REGLERTEKNIK, KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000, EL1110 och EL1120

Tentamen 2015–10–30, kl 14:00 – 19:00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK
(Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande),
räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att slides av föreläsningar och övningsmaterial
(övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

Ansvarig: Bo Wahlberg 08 790 72 42

Resultat: Anslås på
`https://www.kth.se/student/minasidor/`
senast 2015-11-19.

Lycka till!

1. (a) Låt överföringsfunktionen från $r(t)$ till $y(t)$ vara

$$G_c(s) = \frac{l_o}{s+2}.$$

Antag att

$$r(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 10, & t \geq 0 \end{cases}.$$

Bestäm konstanten l_o så att $y(t) = r(t)$ stationärt (d.v.s. efter transient). (2p)

(b) En kemisk process går ut på att tillsätta vatten till en högkoncentrerad koksaltlösning för att producera en fysiologisk saltlösning som ska användas i sjukvården. Eftersom koncentrationen i den ursprungliga koksaltlösningen varierar vill man reglera processen för att åstadkomma rätt saltkoncentration i slutprodukten. Processen är avbildad i Figur 1.

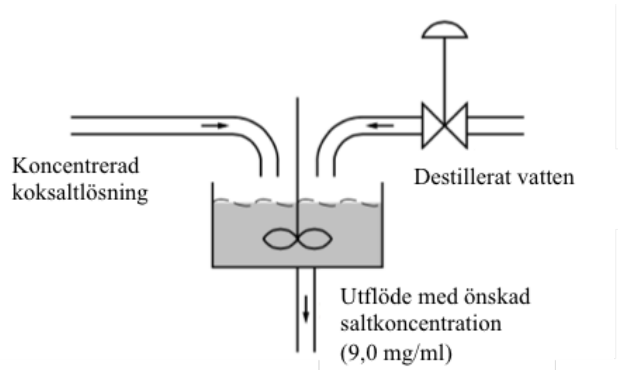
Bestäm processens

(i) insignal u

(ii) utsignal y

(iii) störsignal v

Motivera noga! (3p)



Figur 1: Kemisk process för Uppgift 1b).

(c) Ett återkopplat system som har känslighetsfunktionen

$$S(s) = \frac{s}{s + 10}$$

(överföringsfunktion från störning $v(t)$ till utsignal $y(t)$), utsätts för störsignalen

$$v(t) = \sin(0.2t).$$

Enligt specifikationerna ska en sådan störning undertryckas med minst en faktor femtio. Uppfyller systemet specifikationen? Motivera! (2p)

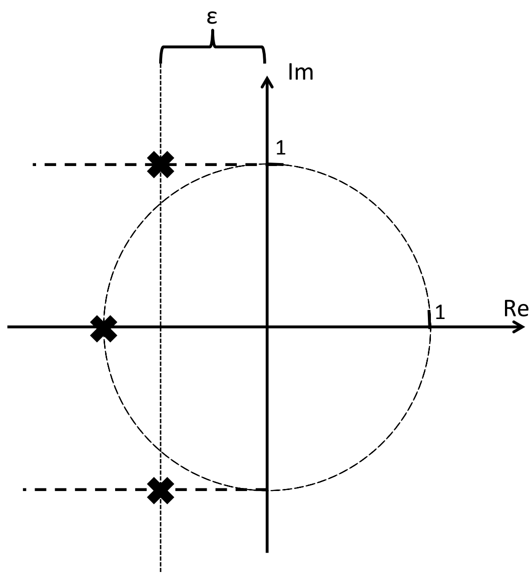
(d) Ett system har överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{10}{(s + 2)(s - 1)(s + 4)}$$

från insignal $u(t)$ till utsignal $y(t)$. Skriv systemet på tillståndsform, d.v.s. som

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t)\\ y(t) &= Cx(t),\end{aligned}$$

där A, B, C är matriser. Bestäm egenvärden till matrisen A. (3p)

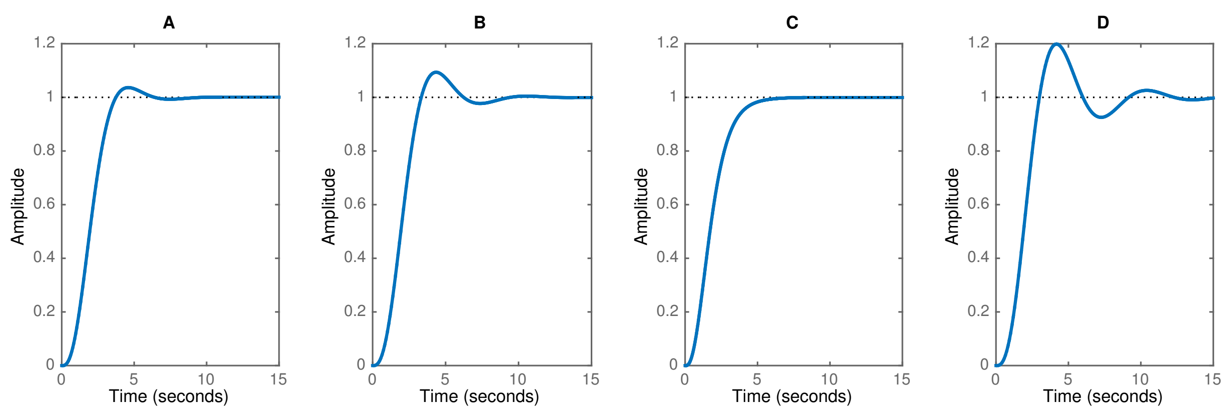


Figur 2: Poler för $G(s)$ i Uppgift 2a).

2. Betrakta pol-diagrammet i Figur 2. Enhetscirkeln är inritad.

   (a) Antag att systemet saknar nollställen. Ange en överföringsfunktion med statisk förstärkning 1 och med poler enligt Figur 2. (3p)

   (b) Figur 3 visar stegsvar för $G(s)$ för $\varepsilon \in \{\frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}$. Ange vilket stegsvar som svarar mot vilket värde på ε. Motivera väl. (3p)



Figur 3: Stegsvar för $G(s)$ i Uppgift 2b).

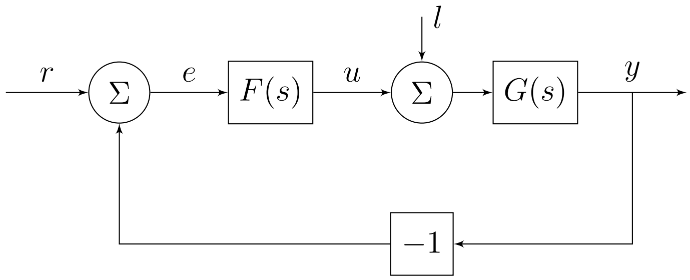
(c) Antag att vi har fått ett bode-diagram för överföringsfunktionen $G(s)$ i Uppgift 2a), som beskriver sambandet mellan insignal $u(t)$ och utsignal $\theta(t)$ (en vinkel). Vi är nu intresserade av sambandet mellan insignal $u(t)$ och utsignal $\dot{\theta}(t)$ (vinkelhastighet), d.v.s.

$$G_1(s) = sG(s),$$

och vill skissa bode-diagrammet för $G_1(s)$.

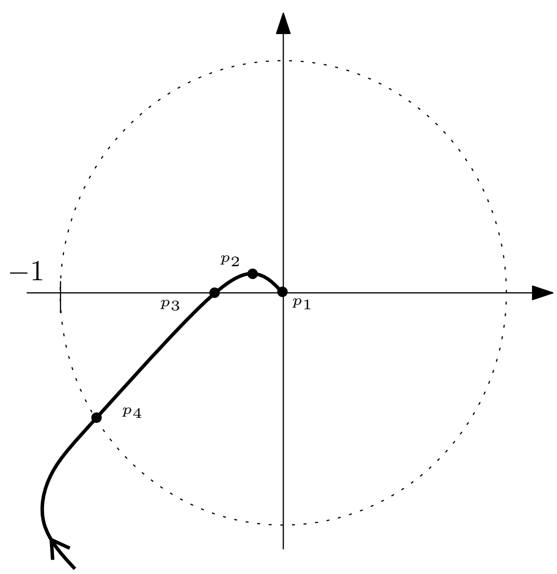
Beskriv hur vi i princip skall modifiera bode-diagrammet för $G(s)$ för att få bode-diagrammet för $G_1(s)$. Antag att amplitudkurvan ges i logaritmisk skala. (4p)

3. Studera det återkopplade systemet i Figur 4.



Figur 4: Blockdiagram för det återkopplade systemet för Uppgift 3).

Här är $G(s)$ ett system med tre poler strikt i vänster halvplan, och med Nyquistkurva enligt Figur 5. Frekvenssvaret $G(i\omega)$ för fyra markerade frekvenser är givna bredvid figuren.



- p_1: $\omega = \infty$, $0 + i0$
- p_2: $\omega = 18.8$ rad/s, $-0.08 + i0.02$
- p_3: $\omega = 12.6$ rad/s, $-0.21 - i0$
- p_4: $\omega = 5.28$ rad/s, $-0.85 - i0.74$

Figur 5: Nyquistkurva för öppna systemet $G(s)$.

(a) Antag att $F(s) = 1$. Ange motsvarande skärfrekvens ω_c, fas-skärfrekvens ω_p, fasmarginal φ_m och amplitudmarginal A_m. (2p)

(b) Konstruera en lead/lag-regulator $F(s)$ så att det kompenserade systemet får

- Fasmarginal $\varphi_m = 60$ grader.
- Samma snabbhet som för $F(s) = 1$
- Inget statiskt fel vid en konstant insignalstörning $l = 1$ enligt Figur 4.

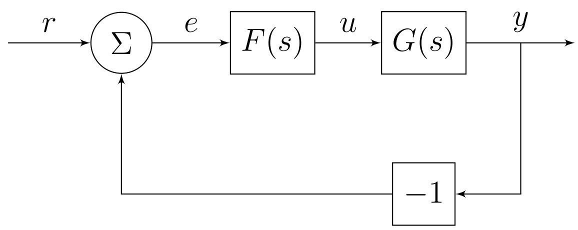
(5p)

(c) Regulatorn i Uppgift 3b) skall implementeras med hjälp av en sampel- och hållkrets med samplingsintervall T, som approximeras med en tidsfördröjning

$$e^{-sT}.$$

Hur skall samplingsintervallet T väljas så att man högst förlorar 15 grader i fasmarginal? (3p)

4. Studera det återkopplade systemet i Figur 6



Figur 6: Blockdiagram för det återkopplade systemet för Uppgift 4).

där

$$G(s) = \frac{2}{s+3}.$$

och

$$F(s) = F_1(s) = \frac{K_1(s+2)}{s}, \quad K_1 > 0$$

(a) Använd rotort för att visa att motsvarande återkopplade system är stablit för alla värden på $K_1 > 0$. (2p)

(b) Låt $K_1 = 1$ och

$$r(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$

Antag att systemet är i vila vid $t = 0$. Använd Laplacetransformer och partialbråksuppdelning för att beräkna $y(t)$ (för det återkopplade systemet med regulator $F_1(s)$)), samt beräkna

$$\lim_{t\to\infty} [r(t) - y(t)]$$

(2p)

Låt oss nu använda insikten från Uppgift 4a,b) för att konstruera en regulator $F(s)$ som gör det möjligt att följa referensignalen

$$r(t) = \sin(\omega_0 t), \qquad R(s) = \frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}, \quad \omega_o > 0$$

utan stationärt fel. Låt oss pröva

$$F(s) = F_2(s) = \frac{K_2(s+2)\omega_0}{s^2+\omega_0^2}, \quad K_2 > 0$$

(c) Skissa motsvarande rotort av det återkopplade systemets poler med avseende på K_2, med regulatorn $F_2(s)$ och systemet

$$G(s) = \frac{2}{s+3},$$

enligt Figur 6. Avgör för vilka värden på K_2 som det återkopplade systemet är stabilt. (3p)

(d) Antag att K_2 väljs så att det återkopplade systemet med

$$G(s) = \frac{2}{s+3}, \quad F_2(s) = \frac{K_2(s+2)\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$$

är stablit, och låt $r(t) = \sin(\omega_0 t)$. Bestäm $y(t)$, efter transient, med hjälp av frekvensanalys. Vad blir $r(t) - y(t)$? Fungerar ansatsen? (3p)

5. Studera ett första ordningens system som kan beskrivas av

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= ax(t) + u(t), \quad x(0) = x_0 \\ y(t) &= x(t)\end{aligned}$$

Systemet kan vara instabilt. Vi ansätter tillståndsåterkopplingen

$$u(t) = -lx(t).$$

(a) Lös differentialekvationen för motsvarande återkopplade system med avseende på $y(t)$, och ange motsvarande $u(t)$, för $t \geq 0$. För vilka värden på l är det återkopplade systemet stabilt? (2p)

(b) Vi vill nu ställa in regulatorparametern l med hjälp av optimering av

$$J(l) = \int_0^{\infty} [y(\tau)^2 + qu(\tau)^2] d\tau, \quad q > 0,$$

där q är en viktparameter, och $y(\tau)$ och $u(\tau)$ är framräknade i Uppgift 5a). Beräkna integralen $J(l)$ och bestäm det l som minimierar $J(l)$.
Ledning: Studera

$$\frac{d}{dl} J(l) = 0.$$

Ange optimalt l som funktion av viktparametern q. (5p)

(c) Ange slutna systemets pol för det optimala valet av l. Vad händer med polen då $q \to \infty$? (3p)