T} \bar{F}(i\omega)$$

Prediktion av signaler med frekvens nära  $\omega_c$ .

# Internal Model Control

Finns ej i boken, men i kompendie på kurshemsidan.



$$U = \bar{Q} \left[ \underbrace{R - Y}_E + G_m U \right] \Rightarrow$$

$$U = \frac{\bar{Q}}{1 - \underbrace{\bar{Q}G_m}_F} \cdot E$$

$F$ , vanlig regulator

$y_m = y$  om man ej har modellfel eller störningar.  $\Rightarrow$   
Öppen styrning  $G_c = G\bar{Q}$ !

Otto Smith:

$$\bar{Q} = \frac{\bar{F}}{1 + \bar{F}G_2} \approx \frac{1}{G_2}$$

$$\Rightarrow G_c = \frac{\bar{F}G_2}{1 + \bar{F}G_2} e^{-sT}$$

$$\Rightarrow F = \frac{\bar{Q}}{1 - \bar{Q}G_m} \quad (= \text{"Otto Smith"})$$

$$\text{Allmänt är } \bar{Q} \approx \underbrace{1/\tilde{G}} \times G_c^d \Rightarrow G_c = G_c^d \frac{G}{\tilde{G}}$$

Det som går att invertera av  $G$

där  $G_c^d$  är önskat slutet system (som man inte alltid kan uppnå)  
Tidsfördröjningar och instabila nollställen kan inte förkortas bort!

## Exempel

Otto-Smith

$$G = G_2 e^{-sT} \Rightarrow \bar{Q} = \frac{\bar{F}}{1 + \bar{F}G_2} = \frac{G_c^d}{G_2}$$



## Exempel

$$G_m = \frac{\bar{k}_m}{\bar{\tau}_m s + 1}, \quad G_c^d = \frac{1}{\lambda s + 1}$$

$$\bar{Q} = \frac{G_c^d}{G_m} \Rightarrow F = \frac{\bar{\tau}_m s + 1}{\bar{k}_m \lambda s}$$

Enkel inställning av PI- regulator med

$$K = \frac{\tau_m}{\bar{k}_m \lambda}, \quad T_I = \tau_m$$

Med

$$G_m = \frac{\bar{k}_m}{(\bar{\tau}_1 s + 1)(\bar{\tau}_2 s + 1)}, \quad G_c^d = \frac{1}{\lambda s + 1}$$

Enkel inställning av PID- regulator, se kompendie.

## Nackdelar:

- Klarar ej instabila system, ”öppen styrning”
- Känslig för störningar

Perfekt reglering  $G_c = 1 \cdot e^{-sT}$ .

Känslighetsfunktion  $S(i\omega) = 1 - e^{-i\omega T}$ .

Observera att  $S(i\omega) = 1 - (-1) = 2$  då  $\omega = \frac{\pi}{T}$

Förstärker störningar  $\omega \approx \frac{\pi}{T}$ .

**Fundamentalt svårt problem!**

Minska  $\omega_c$  relativt  $T$ !

Reglerteknik, fortsättningskurs!

# Andra svårare reglerproblem

## Svårare reglerproblem:

- Nollställena i H.H.P. (icke-minimumfassystem)

## Exempel

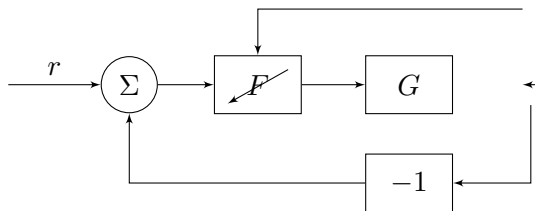
$$\underbrace{\frac{1}{s+1}}_{\text{långsamt}} - \underbrace{\frac{2}{s+10}}_{\text{snabb}} = \frac{-s+8}{(s+1)(s+10)} = \frac{s+8}{(s+1)(s+10)} \left[ \underbrace{\frac{-s+8}{s+8}}_{\text{negativ fasvridning}} \right]$$

Jämför med

$$e^{-\frac{s}{4}} = \frac{e^{-s/8}}{e^{s/8}} \approx \frac{1 - \frac{s}{8}}{1 + \frac{s}{8}}$$

# Andra problem

- Multivariabla system
  - Flera in- och ut signaler  $\Rightarrow$  Regler FK och Optimering (optimal reglering)
- Tidsvariabla system med gain-scheduling

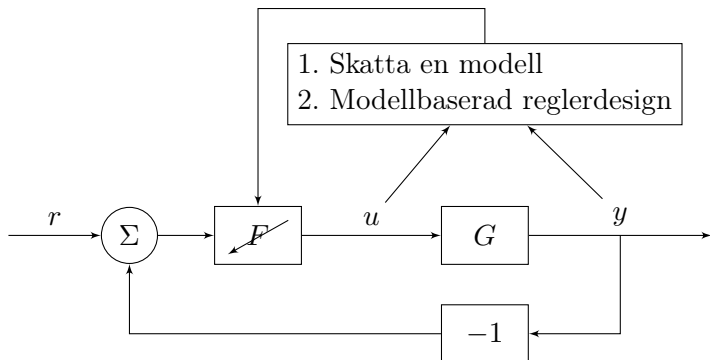


$F$  ändras mha yttre variabler

Exempelvis på flygbanor.

# Andra svårare reglerproblem

## ■ Adaptiv reglering



$F$  ändras mha skattad modell

- Autotuning ("adaptiv reglering under uppstart")
- Lärande system

## Example

$$\dot{y}(t) = -ay(t) + bu(t)$$

Minimera kostnadsfunktionen (ändlig horisont) med avseende på insignal

$$J = \int_0^t [y^2(\tau) + q_1 u^2(\tau)] d\tau + q_2 y^2(t)$$

Kostnadsfunktion (oändlig horisont)

$$J = \int_0^{\infty} [y^2(\tau) + qu^2(\tau)] d\tau$$

Linjärvadratisk (LQ) optimeringsproblem med analytisk lösning (se boken)

$$u(\tau) = -K(\tau)y(\tau)$$

$$u(t) = -Ky(t), \quad \text{oändlig horisont}$$

Minimera

$$J = \int_t^{t+\Delta} [y^2(\tau) + q_1 u^2(\tau)] d\tau + q_2 y^2(t + \Delta)$$

med bivillkor

$$|y(t)| \leq \epsilon_y \quad |u(t)| \leq \epsilon_u, \quad \forall t$$

Konvext optimeringsproblem med unik lösning.

MPC: Använd bara den optimala lösningen  $u(t)$   $t \leq t + \delta$  och räkna sedan fram en ny lösning vid nästa tidpunkt  $t \mapsto t + \delta$

Lättare för samplade system (Föreläsning 11)