



Seminarium 1

Se www.kth.se/social/course/SF1626 för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna.

Detta seminarium inleds med en inlämning. Lös uppgifterna 1-4 nedan och skriv ner lösningarna med en lösning per blad. Skriv namn och personnummer på varje blad. När seminariet börjar får du veta vilken uppgift som ska lämnas in. Innan du börjar med seminarieuppgifterna ska du lösa de rekommenderade uppgifterna ur kursboken Calculus av Adams och Essex (8:e upplagan), nämligen:

Avsnitt	Rekommenderade uppgifter
10.1:	11, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39
10.6:	3, 5, 9, 13
11.1:	17, 21, 33
11.2:	3
11.3:	5, 7, 11, 13, 15
12.1:	5, 9, 13, 15, 17, 23, 27, 33
12.2:	5, 7, 9, 11, 15

UPPGIFTER

Uppgift 1. Betrakta mängderna i xy -planet som ges av

$$D_1 = \{(x, y) : x^2 + y^2 < 3, 2x + 3y = 5\}$$

$$D_2 = \{(x, y) : x^2 + y^2 > 2\}$$

$$D_3 = \{(x, y) : 2x + 3y = 5\}$$

- Skissera mängderna D_1 , D_2 och D_3 .
- Markera de *inre punkterna* till mängderna.
- Markera *randpunkterna* till mängderna.
- Avgör vilka av mängderna som är *öppna*, *slutna* respektive varken *öppna* eller *slutna*.

Uppgift 2. En *storcirkel* på en sfär är en cirkel som utgör skärningen av sfären med ett plan genom sfärens centrum. Betrakta enhetssfären S med ekvation $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ och den *storcirkel* C som utgörs av skärningen med planet $x + y + z = 0$.

- (a) Uttryck ekvationerna för *storcirkeln* C med hjälp av *sfäriska koordinater*.
- (b) Uttryck ekvationerna för *storcirkeln* C med hjälp av *cylindriska koordinater*.
- (c) Det finns många möjliga parametriseringar av en given kurva. Bestäm en parametrisering av C exempelvis genom att skriva

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{u} \cos t + \mathbf{v} \sin t,$$

där $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$ är två ortogonala enhetsvektorer i planet som skär ut C .

- (d) Bestäm uttryck för hastighet och fart för en partikel som färdas längs *storcirkeln* enligt parametreringen i del (c), då parametern avser tiden.

Uppgift 3. En partikel med massa $m = 9,1$ g färdas i en spiralformad bana som beskrivs av

$$\mathbf{r}(t) = (R \cos \omega t, R \sin \omega t, kt),$$

där $R = 7,2$ cm, $k = 0,53$ m/s och $\omega = 4,7$ radianer/s är konstanter.

- (a) Beräkna hastigheten $\mathbf{r}'(t)$.
- (b) Beräkna accelerationen $\mathbf{r}''(t)$.
- (c) Visa att hastigheten och accelerationen är vinkelräta mot varandra.
- (d) Rörelseenergin hos partikeln ges av $\frac{m}{2}|\mathbf{r}'(t)|^2$. Beräkna denna.

Uppgift 4. Låt $f(x, y) = 3x^2 + 4xy + 3y^2$ för alla (x, y) i $\mathbb{R}^2$. För att studera f kan det vara användbart med variabelbytet som ges av $u = x + y$ och $v = x - y$.

- (a) Skissera några av nivåkurvorna till funktionen f .
- (b) Skissera grafen till funktionen f .
- (c) Bestäm en parametrisering av kurvan som ges av skärningen mellan grafen till funktionen f och planet som ges av $z = x + 3y$.