

SF1514/1541 Tentamen i Numeriska metoder grundkurs, 2016-01-14, kl 8-11

DEL 1 Inga hjälpmedel. Betygsgränser inkl bonuspoäng: 14p E

(3p) 1. Följande tabell är given.

x	100.2	100.3	100.6
y	1000	1010	1280

Bestäm det polynom $P(x)$ som interpolerar samtliga punkter. Använd Newtons ansats för polynomet, annars blir det besvärliga räkningar. Vad blir värdet av koefficienten för högstgradstermen i polynomet?

☐ 10

☐ 200

☐ 50

☐ 1000

☐ 100

☐ 1280

☐ 100.6

☐ 2000

2. En numerisk metod för lösning av ekvationen $f(x) = 0$ skrivs

$$x_{n+1} = x_n + d_n$$

Följande d_n -värden erhöles

$$10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-5}, 10^{-9}$$

(2p) a. Metodens konvergensordning är?

(1p) b. Den asymptotiska felkonstanten är?

☐ 1

☐ 10^{-2}

☐ 2

☐ 10^{-1}

☐ 3

☐ 1

☐ 4

☐ 10

☐ Metoden konverger inte

☐ 100

3. Simpsons regel för integralberäkning har noggrannhetsordning 4. Detta medför att

(1p) a. Felet är proportionellt mot steget upphöjt till p med p lika med

(1p) b. När steget halveras divideras felet med

☐ 1

☐ 2

☐ 2

☐ 4

☐ 3

☐ 8

☐ 4

☐ 16

4. En byggkloss har sidorna a, b, c . Sidorna har mätts med relativa felgränser $Ra = 3\%$, $Rb = 2\%$ och $Rc = 1\%$. Ungefär hur stor är gränsen för det relativa felet i byggklossens volym?

(2p)

☐ 1%

☐ 5%

☐ 9%

☐ 2%

☐ 6%

☐ 10%

☐ 3%

☐ 7%

☐ 11%

☐ 4%

☐ 8%

☐ 12%

5. Följande tabell är given.

x	-10	0	10
y	-9	4	14

Bestäm den linjära funktion $L(x) = a_1 + a_2x$ som i minstakvadratmetodens mening är bäst.

(2p) a. Koefficienten a_1 är

- ☐ 0
☐ 1
☐ 2
☐ 3
☐ 4
☐ 5

(1p) b. Lösningen minimerar

- ☐ $a_1^2 + a_2^2$
☐ $(a_1 - 10a_2)^2 + 10^2 + a_1^2 - 4^2 + (a_1 + 10a_2)^2 - 14^2$
☐ $(a_1 - 10a_2 + 10)^2 + (a_1 - 4)^2 + (a_1 + 10a_2 - 14)^2$
☐ $(a_1 - 10a_2 - 10)^2 + (a_1 + 4)^2 + (a_1 + 10a_2 + 14)^2$
☐ $(a_1 - 10a_2 + 10)^2 + (a_1 + 4)^2 + (a_1 + 10a_2 + 14)^2$
☐ $(a_1 - 10a_2 + 10)^2 + (a_1 + 4)^2 + (a_1 + 10a_2 - 14)^2$

6. Givet differentialekvationsproblemet

$$\frac{d^2z}{dt^2} + 10z = 10t, \quad z(0) = 0, \quad z'(0) = 1$$

Skriv om som ett system och lös med Eulers metod med steglängden $h=0.01$. Då erhålls följande approximationer till $z(0.01)$ och $z'(0.02)$.

(2p) $z(0.01)$

- ☐ 10
☐ 1
☐ 0.1
☐ 0.01
☐ 0.02
☐ 0.04

(1p) $z'(0.02)$.

- ☐ 10
☐ 1
☐ 0.1
☐ 0.01
☐ 0.02
☐ 0.04

(2p) 7. Givet ekvationen

$$x^{100} - 0.01x = 1$$

och en approximativ lösning $x^* = 1$. Hur stort är felet i denna approximativa lösning ungefär?

- ☐ 10^{-6}
☐ 10^{-4}
☐ 10^{-2}
☐ 1
☐ 10^2
☐ 10^4

(2p) 8. Givet ekvationssystemet

$$2x_1x_2^3 - x_1^3 = 120$$

$$\exp(-x_1 - x_2) * \cos(x_1 * x_2) - 2x_2 = 2$$

och en approximativ lösning $x_1^* = 5, x_2^* = -1$. Då är (1,2)-elementet av jakobianmatrisen

- ☐ -78
☐ 0
☐ 6
☐ 15
☐ 25
☐ 30