REGLERTEKNIK, KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000, EL1110 och EL1120

Tentamen 2016–01–08, kl 8:00 – 13:00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK
(Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande),
räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att slides av föreläsningar och övningsmaterial
(övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

Ansvarig: Bo Wahlberg 08 790 72 42

Resultat: Anslås på
`https://www.kth.se/student/minasidor/`
senast 2016-01-29.

Lycka till!

1. (a) Låt överföringsfunktionen från $u(t)$ till $y(t)$ vara

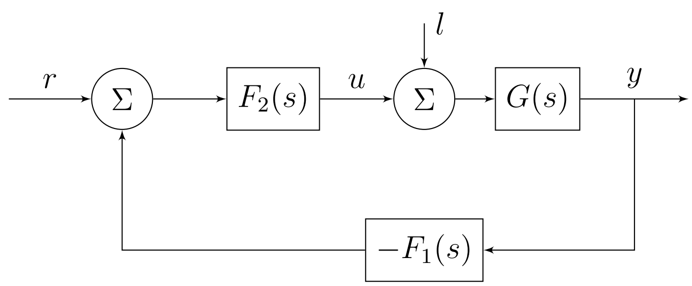
$$G(s) = \frac{2}{s+2}e^{-s}.$$

Antag att

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}.$$

Beräkna systemets stegsvar, d.v.s. $y(t)$, $t \geq 0$, för den givna insignalen $u(t)$. (3p)

(b) Beräkna överföringsfunktionen från r till y, samt överföringsfunktionen från l till u, för systemet i Figur 1. (4p)



Figur 1: Blockdiagram för det återkopplade systemet för Uppgift 1b).

(c) Antag att ett system kan beskrivas med hjälp av tillståndsmodellen

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned}$$

där

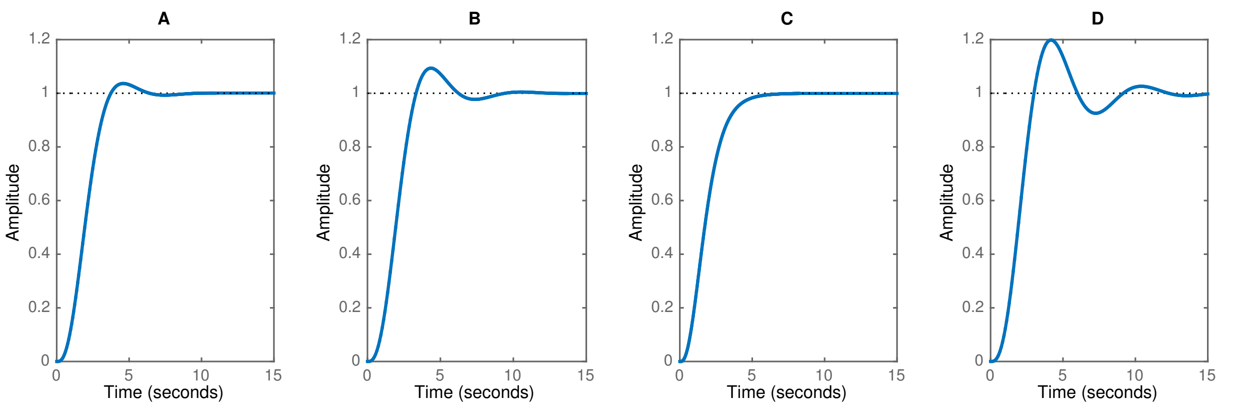
$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix},$$
$$C = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ange systemets poler och nollställen. (3p)

2. (a) Figur 2 nedan visar stegsvar för ett system med överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{s+1}\,\frac{\varepsilon^2+1}{s^2+2\varepsilon s+\varepsilon^2+1},$$

för $\varepsilon \in \{\frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}$. Ange vilket stegsvar som svarar mot vilket värde på ε. Motivera genom att beräkna relativ dämpning. (4p)



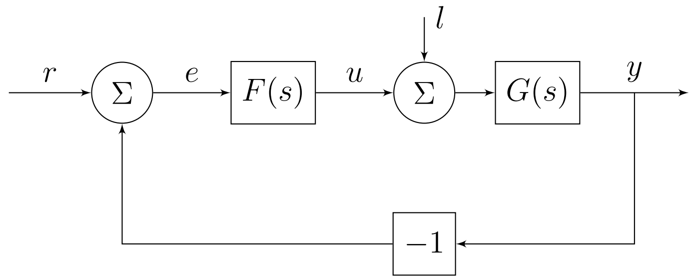
Figur 2: Stegsvar för $G(s)$ i Uppgift 2a).

(b) Antag att överföringsfunktionen $G(s)$ i Uppgift 2a) beskriver sambandet mellan insignal $u(t)$ och utsignal $\dot{\theta}(t)$ (vinkelhastighet).
Vi är nu intresserade av sambandet mellan $u(t)$ och motsvarande vinkel $\theta(t)$, och vill skissa Nyquist-kurvan för överföringsfunktionen från u till θ (vinkel), d.v.s. $G_{u,\theta}(s)$.

Antag att vi har fått ett Nyquist-diagram för överföringsfunktionen $G(s) = G_{u,\dot{\theta}}(s)$. Beskriv hur vi i princip skall modifiera den givna Nyquist-kurvan för att få Nyquist-kurvan för $G_{u,\theta}(s)$. (4p)

(c) Vad är fördelarna med att återkoppla både från $\theta(t)$ och $\dot{\theta}(t)$, jämfört med att bara återkoppla från $\theta(t)$, vid reglering av motsvarande system? Finns det några nackdelar? (2p)

3. Studera det återkopplade systemet i Figur 3.



Figur 3: Blockdiagram för det återkopplade systemet för Uppgift 3).

(a) Vi har använt oss av lead-design och konstruerat följande regulator

$$F_1(s) = K\frac{\tau_D s + 1}{\beta\tau_D s + 1}, \quad \beta = 0.1, \tau_D = 3.2, K = 0.32,$$

för att få

- samma snabbhet som för $F(s) = 1$
- exakt fasmarginal $\varphi_m = 60$ grader.

Ange skärfrekvens och fasmarginal för $G_o(s) = G(s)$, d.v.s. när man använder regulatorn $F(s) = 1$. (4p)

(b) Vi vill istället använda oss av regulatorn

$$F_2(s) = \bar{K}\left[\frac{\bar{\tau}_D s + 1}{\bar{\beta}\bar{\tau}_D s + 1}\right]^2$$

för att uppnå samma prestanda som med regulatorn i Uppgift 3a). Ange $\bar{K}$, $\bar{\tau}_D$ och $\bar{\beta}$. (3p)

(c) Vi kompletterar regulatorn med PI-länken

$$F_{PI}(s) = \frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s}, \quad \tau_I = 6,$$

för att reglera bort en konstant störning l. Vad blir fasmarginalen om man använder regulatorn

$$F(s) = F_1(s)F_{PI}(s)$$

(3p)

4. Betrakta systemet

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t).$$

(a) Beräkna en tillståndsåterkoppling

$$u(t) = -Lx(t) + l_0 r(t),$$

som placerar det återkopplade systemets poler i -2, och så att
$y(t) = r(t)$ stationärt. (2p)

(b) Antag att förstärkningen i regulatorn varierar, d.v.s.

$$u(t) = -KLx(t) + l_0 r(t),$$

där $K \geq 0$ är en konstant och L är framräknad i Uppgift 4a). Besvara följande frågor genom att skissa en rotort för hur det återkopplade systemets poler beror av K:

- För vilka värden på K är det återkopplade systemet stabilt?
- Finns det något värde på K så att stegsvaret uppvisar svängningar?

(3p)

(c) Antag att förstärkningen L i regulatorn framräknad i Uppgift 4a) kan implementeras exakt, men att en tidsfördröjning fås, d.v.s.

$$u(t) = -Lx(t - T) + l_0 r(t),$$

där T är tidsfördröjningen. För vilka värden på T är det återkopplade systemet stabilt? (5p)

Ledning: Använd Nyquist-kriteriet.

5. Studera ett första-ordningens system som kan beskrivas av

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= u(t), \quad x(0) = x_0, \\ y(t) &= x(t). \end{aligned}$$

Vi ansätter tillståndsåterkopplingen

$$u(t) = -lx(t), \quad l \geq 0.$$

(a) Vi vill nu ställa in regulatorparametern l med hjälp av optimering av

$$J(l) = \int_0^\infty \left[y(\tau)^2 + u(\tau)^2 \right] e^{2\alpha\tau} d\tau, \quad \alpha \geq 0,$$

där α är en vikt-parameter som påverkar det återkopplade systemets dynamik.

Beräkna integralen $J(l)$ och bestäm det l som minimerar $J(l)$. Ange optimal återkoppling l som funktion av vikt-parametern $\alpha \geq 0$. (8p)

Ledning: Studera

$$\frac{d}{dl} J(l) = 0.$$

(b) Ange slutna systemets pol för det optimala valet av l som funktion av vikt-parametern $\alpha \geq 0$. Hur påverkas polen av α? Studera speciellt fallen när α är litet och när α är stort. (2p)