REGLERTEKNIK
KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000/EL1120

Tentamen 2016–01–15, kl. 14.00–19.00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK (Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande), formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

Ansvarig lärare: Henrik Sandberg, 08-790 7294

Resultat: Anslås på

`https://www.kth.se/student/minasidor`

senast 2016-02-08.

Lycka till!

[Tom sida]

1. (a) Antag ett system $Y(s) = G(s)U(s)$ där

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 5s + 6}$$

och besvara följande frågor:

i. Beräkna stegsvaret av $G(s)$.

(2p)

ii. Ta fram en tillståndsform av $G(s)$ på diagonalform.

(3p)

(b) Antag ett system

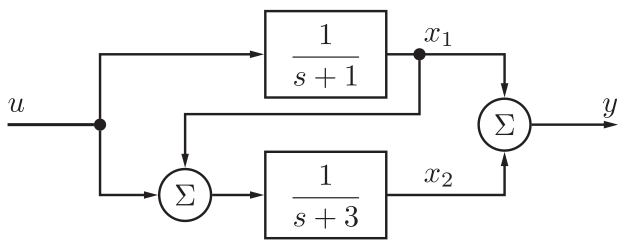
$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix} x(t).$$

Beräkna motsvarande överföringsfunktion $G(s)$.

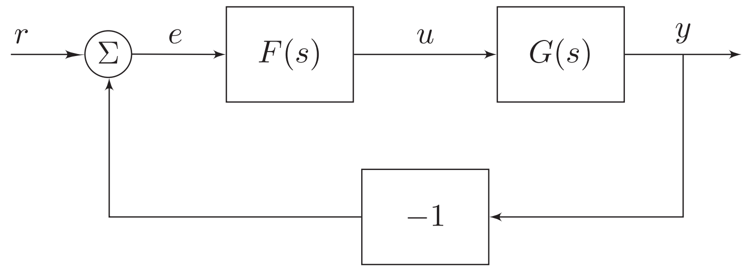
(2p)

(c) Antag ett system där sambandet mellan insignal u och utsignal y ges av blockschemat i figur 1. Ta fram en tillståndsform av systemet med de indikerade tillståndsvariablerna x_1 och x_2.

(3p)



Figur 1: Blockschema för systemet i problem 1-(c).



Figur 2: System $G(s)$ återkopplat med regulator $F(s)$.

2. Betrakta ett öppet system $G(s)$ vars poler ligger i halvplanet $\mathrm{Re}\{s\} \leq 0$, och vars bodediagram visas i figur 3. Detta system ska återkopplas med regulatorn $F(s)$ enligt blockschemat i figur 2.

   (a) Ange skärfrekvens ω_c och fasmarginal φ_m för $G(s)$. Ange även hur många poler i origo ($s = 0$) du tror $G(s)$ har (Motivera!).

   (3p)

   (b) Vi vill ta fram tre regulatorer $F(s)$ enligt nedan:

      i. $F_1(s) = K$, och K väljs så att kretsförstärkningen $F_1(s)G(s)$ har en önskad skärfrekvens $\omega_c = 2$ rad/s. Beräkna K och den nya fasmarginalen.

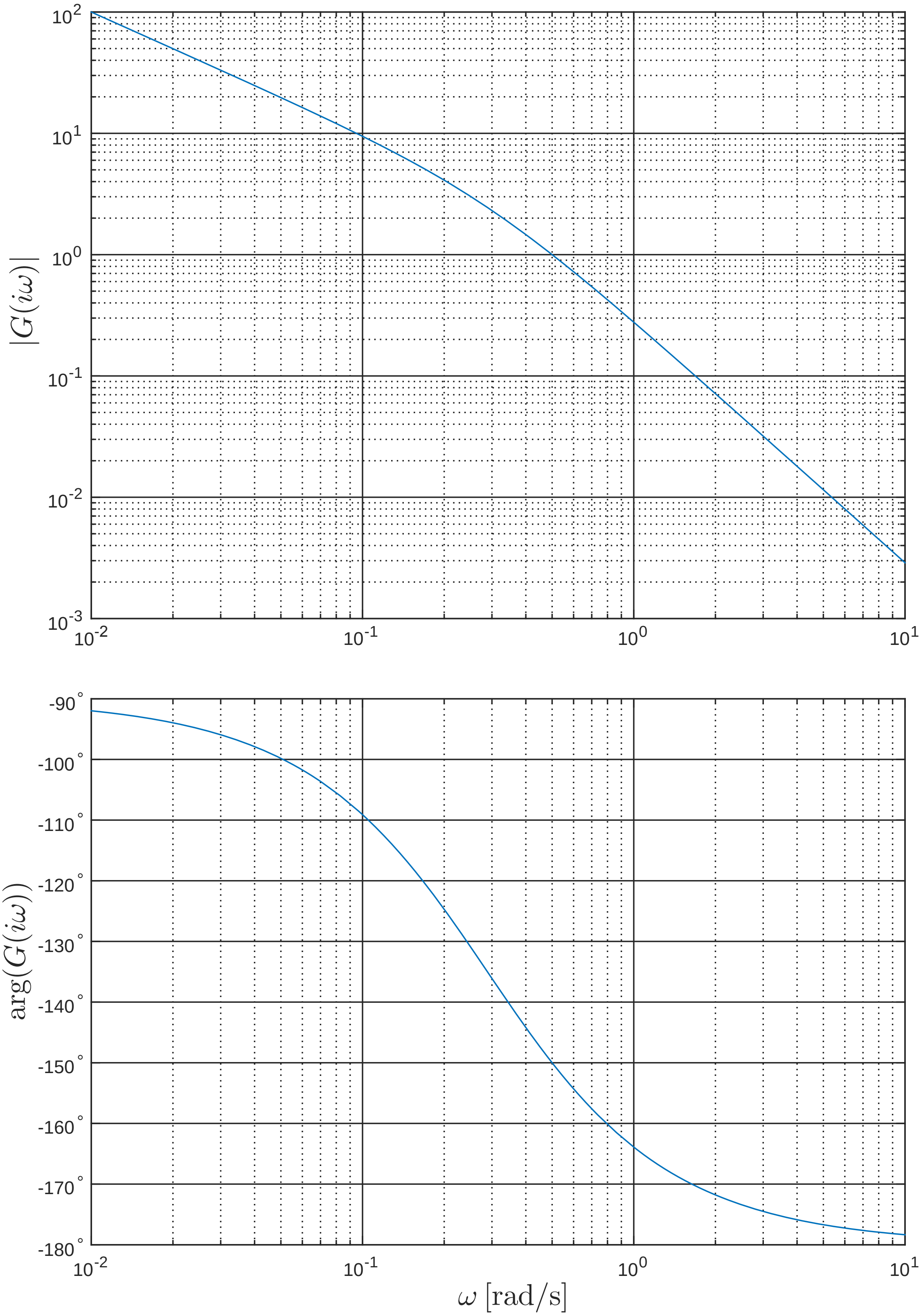
      (2p)

      ii. $F_2(s) = K$, och K väljs så att kretsförstärkningen $F_2(s)G(s)$ har en önskad fasmarginal $\varphi_m = 55°$. Beräkna K och den nya skärfrekvensen.

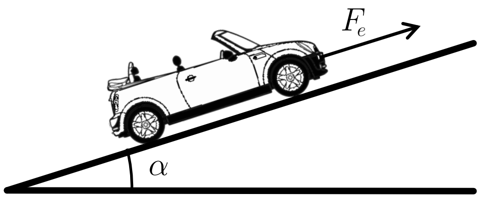
      (2p)

      iii. $F_3(s) = K\dfrac{\tau_D s + 1}{\tau_D \beta s + 1}$, och β, τ_D och K väljs så att kretsförstärkningen $F_3(s)G(s)$ har önskad skärfrekvens $\omega_c = 2$ rad/s och fasmarginal $\varphi_m = 55°$. Beräkna β, τ_D och K.

      (3p)



Figur 3: Bodediagram av $G(s)$.



Figur 4: Bil på en sluttande väg.

3. Dynamiken för bilen i figur 4 kan modelleras med den olinjära differentialekvationen

$$m\dot{v}(t) = F_e(t) - k_a v(t)^2 - mg\sin\alpha(t), \quad v(t) \geq 0,$$

där v är farten, F_e är motorns kraft och α är vägens lutning. Konstanten m är bilens massa, g är tyngdaccelerationen och k_a är en aerodynamisk friktionskoefficient.

För enkelhets skull, sätt konstanterna m, g och k_a till 1.

(a) Låt kraften F_e vara insignal, farten v utsignal och antag att $\alpha = 0$. Beräkna jämviktskraften F_{e0} för att bilen ska hålla den konstanta farten $v_0 = 1$. Linjärisera sedan bildynamiken kring denna jämviktspunkt och ta fram bilens överföringsfunktion $G(s)$.

(3p)

Låt oss i följande delproblem modellera bilen med Laplacetransformen

$$Y(s) = G(s)[U(s) - D(s)]$$

med $G(s)$ från delproblem (a). I tidsdomän är utsignalen $y(t) = v(t) - v_0$, styrsignalen $u(t) = F_e(t) - F_{e0}$ och störsignalen $d(t) = \sin\alpha(t)$. (Klarade du inte linjäriseringen i deluppgift (a), använd då $G(s) = \dfrac{1}{s+1}$.)

(b) Rita ett blockschema för en återkopplad regulator som styr bilens fart $y(t)$.

Indikera styrsignal, utsignal, referenssignal, störsignal, bilens överföringsfunktion $G(s)$ och regulatorns överföringsfunktion $F(s)$.

(OBS! Inga räkningar krävs här. $F(s)$ kommer väljas i nästa delproblem).

(2p)

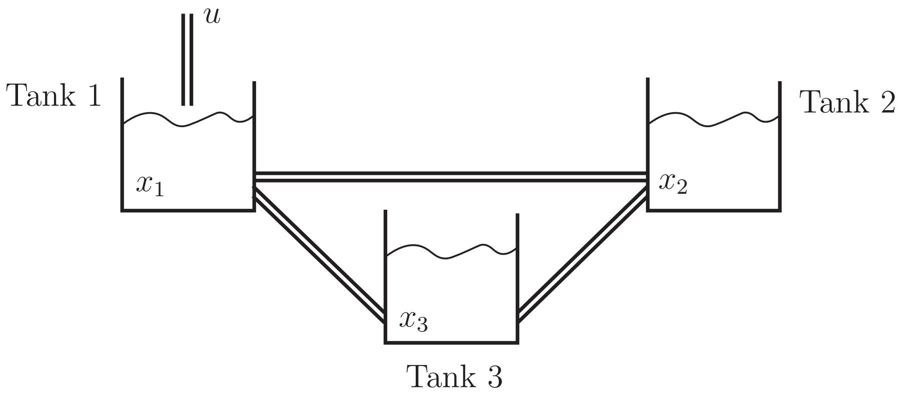
(c) Vilken typ av regulator $F(s)$ skulle du föreslå för att eliminera statiska (stationära) reglerfel i farten, om vägens lutning och referenssignalen är konstanta?

Ansätt en sådan regulator $F(s)$ och välj dess parametrar så att följande specifikationer är uppfyllda:

(i) Slutna systemets poler ska ligga i $s = -4$;

(ii) Statiska reglerfelet ska vara 0 oavsett vägens konstanta lutning och val av konstant referenssignal. (Verifiera att detta krav uppfylls för ditt val av $F(s)$!)

(5p)



Figur 5: Tankarna i julmustfabriken.

4. Tre tankar i en julmustfabrik är ihopkopplade enligt figur 5. Variablerna x_1, x_2 och x_3 betecknar volymen i respektive tank och vätskan kan flöda mellan tankarna genom rör enligt figuren. Flödena beror på volymen i tankarna och på kapaciteten i respektive rör, och en mängd vätska u kan dessutom tillsättas i Tank 1. Systemet beskrivs av modellen

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(\alpha+\gamma) & \alpha & \gamma \\ \alpha & -(\alpha+\beta) & \beta \\ \gamma & \beta & -(\beta+\gamma) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u(t),$$

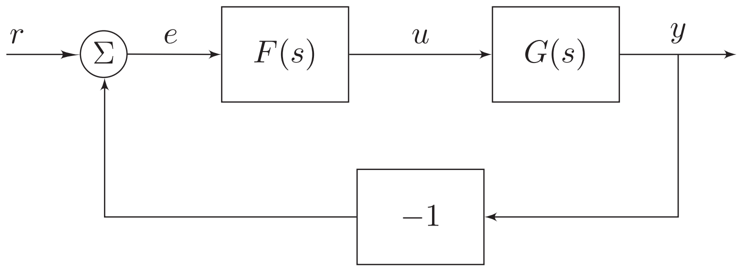
där konstanterna $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$ och $\gamma \geq 0$ betecknar kapaciteten i rören.

(a) Låt $\beta = 1$ och $\gamma = 2$. Hitta de värden på $\alpha \geq 0$ som gör systemet styrbart.

(5p)

(b) Låt $\alpha = 0$, $\beta = 1$ och $\gamma = 2$. Antag att du kan mäta volymen vätska i varje tank. Designa en tillståndsåterkoppling $u(t) = -Lx(t)$ så att sluta systemets poler hamnar i $s = -1$, $s = -2$ och $s = -3$.

(5p)



Figur 6: System $G(s)$ återkopplat med regulator $F(s)$.

5. Betrakta ett *instabilt* system $G(s)$ på formen

$$G(s) = \frac{s+a}{s+b},$$

där a och b är konstanter som ska bestämmas nedan.

(a) I figur 7 visas nyquistdiagrammet för $G(s)$. Utifrån data i figuren, bestäm konstanterna a och b.

(4p)

(b) Antag att vi använder en P-regulator $F(s) = K_P$ för att reglera $G(s)$ enligt figur 6. Bestäm de K_P som gör det slutna systemet asymptotiskt stabilt.

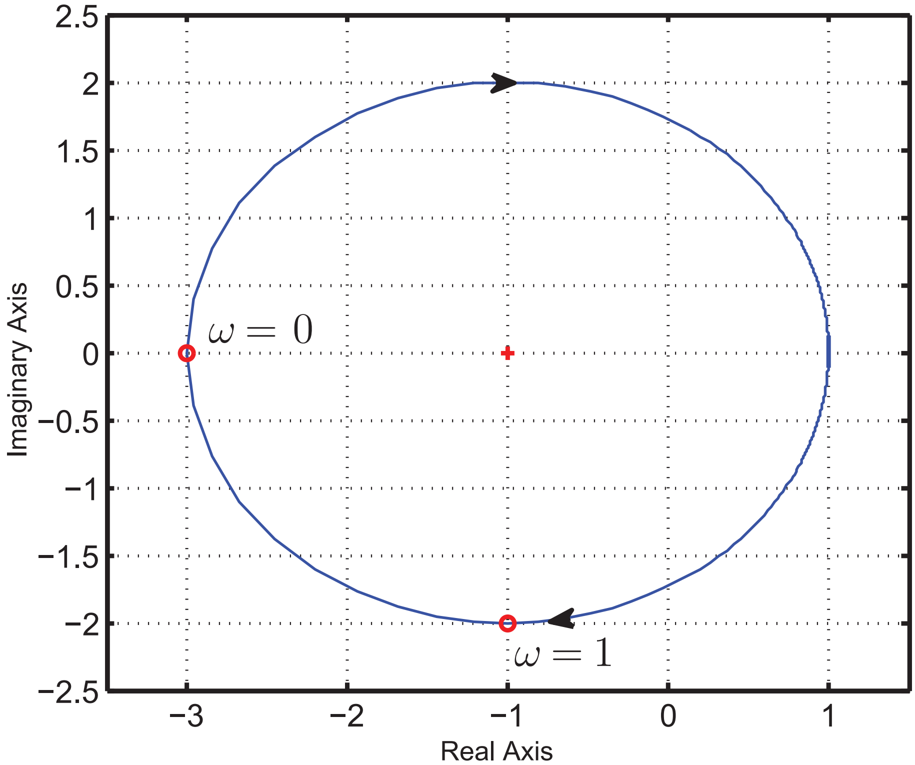
(*Ledning*: Studera slutna systemets poler för både positiva och negativa K_P.)

(3p)

(c) Använd nyquistkriteriet och figur 7 för att verifiera att de K_P du fann i delproblem (b) verkligen gör slutna systemet asymptotiskt stabilt.

(*Ledning*: Använd fullständiga nyquistkriteriet, Resultat 3.3 i Glad & Ljung.)

(3p)



Figur 7: Fullständiga nyquistdiagrammet för systemet $G(s)$, det vill säga $G(i\omega)$ där ω löper från $+\infty$ till $-\infty$.