KTH ROYAL INSTITUTE
OF TECHNOLOGY

EL1000/1120 Reglerteknik AK

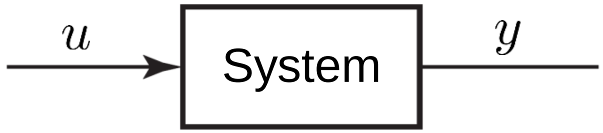
Föreläsning 4:
Frekvensbeskrivning och Bodediagram

Dagens program

- Systembeskrivningar (repetition, slides)
- Rotort och Nyquistkriteriet (repetition, slides)
- Frekvensbeskrivning (tavlan)
- Skissa Bodediagram (tavlan)

Systembeskrivningar

- System i blockschemaform



- System i differentialekvationsform

$$\ddot{y}(t) + a_1\dot{y}(t) + a_2 y(t) = b_0\dot{u}(t) + b_1 u(t)$$

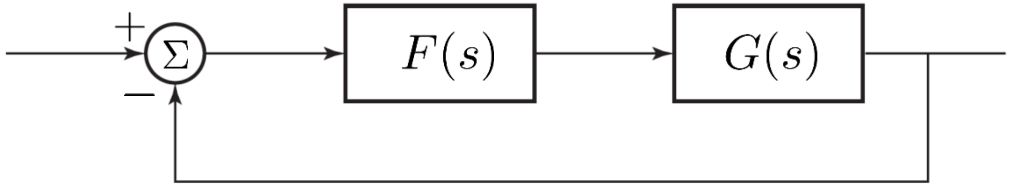
- System i överföringsfunktionform

$$Y(s) = \underbrace{\frac{b_0 s + b_1}{s^2 + a_1 s + a_2}}_{G(s)} U(s)$$

- **Idag:** System i *frekvensbeskrivningsform*

Att analysera slutna systemets stabilitet

- Slutet (återkopplat) system (process $G(s)$ och regulator $F(s)$) :



- **Förra veckan:** Två metoder för att avgöra slutna systemets stabilitet m.a.p. på en variabel parameter k
- Parametern k kan vara t.ex. en reglerparameter (K_P, K_I, K_D) eller en systemparameter (t.ex. massa m, friktion b)
- Låt kretsförstärkningen (öppna systemet) vara

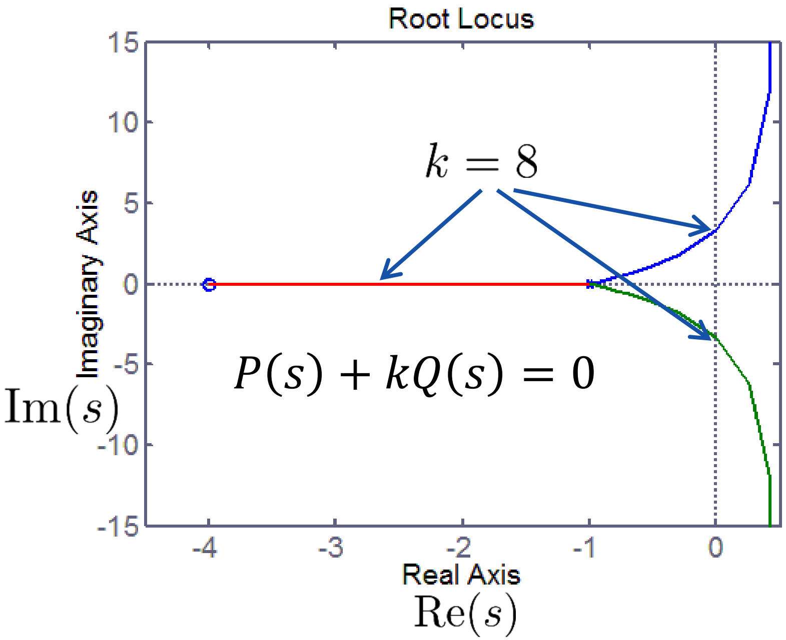
$$G_o(s) = G(s)F(s) = k\frac{Q(s)}{P(s)}$$

Rotort

- Slutna systemet $G_c(s) = \dfrac{G_o(s)}{1+G_o(s)} = \dfrac{kQ(s)}{P(s)+kQ(s)}$

- Plotta *slutna* systemets poler m.a.p. k

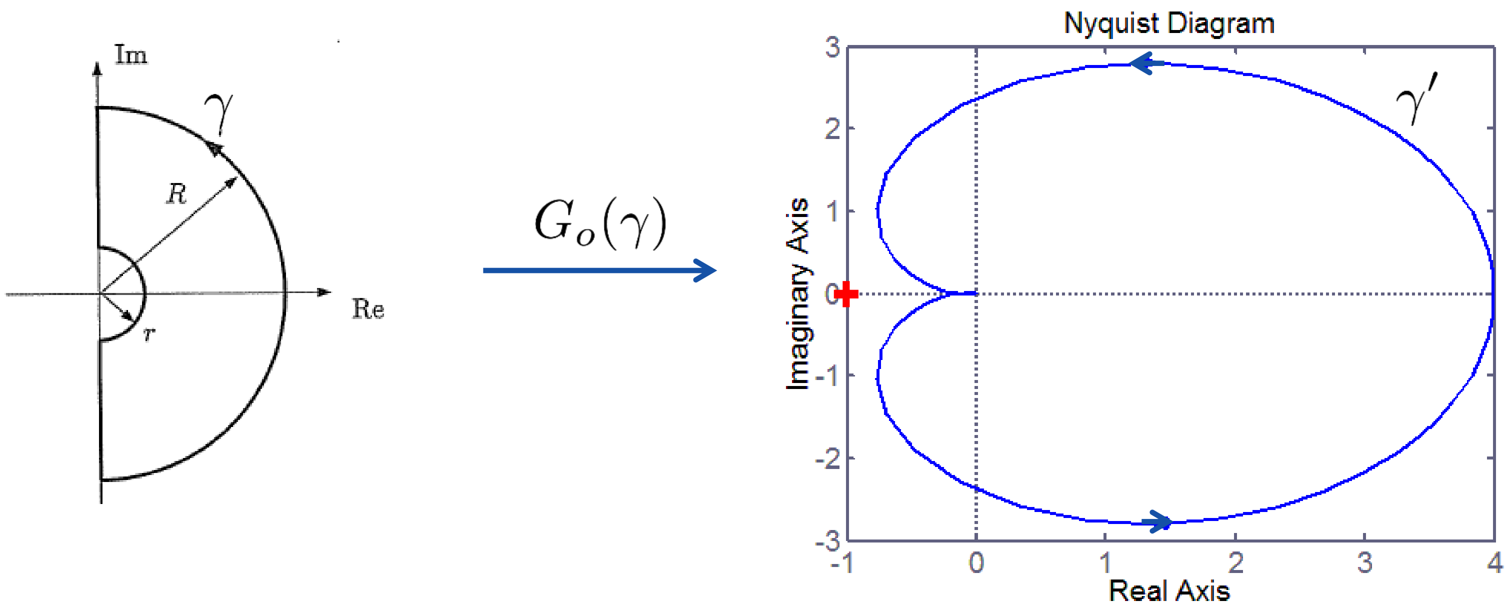
- Exempel: $G_o(s) = k\dfrac{s+4}{(s+1)^3}$



- $G_c(s)$ asymptotiskt stabilt om $k < 8$

- Kräver *polynomen* $P(s), Q(s)$

Fullständiga Nyquistkriteriet (G & L, s.76)

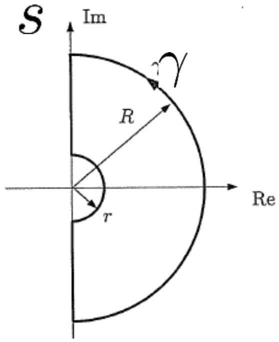


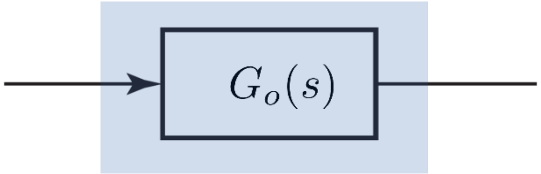
- Antalet positiva varv $G_o(\gamma)$ omsluter -1 (+) = $P_c - P_o$

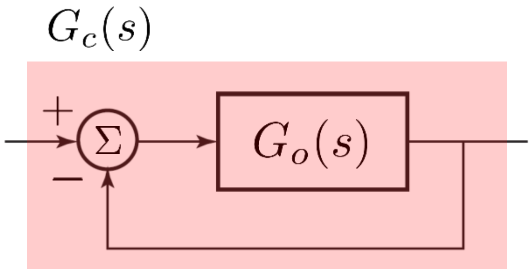
där

- Sökt: P_c= antal instabila poler hos $G_c(s)$ (**slutna** systemet)
- Givet: P_o= antal instabila poler hos $G_o(s)$ (**öppna** systemet)

Fullständiga Nyquistkriteriet (G & L, s.76)





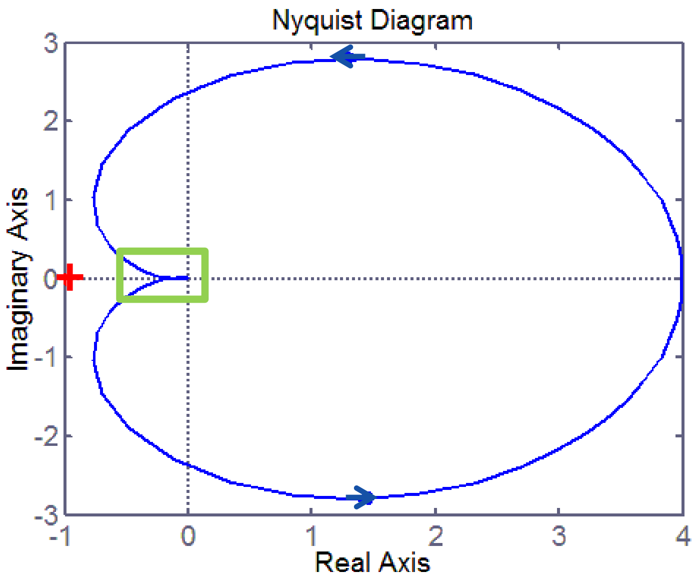


- Plotta *öppna systemet* $G_o(s)$ för $s \in \gamma$ i komplexa talplanet (räcker ofta med $G_o(i\omega)$)
- Räkna antalet varv kring punkten -1
- *Slutna systemet* $G_c(s)$ asymptotiskt stabilt om antalet varv är lika med antalet instabila poler hos $G_o(s)$ (vanligen 0)
- Parametern k bara skalar om kurvan $G_o(\gamma)$
- Kräver *frekvensbeskrivningen* $G_o(i\omega)$

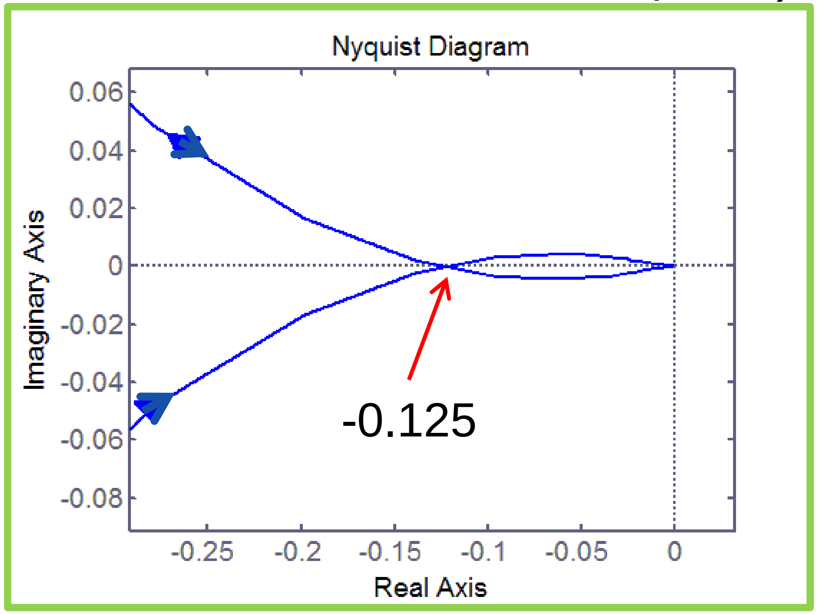
Exempel Nyquistkriteriet

- Öppet system $G_o(s) = k\dfrac{s+4}{(s+1)^3}$ (rita Nyquist för k=*1*) har 0 instabila poler

- $G_c(s)$ stabilt om k *<1/0.125 = 8*

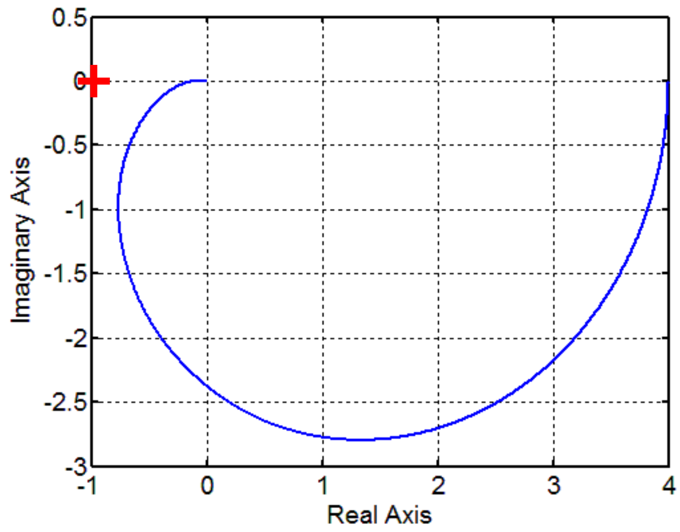


(zoom)



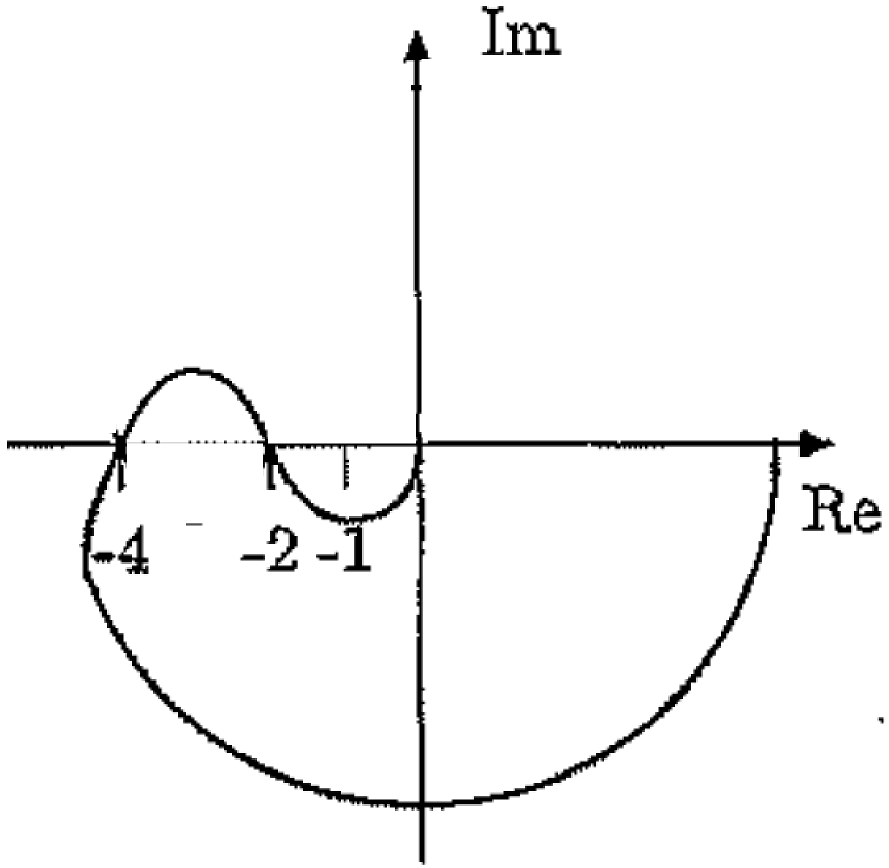
Förenklade Nyquistkriteriet (G & L, s. 78)

- Rita bara $G_o(i\omega), 0 \leq \omega < \infty$ (”*Nyquistkurvan*”)$\leftarrow$
- Om $G_o(s)$ är asymptotiskt stabilt så är $G_c(s)$ asymptotiskt stabilt om punkten -1 ligger till *vänster* om Nyquistkurvan

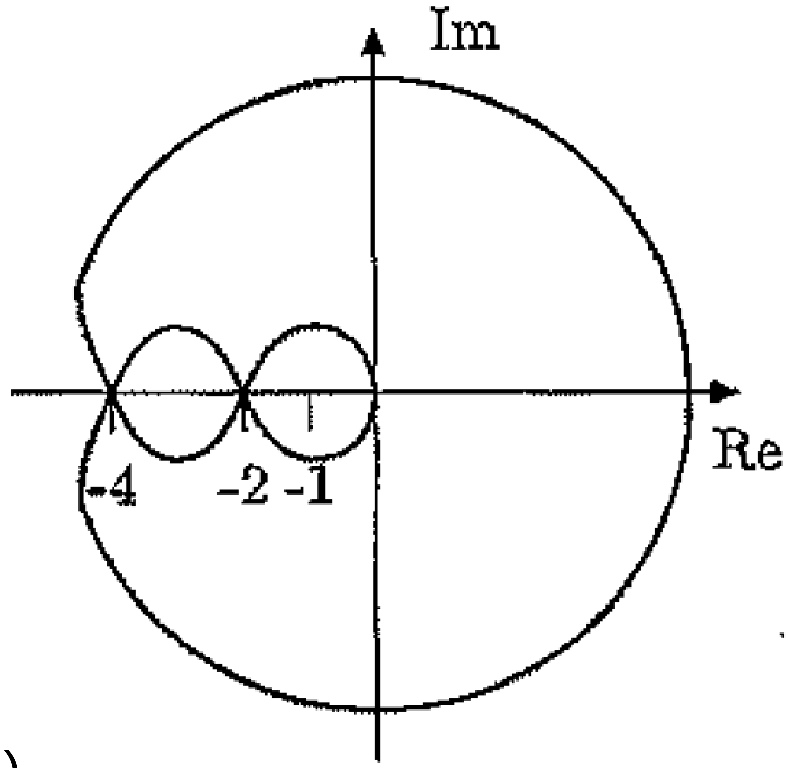


(Om ”vänster” svårtolkat: Anv. fullständiga Nyquistkriteriet)

Ligger -1 till vänster om Nyquistkurvan?



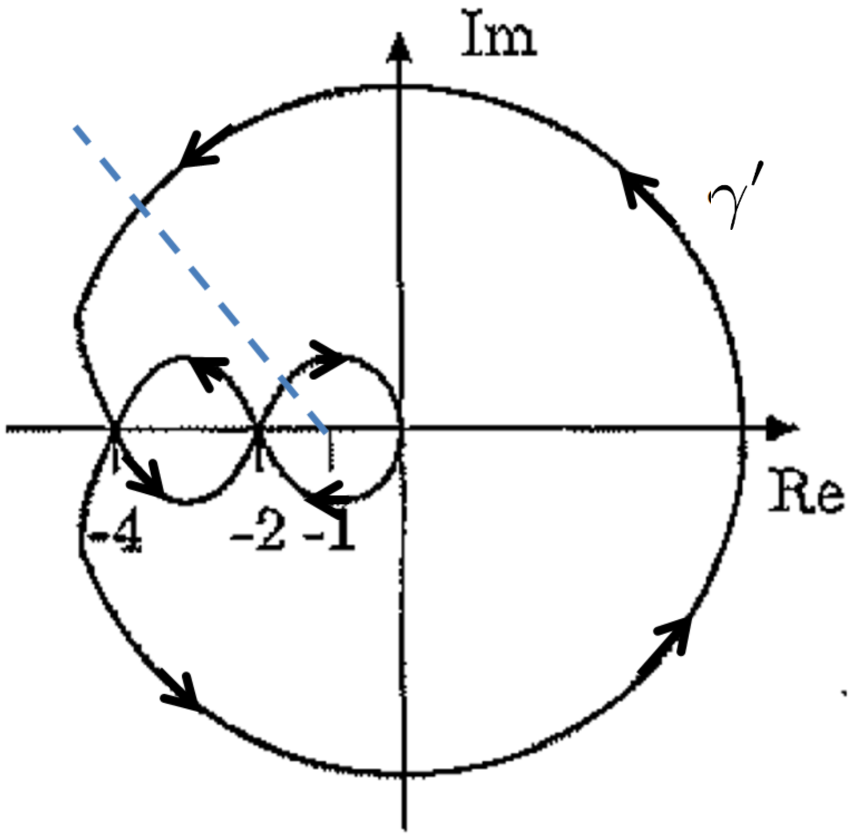
Ja! Använd här fullständiga Nyquistkriteriet istället



(Övning 3.15)

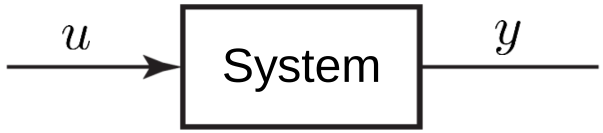
Ja! Använd här fullständiga Nyquistkriteriet istället

Antal positiva varv γ' omsluter -1 = 0



Systembeskrivningar

- System i blockschemaform



- System i differentialekvationsform

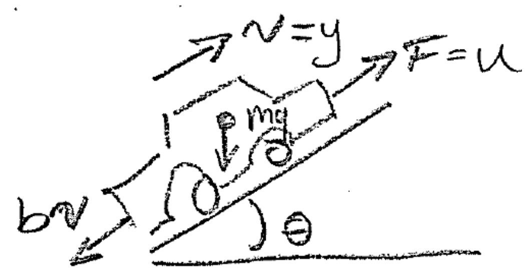
$$\ddot{y}(t) + a_1\dot{y}(t) + a_2 y(t) = b_0\dot{u}(t) + b_1 u(t)$$

- System i överföringsfunktionform

$$Y(s) = \underbrace{\frac{b_0 s + b_1}{s^2 + a_1 s + a_2}}_{G(s)} U(s)$$

- **Idag:** System i *frekvensbeskrivningsform*

Modell av bil
$(m = 1,\ b = 0.5,\ \theta = 0)$



1. Från kraftlagen ($u = F, y = v$)

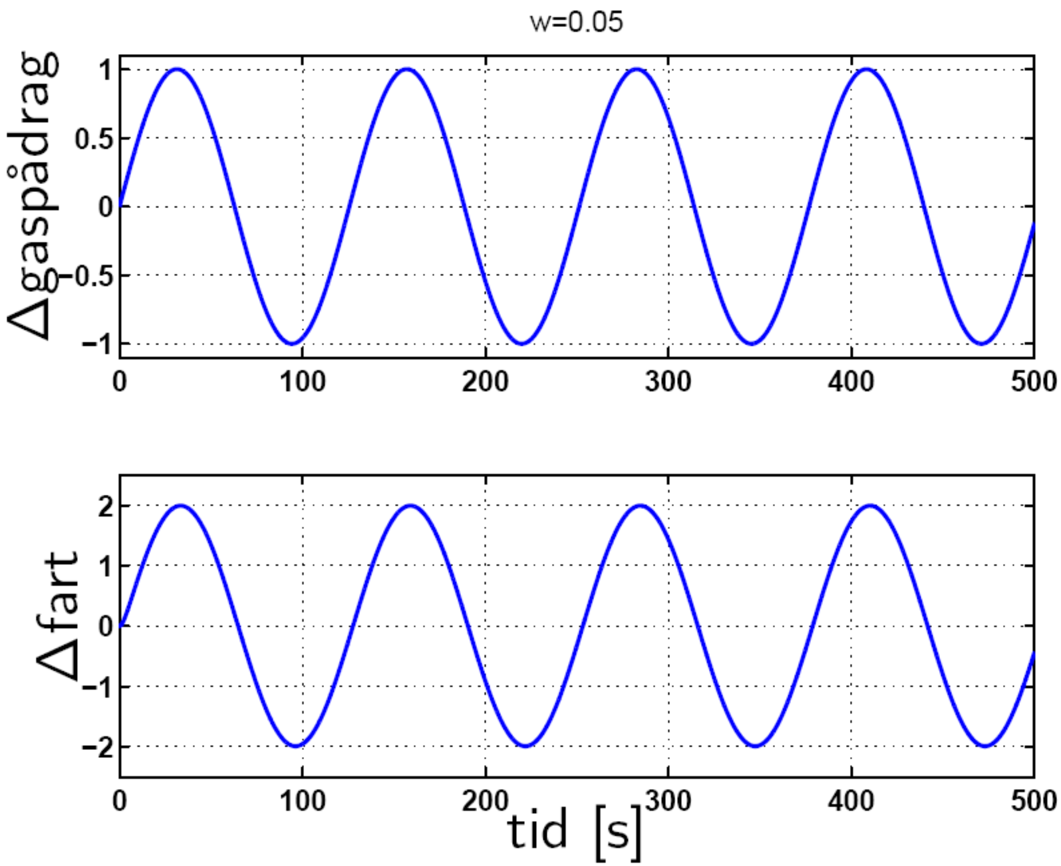
$$\dot{y}(t) = -0.5y(t) + u(t)$$

2. Laplacetransformation ger

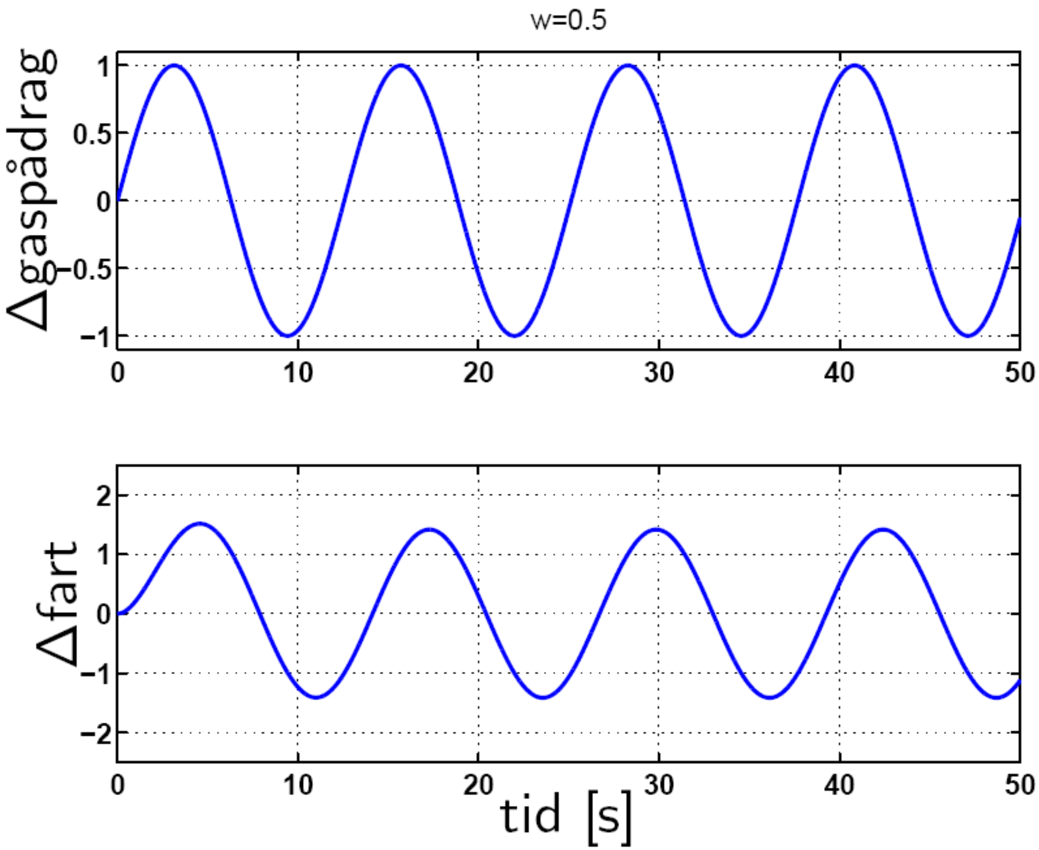
$$Y(s) = \frac{2}{2s+1}U(s)$$

3. Låt $u(t) = \sin(\omega t)$, bestäm $y(t)$ som funktion av frekvens ω

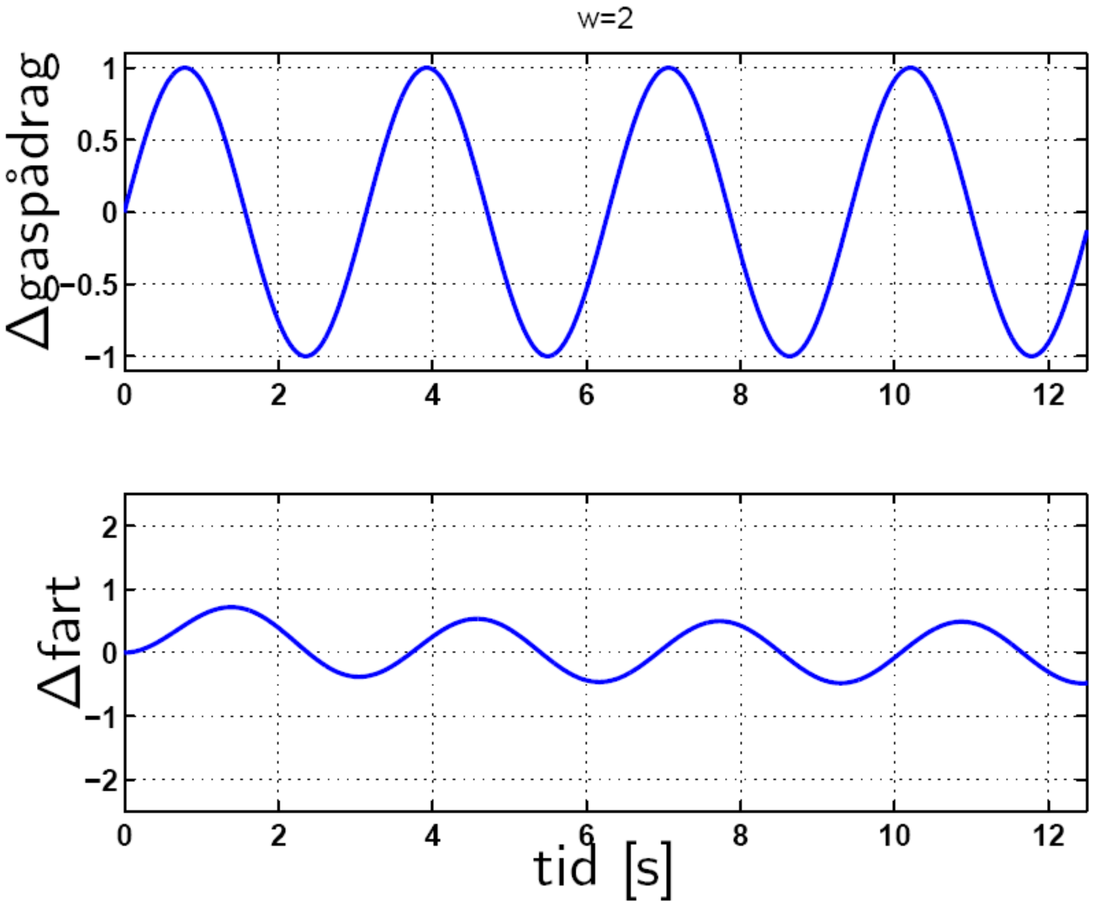
Simulering av bil, $\omega = 0.05$ rad/s



Simulering av bil, $\omega = 0.5$ rad/s

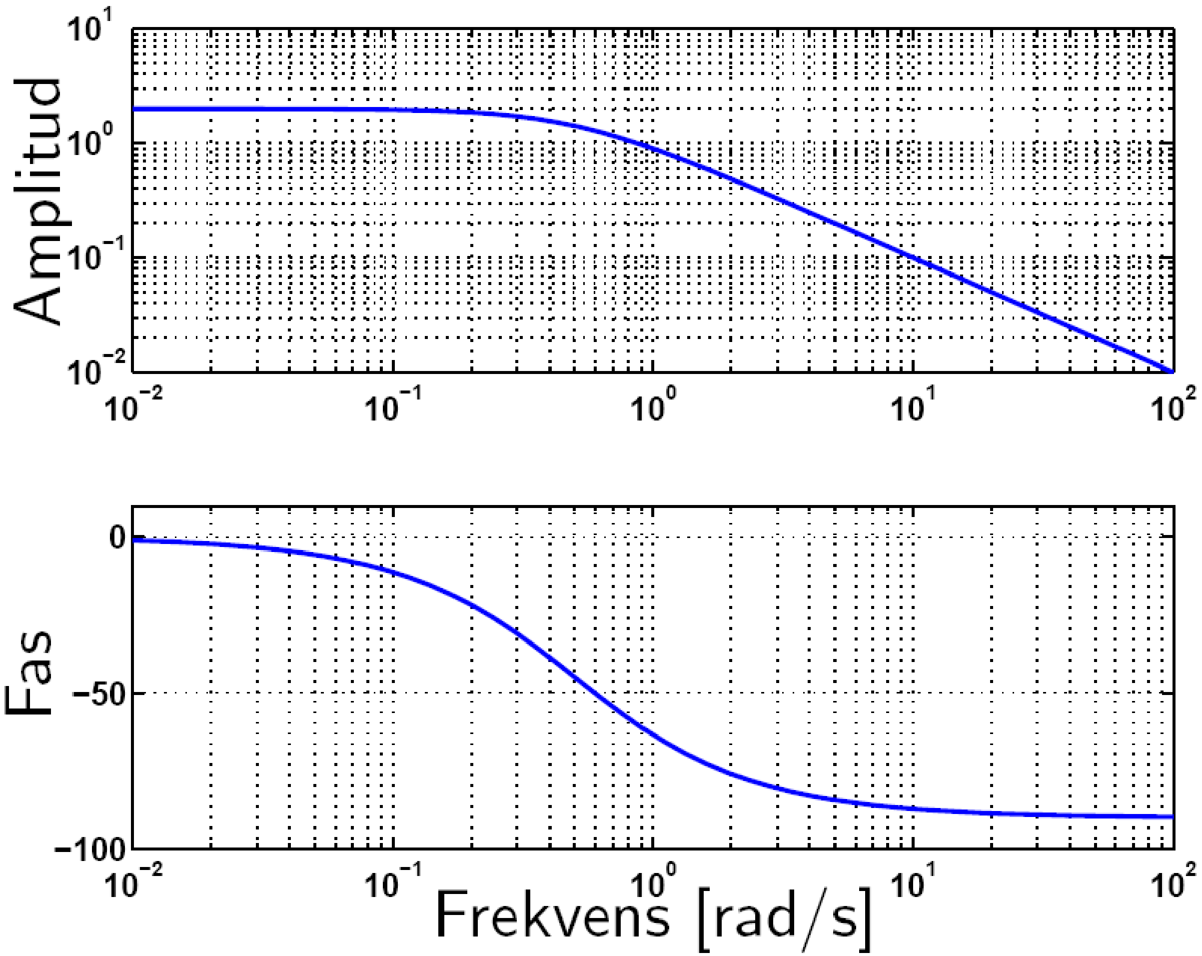


Simulering av bil, $\omega = 2.0$ rad/s



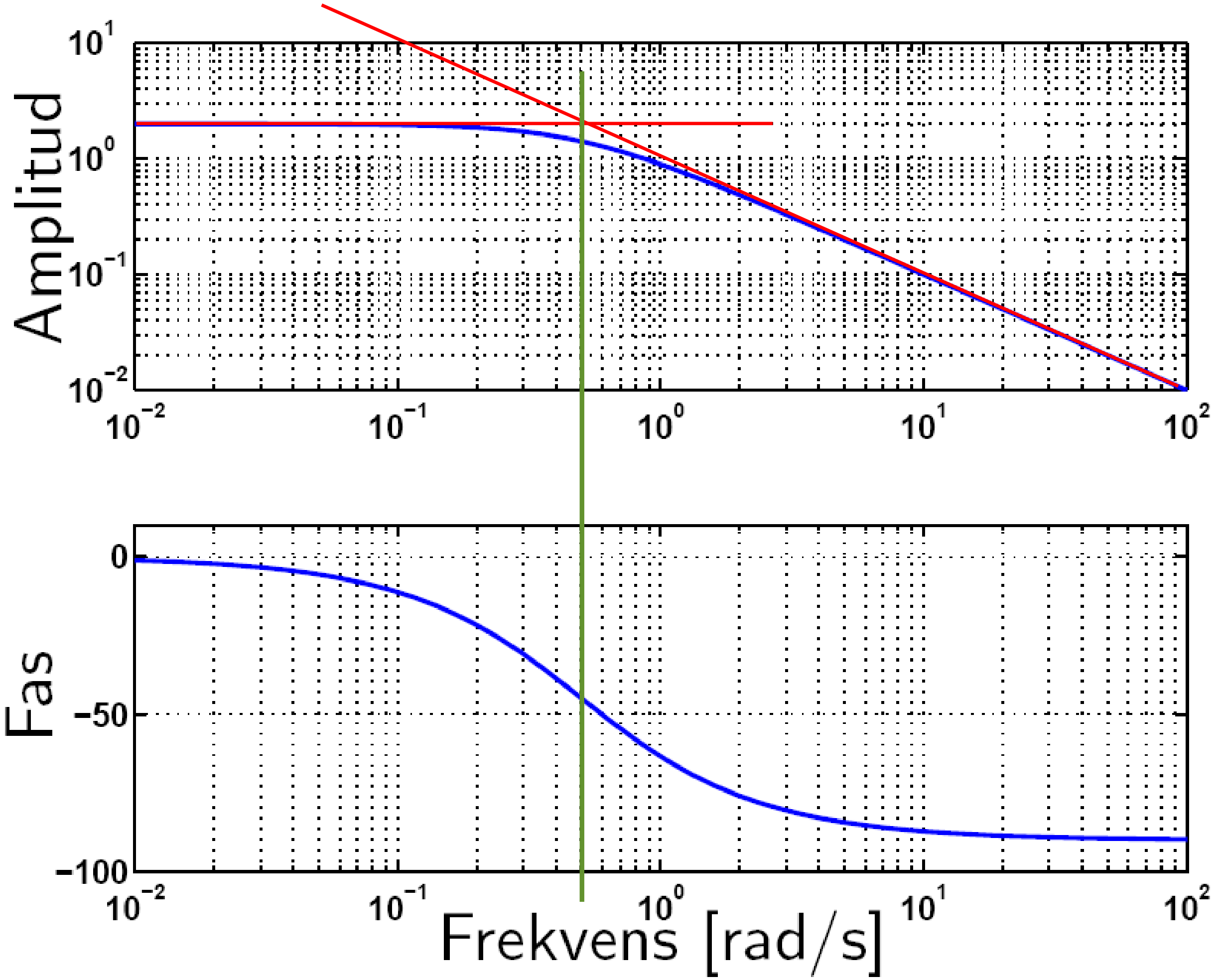
Bodediagram av bil

$$G(s) = \frac{2}{2s+1}$$



Bodediagram av bil (brytpunkt)

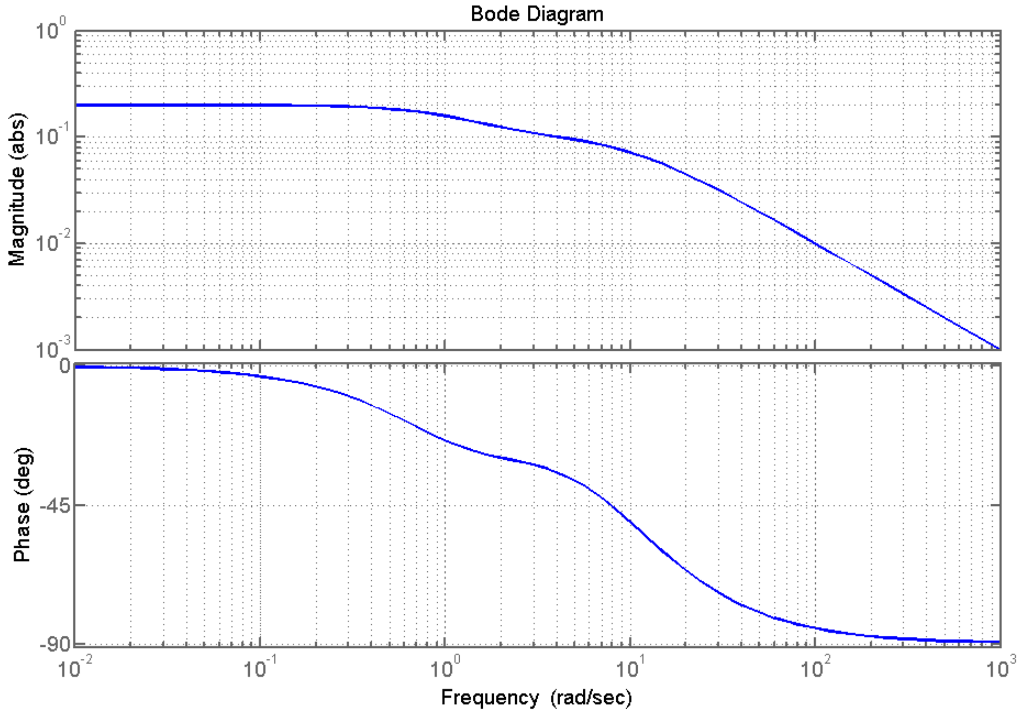
$$\omega_{bp} = ?$$



Bodediagram, Ex.3

$$G(s) = \frac{s+2}{(s+10)(s+1)}$$

- Matlab: `s=tf('s'), bode((s+2)/(s+10)/(s+1)), grid on`



Quiz

(1) Ett system har överföringsfunktionen $G(s) = \frac{1}{s}$ och insignalen är $u(t) = \sin 2t$. Vad blir utsignalen $y(t)$ stationärt?

a) $\frac{1}{2}\sin 2t$

b) $\frac{1}{4}\sin\left(2t + \frac{\pi}{2}\right)$

c) $\frac{1}{2}\sin\left(2t - \frac{\pi}{2}\right)$

d) $\sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right)$

---

(2) Ett system har överföringsfunktionen $G(s) = s^2 + 1$. vid vilka frekvenser är förstärkningen som högst?

a) Låga frekvenser

b) Höga frekvenser

c) Frekvenser nära ω_0

d)Frekvenser nära bandbredden

Quiz

(3) Vilka frekvenser förstärks mest vid I-reglering?

a) Låga frekvenser
b) Höga frekvenser
c) Frekvenser nära ω_0
d) Frekvenser nära bandbredden

---

(4) Ger en derivator upphov till en positiv eller en negativ fasförskjutning?

a) Positiv
b) Negativ
c) Beror på koefficienten framför
d) Omöjligt att dra slutsatser