Viggo Kann och Stefan Nilsson, KTH CSC

Lösningar till teoritenta i Algoritmer, datastrukturer och komplexitet 2015-12-18

1. (6 p) Är följande påståenden sanna eller falska? För varje deluppgift ger riktigt svar 1 poäng och ett *övertygande motiverat* riktigt svar 2 poäng.

   a/c) $n(n \log n + 37(\log n)^3) \in \Omega(n^2 \log n)$.

   Sant. $n \log n$ växer snabbare än $37(\log n)^3$ och kommer att vara den dominerande termen. $\Omega(n^2 \log n)$ är klassen av funktioner som växer minst lika snabbt som $n^2 \log n$. $n(n \log n + 37(\log n)^3)$ växer som $n^2 \log n$, så därför är påståendet sant.

   b/a) Hos en Montecarloalgoritm beror både det beräknade värdet och exekveringstiden på slumpen.

   Falskt. En Montecarloalgoritm är visserligen en probabilistisk algoritm, men exekveringstiden beror inte på slumpen.

   c/b) stopproblemet∈EXPSPACE

   Falskt. Stopproblemet är ett oavgörbart problem, så det kan inte lösas i ändlig tid. EXPSPACE består av alla beslutsproblem som kan lösas i exponentiellt minne, vilket betyder att de kan lösas i ändlig tid. Därför kan inte stopproblemet tillhöra EXPSPACE.

2. (3 p) A, B, C och D är beslutsproblem. Anta att B är NP-fullständigt och att det finns polynomiska Karpreduktioner mellan problemen så här (en reduktion av A till B tecknas här $A \to B$):

$$\mathrm{A} \quad \to \quad \mathrm{B} \quad \leftrightarrow \quad \mathrm{C} \quad \to \quad \mathrm{D}$$

   Vad vet man då om komplexiteten för A, C och D? Sätt ett kryss i tabellen nedan för det man säkert vet och en ring för det som är möjligt men som man inte vet säkert.

	ligger i NP	är NP-fullständigt	är NP-svårt
A	X	◦	◦
C	X	X	X
D	◦	◦	X

3. (2 p) a) Vad är den engelska termen för *NP-svår*?

   NP-hard.

   b) Vad är den svenska termen för *undecidable*?

   Oavgörbar.

4. (3 p) a) Definiera begreppet *beslutsproblem.*

   Ett beslutsproblem är ett algoritmiskt problem som har svaret ja eller nej, det vill säga kan formuleras som en fråga.

   b) Definiera begreppet *NP-svår* utan att använda begreppet *NP-fullständig.*

   Ett beslutsproblem B är NP-svårt om det för varje problem A i NP finns en polynomisk Karpreduktion av A till B.

5. (Uppgift för betyg D)
   Ge två (konceptuellt olika) förslag på algoritmkonstruktionsmetoder som vanligen används för att bygga heuristiker för NP-svåra optimeringsproblem.

   1. Girig algoritm (gör i varje steg det som ser bäst ut, ofta genom att en lösning konstrueras bit för bit).

   2. Lokal sökning (utgå från en lösning och gör lokala förändringar så länge som dom förbättrar lösningen).

6. (Uppgift för betyg C)
   Vi söker i denna uppgift en polynomisk heuristik som ger en så bra lösning till TSP (handelsresandeproblemet) som möjligt, ju kortare tur desto bättre. Algoritmen ska också ge ett mått på hur långt bort från den optimala lösningen som den hittade lösningen som mest är, uttryckt i procent.

   Om s_C är det värde på turens längd som Christofides algoritm ger så vet vi att $s_C/\mathrm{OPT} \leq 3/2$. Det betyder att om vi lyckas hitta en ännu bättre lösning med värdet s så gäller $s/\mathrm{OPT} = (s/s_C) \cdot s_C/\mathrm{OPT} \leq (3/2) \cdot (s/s_C)$. Avståndet till optimala värdet uttryckt i procent är $100 \cdot ((s/\mathrm{OPT}) - 1) \leq 100 \cdot ((3/2) \cdot (s/s_C) - 1)$.

   $\langle \Pi_C, s_C \rangle = \mathrm{Christofides}(n, D)$
   $\langle \Pi, s \rangle = \mathrm{LocalSearch2Opt}(n, D, \Pi_C)$
   for $i \leftarrow 1$ **to** 100 **do**
       $\langle \Pi_R, s_R \rangle = \mathrm{RandomInsertion}(n, D)$
       $\langle \Pi_t, s_t \rangle = \mathrm{LocalSearch2Opt}(n, D, \Pi_R)$
       if $s_t < s$ **then** $\Pi \leftarrow \Pi_t; s \leftarrow s_t$
   $g \leftarrow 100 \cdot ((3/2) \cdot (s/s_C) - 1)$
   return $\langle \Pi, s, g \rangle$

Alla kursregistrerade ska idag få en kursenkät som var och en uppmanas att svara på så snart som möjligt. Stefan, Viggo och 2016 års elever på kursen tackar på förhand!

Vill du ha högre betyg på kursen? Om du efter (ommästarproven) har fått minst betyg C på två av dom betygsatta kursmomenten (teoritentan, mästarprov 1, mästarprov 2) och minst betyg E på det tredje så får du boka in dej på muntlig redovisning 14-15 januari 2016, se kurswebben.
Om du blir godkänd på teoritentan och redovisar extralabben 8 januari så får du räkna extralabbsbetyget som teoritentabetyg.
Det går bra att i senare kursomgångar plussa mästarprov och teoritenta.