



EL1000/1120 Reglerteknik AK

Föreläsning 5: Stabilitetsmarginaler och kompensering





Kursinfo: Extra material

- Repetition av komplexa tal:
<https://www.kth.se/social/upload/4fce1a4df276543a98000012/komplexatal.pdf>
- Introduktion till Laplacetransformen:
<https://www.kth.se/social/upload/527ac1d0f276540a852d04e9/laplace3.pdf>
- Extra material om Nyquistkriteriet:
<https://www.kth.se/social/files/5468c221f276541a43a8b526/Nyquistkriteriet.pdf>



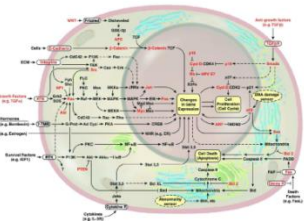
SURF-student på Caltech?



Summer Undergraduate Research Fellowships

- ✓ Vill du prova på att forska?
- ✓ Är du intresserad av reglerteknik?
- ✓ Är du ambitiös och initiativrik?
- ✓ Har du inget inplanerat nästa sommar?
- ✓ Är du nyfiken på Kalifornien?

Systembiologi



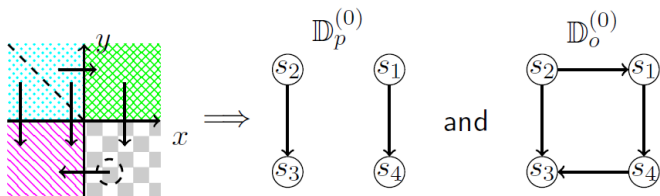
Regulatordesign



Vi på avdelningen för reglerteknik vid skolan för elektro- och systemteknik har möjlighet att skicka 1-2 teknologer till *California Institute of Technology* (www.caltech.edu) i *Pasadena, Kalifornien*, under sommaren 2016.

Vi söker *teknologer* på KTH som är intresserade av forskning inom regler- och systemteknik, och vill spendera 10 veckor i en forskargrupp av högsta internationella klass. Anmäl intresse senast den **24 november 2015**. Intresserad eller vill veta mer?

Verifierbara styrsystem



Kontakta *Henrik Sandberg* (hsan@kth.se)
<https://people.kth.se/~hsan/surf.html>



Exempel på SURF-projekt

File I

Risk-Mitigated Optimal Power Flow with High Wind Penetration

An Aircraft Electric Power Testbed for Validating Automatically Synthesized Reactive Control Protocols

Robert Rogersten[†], Huan Xu^{*}, Necmiye Ozay^{*}, Ufuk Topcu[‡], and Richard M. Murray^{*}

[†]KTH Royal Inst. of Tech.
rrog@kth.se

^{*}California Inst. of Tech.
{mumu, necmiye, murray}
@cds.caltech.edu

[‡]University of Pennsylvania
utopcu@seas.upenn.edu

ABSTRACT

Modern aircraft increasingly rely on electric power for subsystems that have traditionally run on mechanical power. The complexity and safety-criticality of aircraft electric power systems have therefore increased, rendering the design of these systems more challenging. This work is motivated by the potential that correct-by-construction reactive controller synthesis tools may have in increasing the effectiveness of the electric power system design cycle. In particular, we have built an experimental hardware platform that captures some key elements of aircraft electric power systems within a simplified setting. We intend to use this platform for validating the applicability of theoretical advances in correct-by-construction control synthesis and for studying implementation-related challenges. We demonstrate a

reconfigure the contactors to react to faults and modes of operation, the system uses control logic that can sense system conditions and environmental conditions under which the system operates. The electric power system, therefore, includes voltage and current sensors connected to the control logic. In current practice, the control logic is often designed by hand, resulting in lengthy design and verification cycles. As an alternative approach, [11] and [12] explored the application of correct-by-construction reactive controller synthesis techniques.

In this paper, we report on our recently developed simulation models and a hardware testbed for validating reactive controllers synthesized using TuLiP [11], a temporal logic planning toolbox, in order to investigate the validity of the assumptions made in controller synthesis. TuLiP is a collection of Python-based code used for automatic syn-

Abstract—V channel, loss of resending until it is successful and the fragmenel. We examine minimizes the for non-decre size dependent failure probab be fragmented optimal fragmen size approach sizes. We also transfer time the penalty of

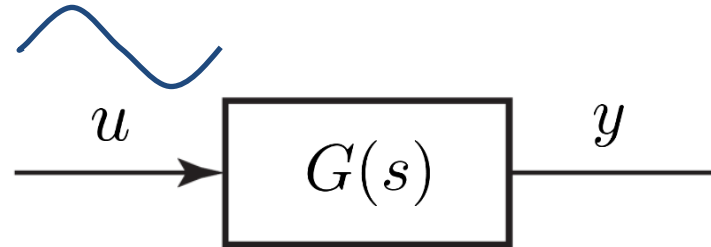
Abstract—I poses new cha inherent variat operation of th services. We c primary energ serves from co services. The p power flow (O of spinning res and a chance that compensa OPF with ener optimal contro using the topo then extend th tion of storage results of the ca and suggest a



Dagens program

- **Frekvenssvar och Bodediagram (repetition, slides)**
- **Bodediagram för system med komplexa poler (slides)**
- Stabilitetsmarginaler (tavlan)
 - Amplitudmarginal
 - Fasmarginal
- Specifikation av prestanda i tids- och frekvensplanet (tavlan)
- Regulatorsyntes ("konstruera $F(s)$ ") via kompensering i frekvensplanet (tavlan)

Frekvensbeskrivning



- $u(t) = \sin(\omega t)$ ger, efter insvängning,

Viktigt!

$$y(t) = |G(i\omega)| \sin(\omega t + \phi) ; \quad \phi = \arg G(i\omega)$$

- $G(i\omega)$ kallas *frekvenssvaret*
- Grafisk presentation av $G(i\omega)$:
 - I. Amplitud och fas var för sig \Rightarrow *Bodediagram*
 - II. I komplexa talplanet \Rightarrow *Nyquistdiagram*

Bodediagram – Allmänt (G & L, avsnitt 4.3)

$$G(s) = \frac{K(1 + \frac{s}{z_1}) \cdots (1 + \frac{s}{z_m})}{s^p(1 + \frac{s}{p_1}) \cdots (1 + \frac{s}{p_n})}$$

- Amplitudkurva:

$$\log|G| = \log|K| + \frac{1}{2} \log(1 + \frac{\omega^2}{z_1^2}) + \dots - p \log\omega - \frac{1}{2} \log(1 + \frac{\omega^2}{p_1^2}) + \dots$$

- Asymptotiskt:

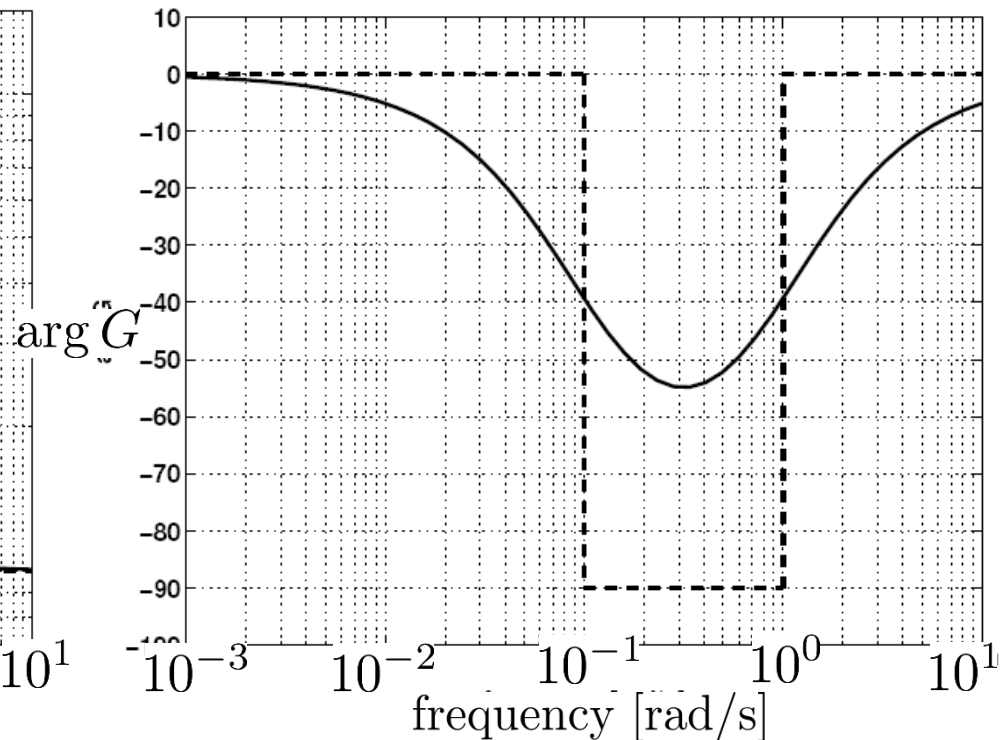
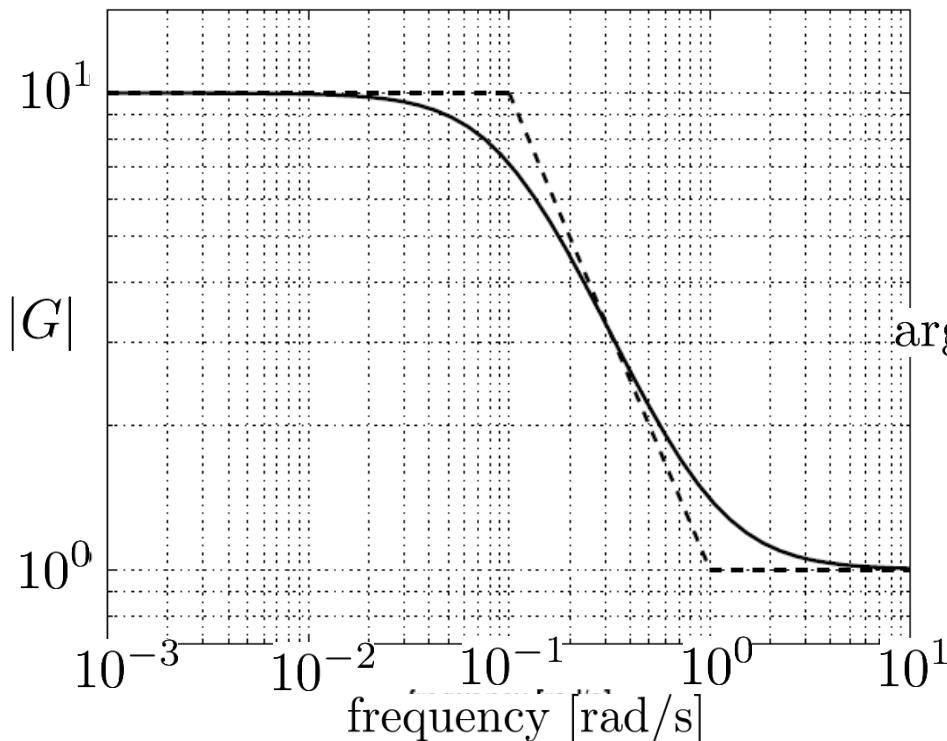
- små ω : linje med lutning $-p$
- $\omega = -z_i$: lutningen ändras $+1$ (brytpunkt)
- $\omega = -p_i$: lutningen ändras -1 (brytpunkt)
- stora ω : lutning $m - p - n$

Viktigt!

Bodediagram – Exempel $G(s) = 10 \frac{1 + s}{1 + s/0.1}$

Brytpunkter: $-p_1 = 0.1$ (bryter ner -1), $-z_1 = 1.0$ (bryter upp +1)

$$\log |G(i\omega)| = \log 10 + \frac{1}{2} \log (1 + \omega^2) - \frac{1}{2} \log \left(1 + \frac{\omega^2}{0.1^2} \right)$$





Bodediagram – Allmänt (G & L, avsnitt 4.3)

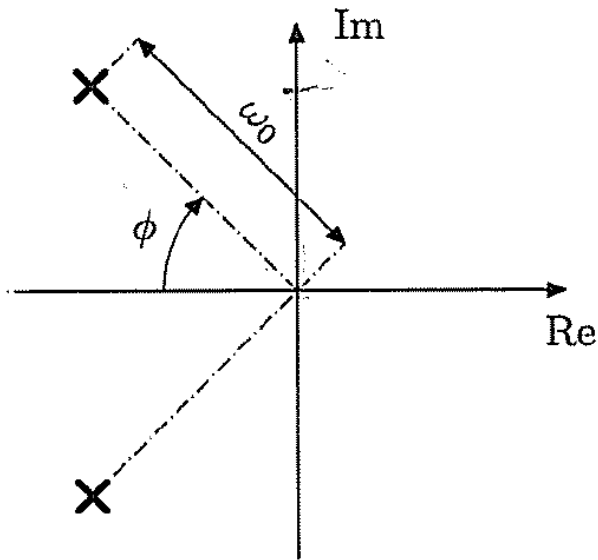
- Faskurva:

$$\arg G(i\omega) = \arg K + \operatorname{atan} \frac{\omega}{z_1} + \dots - p \cdot 90^\circ - \operatorname{atan} \frac{\omega}{p_1} - \dots$$

- asymptotiskt:

- små ω : $\arg G = -p \cdot 90^\circ$.
- $\omega = z_i$: fasen ändras med $+90^\circ$. (brytpunkt)
- $\omega = p_j$: fasen ändras med -90° . (brytpunkt)
- stora ω : $\arg G = (m - p - n) \cdot 90^\circ$.

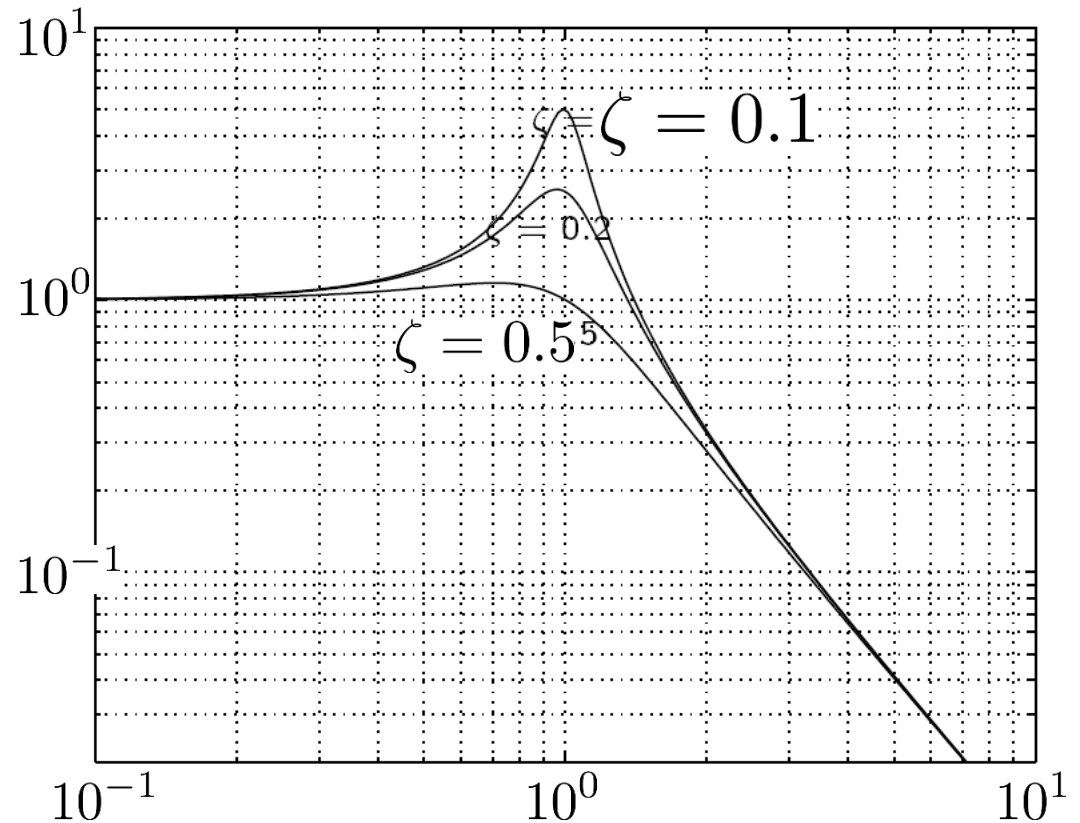
Bodediagram – Komplexa poler (amplitud)



Relativ dämpning: $\cos \phi = \zeta$

Brytpunkt: ω_0

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta s + 1} ; \quad (\omega_0 = 1)$$



Bodediagram – Komplexa poler (G & L, s. 85-86)

- System med komplexa poler:

$$G(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}, \quad \text{poler : } s_{1,2} = -\omega_0 \left(\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1} \right)$$

- Frekvenssvaret:

$$G(i\omega) = \frac{1}{\left(\frac{i\omega}{\omega_0}\right)^2 + 2\zeta\frac{i\omega}{\omega_0} + 1} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + i2\zeta\frac{\omega}{\omega_0}}$$

- Amplitud:

$$|G| = 1 / \sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + 4\zeta^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

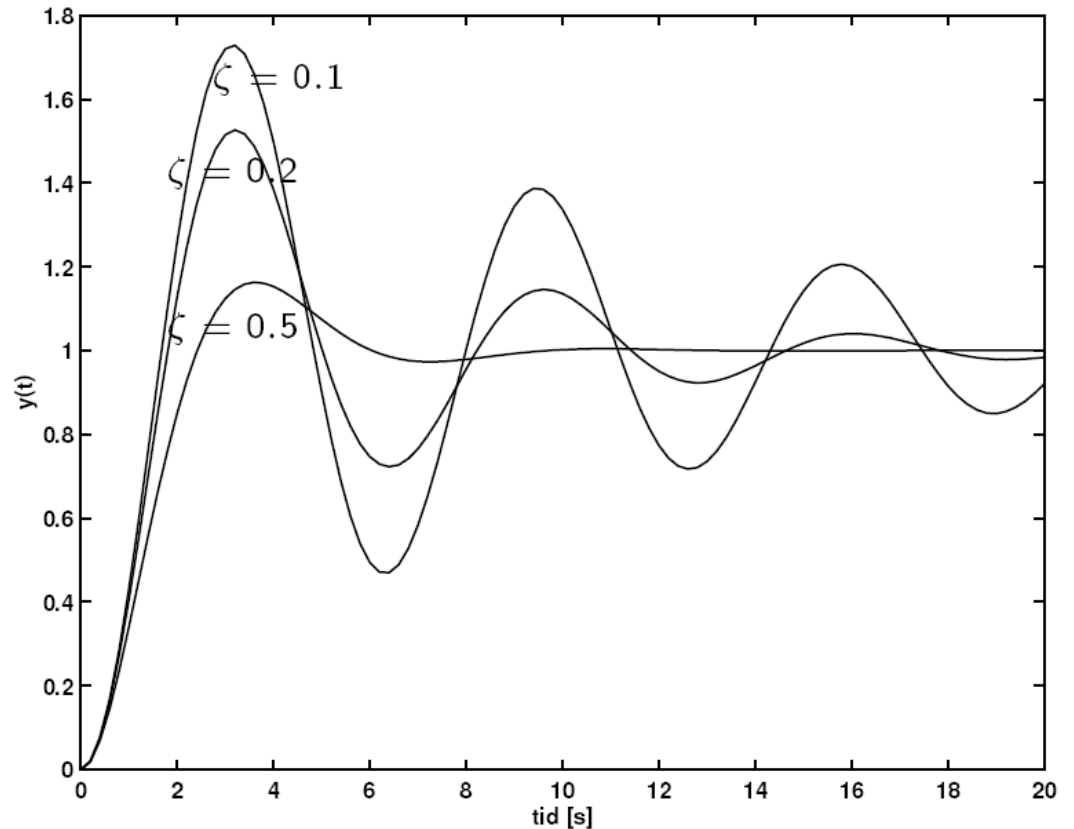
- ★ små ω : $|G| \approx 1$.
- ★ stora ω : $|G| \approx 1/\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$, dvs. lutning -2.
- ★ $\omega = \omega_0$: $|G| = \frac{1}{2\zeta}$, dvs. resonanstopp då ζ litet!

Komplexa poler

Motsvarande stegsvar: $y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left(G(s) \frac{1}{s} \right)$

Komplexa poler ger:

- Svängningar i stegsvar
- Resonanstopp i Bodediagram



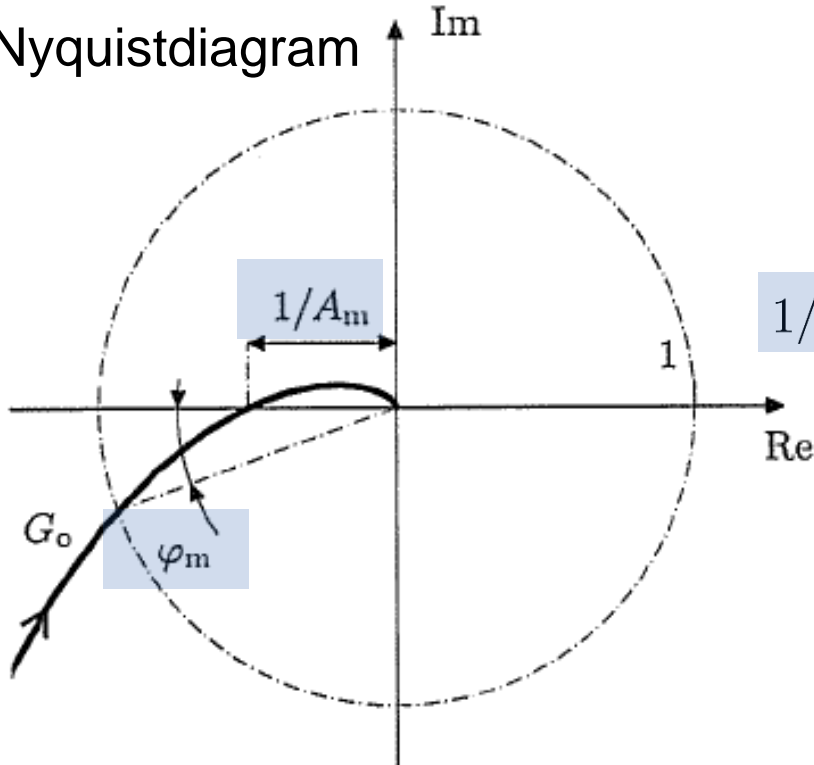


Dagens program

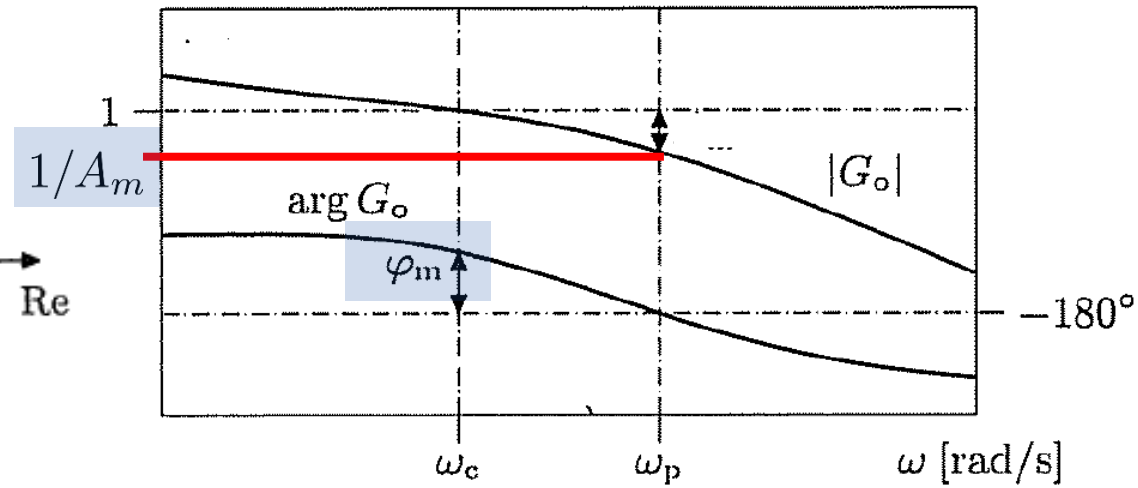
- Frekvenssvar och Bodediagram (repetition, slides)
- Bodediagram för system med komplexa poler (slides)
- **Stabilitetsmarginaler (tavlan)**
 - **Amplitudmarginal**
 - **Fasmarginal**
- Specifikation av prestanda i tids- och frekvensplanet (tavlan)
- Regulatorsyntes ("konstruera $F(s)$ ") via kompensering i frekvensplanet (tavlan)

Amplitud- och fasmarginal (G & L, s. 94-95)

Nyquistdiagram



Bodediagram



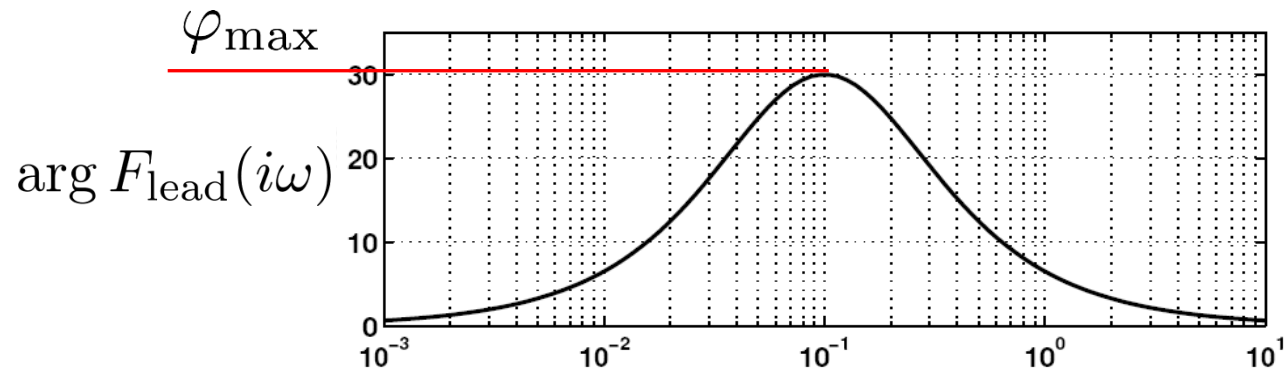
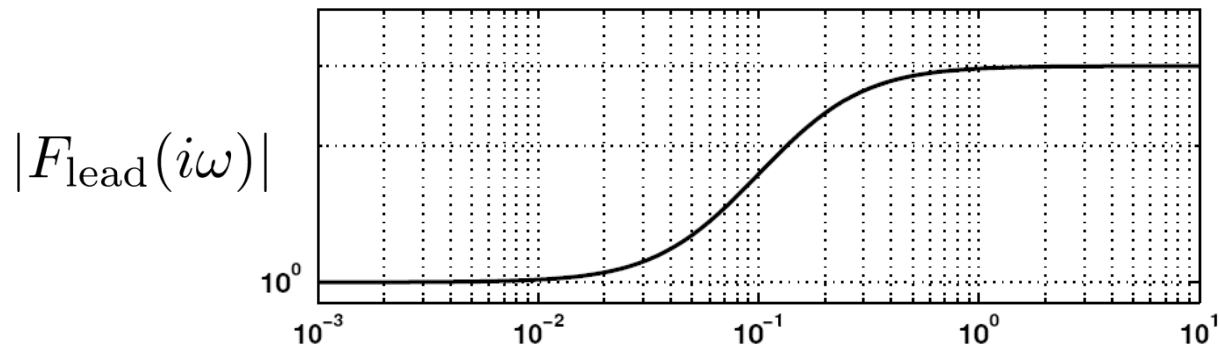
Fas-skärfrekvens ω_p och amplitudmarginal A_m

Skärfrekvens ω_c och fasmarginal φ_m

Mäter avstånd till instabilitetspunkten (-1)

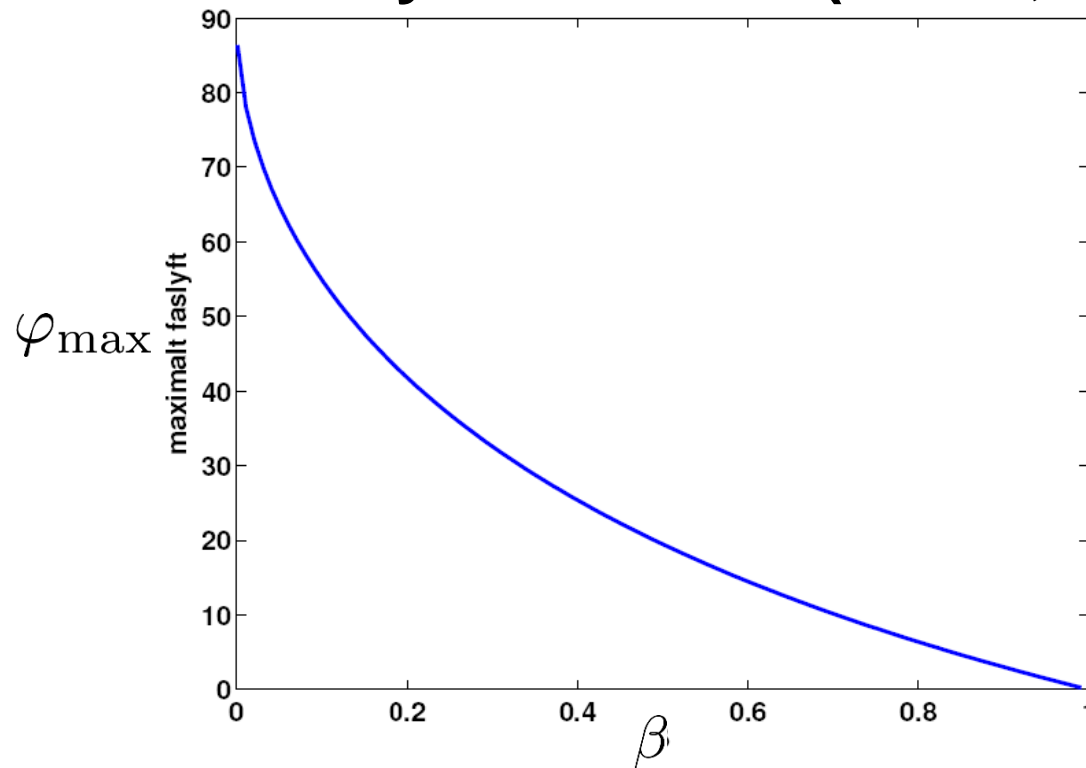
Kompensering med lead-länk (fasavancerande länk, PD-länk, G & L, s. 105-)

$$\omega_c = 0.1, \varphi_{\max} = 30^\circ \Rightarrow \beta = 0.33, \tau_D = 17.2$$



- fördel: positivt fasbidrag (faslyft)
- nackdel: stor förstärkning vid höga frekvenser

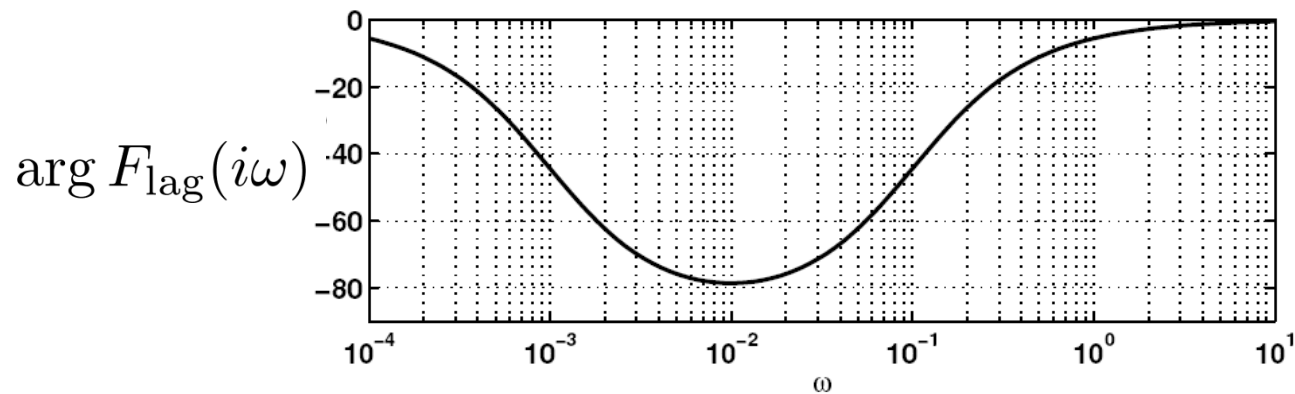
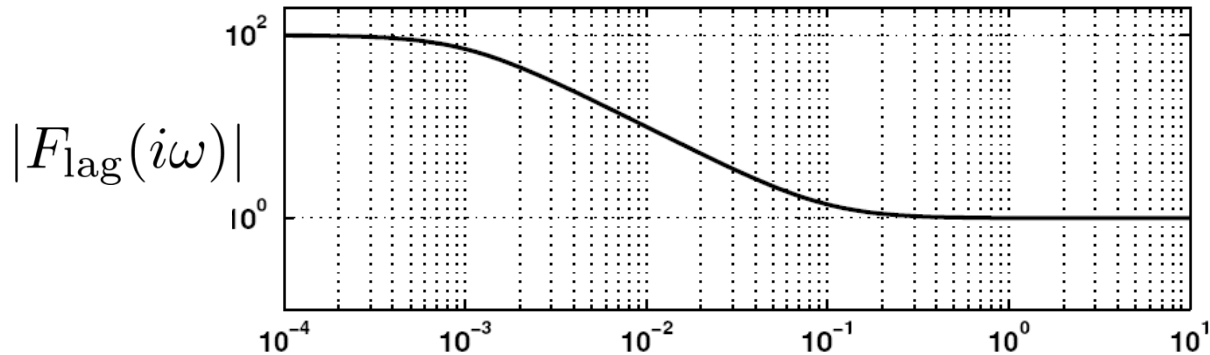
Maximalt faslyft lead-länk (G & L, fig. 5.13)



- använd paramtern τ_D för att få maximalt faslyft vid önskat frekvens (skärfrekvensen)
- stora faslyft \rightarrow litet $\beta \rightarrow$ stor högfrekvent förstärkning $1/\beta$

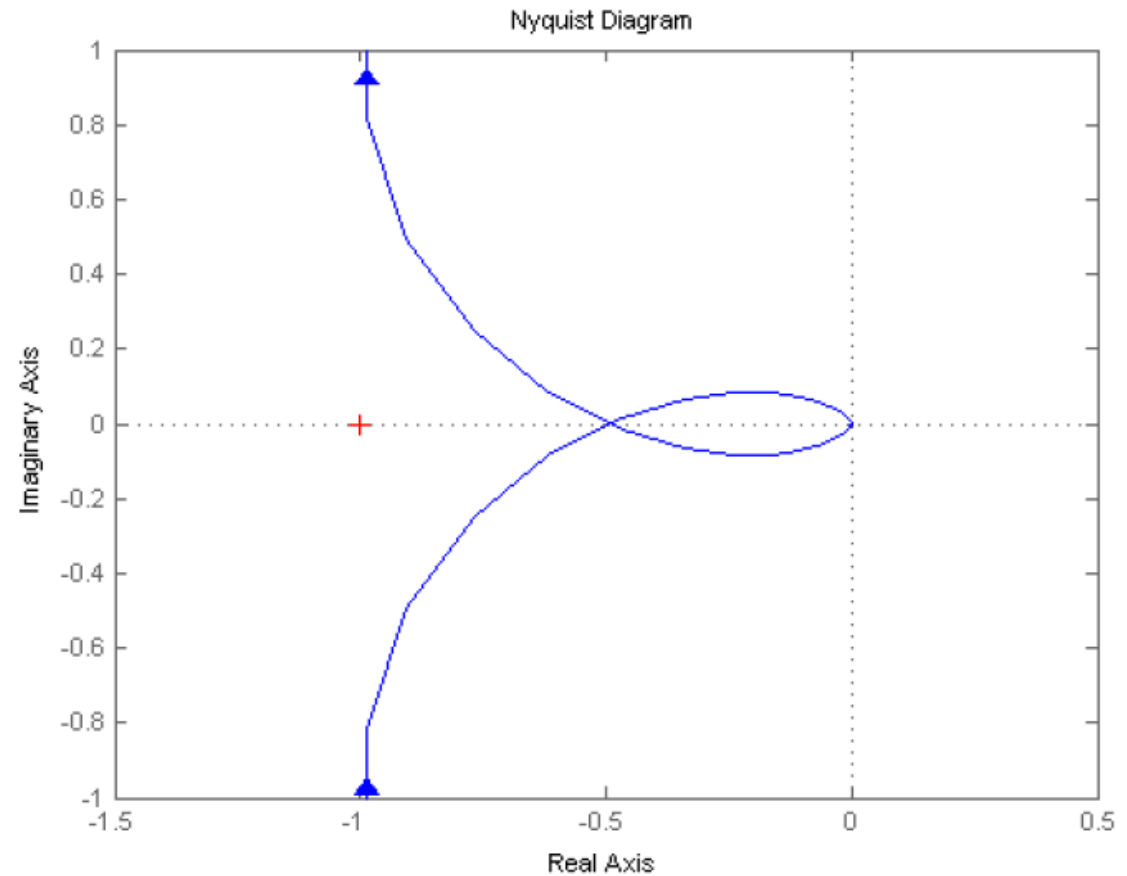
Kompensering med lag-länk (fasretarderande länk, PI-länk, G & L, s. 107-)

$$\tau_D = 1, \gamma = 0.01$$



- fördel: ger stor lågfrekvent förstärkning
- nackdel: ger negativt fasbidrag

Quiz



Vad är amplitudmarginalen approximativt för systemet vars Nyquistkurva kan ses ovan?

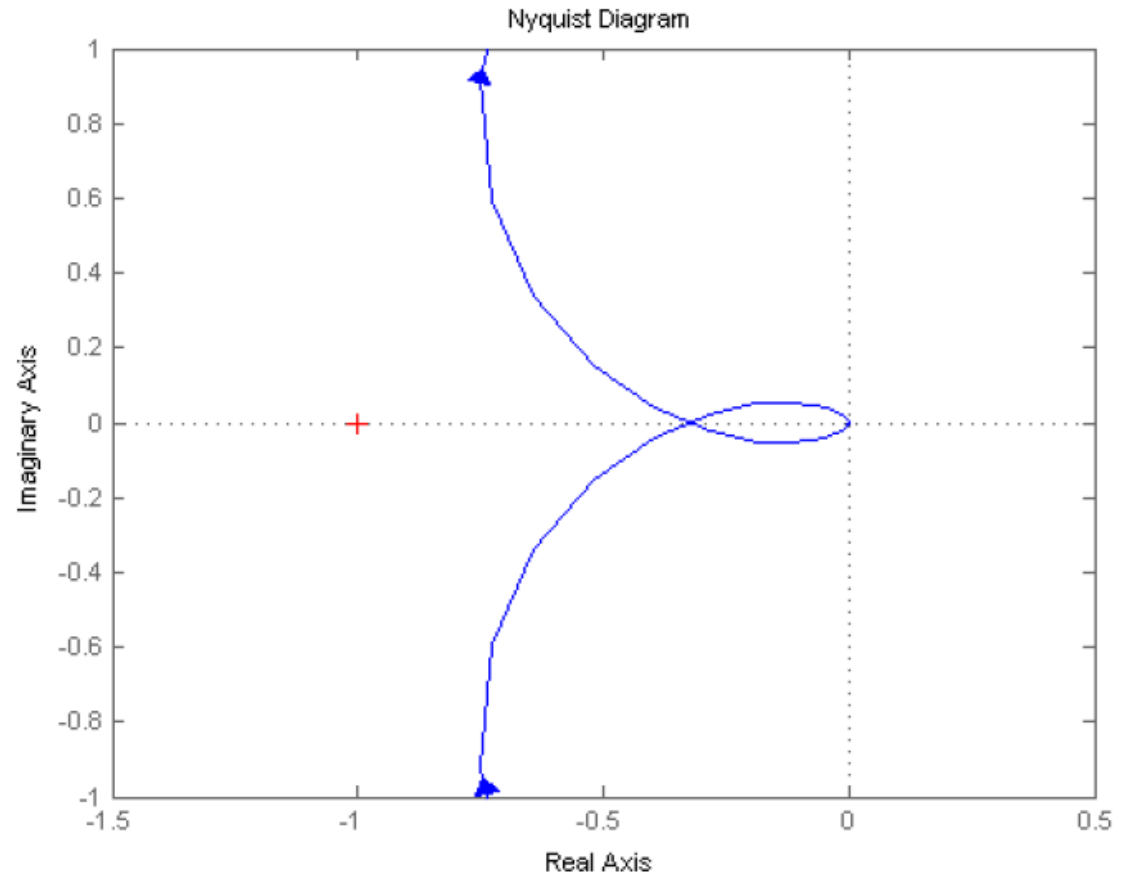
a) 2

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{4}$

d) 4

Quiz



Uppskatta fasmarginalen ur Nyquistdiagrammet ovan. Vad blir den, approximativt?

- a) 0°
- c) 90°

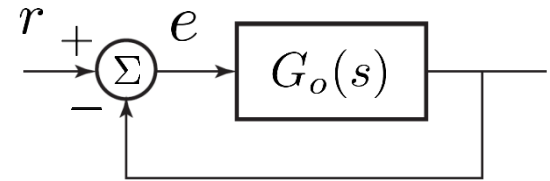
- b) 45°
- d) 135°



Quiz

Förutsatt att $r(t)$ är ett enhetssteg vilket nedstående villkor är tillräckligt för att det stationära felet ska gå mot 0?

- a) G_o innehåller en integrator.
- b) G_o innehåller en derivator.
- c) $E(s)$ innehåller en integrator.
- d) $G_o(0) \rightarrow 0$



Vad motsvarar förstärkningen $\frac{1}{\sqrt{2}}$ på decibelskalan?

- a) 3 dB
- b) 1 dB
- c) -1 dB
- d) -3 dB