



Seminarium 6

Se www.kth.se/social/course/SF1626 för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna.

Detta seminarium inleds med ett skriftligt prov på en variant av någon av de rekommenderade övningsuppgifterna ur kursboken Calculus av Adams och Essex (8:e upplagan) som är markerade med fetstil, nämligen:

Avsnitt	Rekommenderade uppgifter
16.1	3, 7, 11
16.2	9, 15, 17
16.3	3, 5, 9
16.4	5, 11, 15
16.5	1, 3, 5

Vid seminariet kommer nedanstående uppgifter att diskuteras.

UPPGIFTER

Uppgift 1. Låt $\mathbf{F}$ vara vektorfältet som ges av

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2 - yz, y^2 - xz, z^2 - xy)$$

för alla $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

- (a) Bestäm $\text{rot } \mathbf{F} = \nabla \times \mathbf{F}$ och $\text{div } \mathbf{F} = \nabla \cdot \mathbf{F}$.
- (b) Avgör om det finns en potential, dvs en funktion g sådan att $\mathbf{F} = \text{grad } g$.
- (c) Bestäm flödet av $\mathbf{F}$ ut genom sfären som ges av

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2.$$

Uppgift 2. Låt $\mathbf{F} = \operatorname{rot} \mathbf{G} = \nabla \times \mathbf{G}$ där

$$\mathbf{G}(x, y, z) = (z^2 - y^2, x^2 - z^2, y^2 - x^2)$$

- (a) Beräkna flödet av $\mathbf{F}$ genom triangeln med hörn i $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ och $(0, 0, 1)$.
(Normalriktningen väljs så att den pekar bort från origo.)
- (b) Använd Stokes sats för att relatera flödet från del (a) till en kurvintegral och beräkna denna kurvintegral med hjälp av en parametrisering.