REGLERTEKNIK

KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000/EL1110/EL1120

Tentamen 2015–01–17, kl. 9.00–14.00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK (Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande)
räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

Ansvarig lärare: Henrik Sandberg, 08-790 7294

Resultat: Anslås på
`https://www.kth.se/student/minasidor`
senast 2015-02-09.

Lycka till!

1. Låt oss betrakta ett öppet system som beskrivs av

$$Y(s) = G(s)U(s),$$

där $G(s)$ är systemets överföringsfunktion, och $U(s)$ och $Y(s)$ är in- och utsignalernas Laplacetransformer. Systemet $G(s)$ har alla poler och nollställen strikt i vänstra komplexa halvplanet, och dess bodediagram visas i figur 1. Använd detta diagram för att besvara följande frågor.

(a) Vad är utsignalens slutvärde då insignalen är ett enhetssteg ($u(t) = 1,\ t \geq 0$)? Tror du att stegsvaret för $G(s)$ har en översläng? Motivera ditt svar!

(2p)

(b) Låt oss istället studera följande sinusformade insignaler,

$$u_1(t) = \sin(0.1t),$$
$$u_2(t) = \sin(10t).$$

i. Vad blir den stationära utsignalen då insignalen är $u_1(t)$? (Med stationära utsignalen menas utsignalen för stora tider t, då eventuella transienter försvunnit.)

(1p)

ii. Vad blir den stationära utsignalen då insignalen är $u_1(t) + u_2(t)$?

(2p)

(c) Slutligen väljer vi att återkoppla $G(s)$ med en P-regulator med förstärkningen K. Slutna systemets överföringsfunktion $G_c(s)$ ges av

$$Y(s) = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)} R(s) = G_c(s)R(s),$$

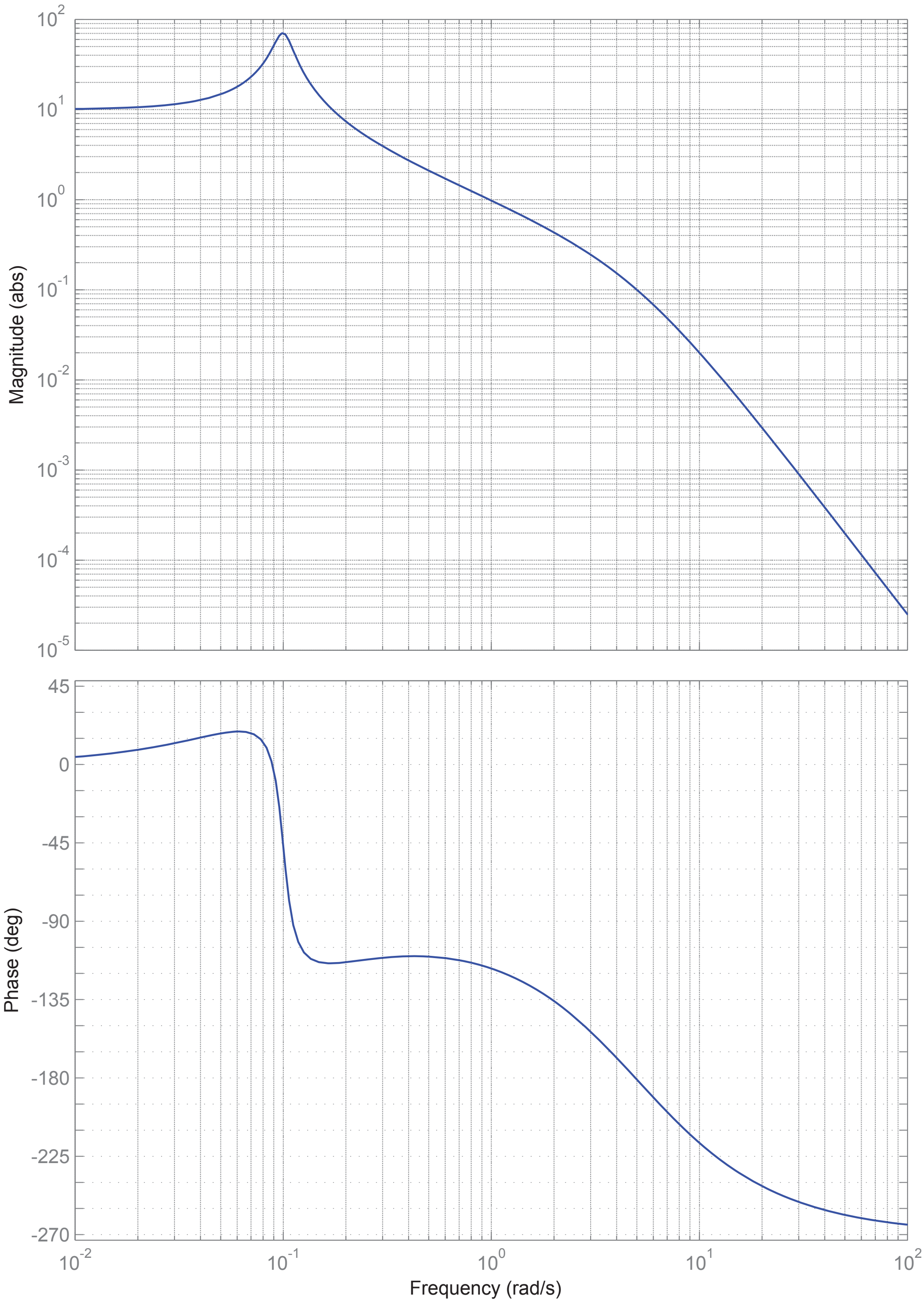
där $R(s)$ är referenssignalens Laplacetransform.

i. Ange skärfrekvens ω_c, fasmarginal φ_m och amplitudmarginal A_m för kretsförstärkningen $KG(s)$ då $K = 1$ och $K = 5$.

(3p)

ii. Är $G_c(s)$ asymptotiskt stabilt för $K = 1$, $K = 5$ **och** $K = 50$? Motivera dina svar!

(2p)



Figur 1: Bodediagram av $G(s)$ för uppgift 1.

2. Låt oss studera följande system på tillståndsform

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \alpha & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -\alpha \end{pmatrix} u(t) + \begin{pmatrix} -0.5 \\ 1 \end{pmatrix} v(t) \\ y(t) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{1}$$

där $u(t)$ är styrsignal, $v(t)$ är en störsignal och α är en konstant parameter.

(a) Antag att $\alpha = 1$ och att $v(t) = 0$. Avgör om systemet (1) är styrbart från $u(t)$. (2p)

(b) Antag att $\alpha = 2$ och att $v(t) = 0$. Avgör om systemet (1) är styrbart från $u(t)$, och designa sedan om möjligt en tillståndsåterkoppling på formen

$$u(t) = -Lx(t) + r(t),$$

som lägger slutna systemets poler i $\{-1, -2\}$.

(Här är L en vektor av lämplig storlek och $r(t)$ en referenssignal.)

(4p)

(c) Antag att $\alpha = 2$ och att tillståndsåterkopplingen

$$u(t) = -\begin{pmatrix} -10 & -7 \end{pmatrix} x(t) + r(t),$$

används för systemet (1). Beräkna slutna systemets överföringsfunktioner från referensen $r(t)$ och störningen $v(t)$ till utsignalen $y(t)$, det vill säga $G_r(s)$ och $G_v(s)$ i Laplacetransformen

$$Y(s) = G_r(s)R(s) + G_v(s)V(s).$$

Föreslå även ett framkopplingsfilter på formen $R(s) = F_f(s)V(s)$ som helt eliminerar inverkan av störsignalen $v(t)$.

(4p)

3. Givet ett andra ordningens system med överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{2}{s^2 + 2s}$$

från styrsignalen u till utsignalen y, betrakta följande två regulatorer med överföringsfunktionerna

$$F_{PD}(s) = 1 + K_D s$$
$$F_{PI}(s) = 1 + K_I \frac{1}{s},$$

från reglerfelet $r - y$ till styrsignalen u, där K_D och K_I är variabla regulatorparametrar.

(a) Antag att man återkopplar $G(s)$ med $F_{PD}(s)$ enligt ovan. Skriv först ekvationen för slutna systemets poler (karakteristiska ekvationen) på formen

$$P(s) + K_D Q(s) = 0,$$

där $P(s)$ och $Q(s)$ är fixa polynom. Lös sedan ut slutna systemets poler som funktion av K_D, rita rotorten för slutna systemets poler med avseende på regulatorparametern $K_D \geq 0$, och avgör för vilka K_D slutna systemet är asymptotiskt stabilt.

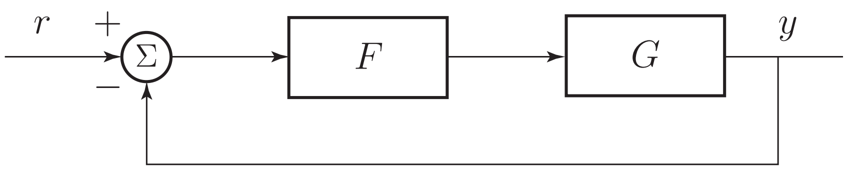
(5p)

(b) Antag nu att man återkopplar $G(s)$ med $F_{PI}(s)$ enligt ovan. Skriv först ekvationen för slutna systemets poler (karakteristiska ekvationen) på formen

$$P(s) + K_I Q(s) = 0,$$

där $P(s)$ och $Q(s)$ är fixa polynom. Skissa sedan rotorten för slutna systemets poler med avseende på regulatorparametern $K_I \geq 0$ så noggrant du kan, och avgör för vilka K_I slutna systemet är asymptotiskt stabilt.

(5p)



Figur 2: Blockschema för uppgift 4.

4. Betrakta det återkopplade systemet i figur 2, där systemet som ska styras har överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^3},$$

och regulatorn $F(s)$ ska konstrueras.

(a) Visa att då $F(s) = 2$ har kretsförstärkningen $F(s)G(s)$ skärfrekvensen $\omega_c \approx 0.77$ rad/s och fasmarginalen $\varphi_m \approx 68°$.

(3p)

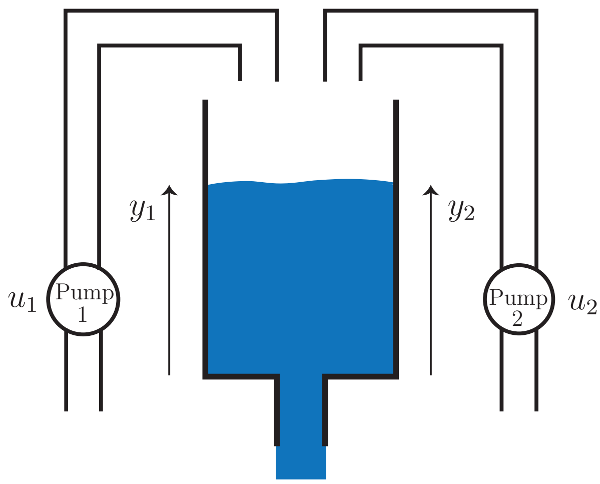
(b) Med $F(s) = 2$ bedöms det återkopplade systemet vara tillräckligt snabbt och robust, men de statiska reglerfelen är för stora. Ta därför fram en kompenseringslänk $F(s)$ som uppfyller följande specifikationer:

i. Statiska reglerfelet då $r(t) = 1$, $t \geq 0$ (en stegsignal) ska bli 0.

ii. Statiska reglerfelet då $r(t) = t$, $t \geq 0$ (en rampsignal) ska bli 0.1.

iii. Skärfrekvens och fasmarginal ska vara samma som med $F(s) = 2$.

(7p)



Figur 3: Vattentanken i uppgift 5.

5. En ingenjör ska implementera en PI-regulator för att styra vätskenivån i en tank. Det visar sig att det inte räcker med en pump för att hålla den önskade nivån eftersom utflödeshålet är stort. Ingenjören bestämmer sig då för att installera två pumpar med varsin PI-regulator enligt figur 3. Tyvärr så fungerar inte systemet som önskat och vi ska här reda ut varför.

   Pumpregulatorerna har dynamiken

$$u_1(t) = K_1[r(t) - y_1(t)] + K_2 \int_0^t [r(\tau) - y_1(\tau)]\, d\tau$$
$$u_2(t) = K_3[r(t) - y_2(t)] + K_4 \int_0^t [r(\tau) - y_2(\tau)]\, d\tau$$

   där K_1, K_2, K_3 och K_4 är regulatorparametrar och $r(t)$ är nivåreferensen. Kring en stationär punkt har tanken dynamiken

$$\frac{d}{dt}h(t) = -h(t) + u_1(t) + u_2(t),$$

   där $h(t)$ är vätskenivån.

   (a) Antag att $y_1(t) = y_2(t) = h(t)$. Rita upp ett blockschema för det slutna systemet där du anger blockens överföringsfunktioner.

   (3p)

(b) Under samma antagande som i deluppgift (a), ta fram slutna systemets överföringsfunktion från referensen r till nivån h. Ange även hur regulatorparametrarna K_1, K_2, K_3 och K_4 ska väljas så att alla poler i denna överföringsfunktion hamnar i punkten -2.

(3p)

(c) När det slutna systemet inte fungerar som önskat så föreslår en kollega till ingenjören att det kanske beror på att de två nivåsensorerna inte mäter exakt lika. För att undersöka denna hypotes så ansätter ingenjören

$$y_1(t) = h(t)$$
$$y_2(t) = h(t) + \epsilon$$

där ϵ är ett litet konstant mätfel. Under dessa antagande och att referensen är konstant, $r(t) = r$, förklara varför systemet troligen inte beter sig som önskat. Motivera ditt svar med uträkningar!

(Tips: Studera hur nivån $h(t)$ och styrsignalerna $u_1(t), u_2(t)$ beter sig för stora t.)

(4p)