

SF1514/1541 Tentamen i Numeriska metoder grundkurs, 2016-01-14, kl 8-11

DEL 2 Inga hjälpmedel.

- (10) **1.** Givet två slutna kurvor i xy-planet

$$x^4 - 2x^2 + 2x^2y^2 + 2y^2 + y^4 = 3 \quad (\text{superellips})$$

$$x^2/1.44 + (y - 1.5)^2 = 1 \quad (\text{ellips})$$

skär varandra på två ställen. Skriv ett Matlabprogram som med effektiv metod bestämmer en av skärningspunkterna med fel mindre än 10^{-8} .

- (10) **2.** En kurva skall konstrueras så den går genom nedanstående punkter.

x	0	2	4.5	7	10
y	0	1	2.4	1.8	0

Låt kurvan representeras av ett polynom

$$y = P(x) = (x - 10)^2(c_1 + c_2x + c_3x^2 + \dots)$$

som går genom de givna punkterna och för vilket dessutom gäller $P'(10) = 0$. Ni får göra andra ansatser om ni vill, men alla villkoren måste vara uppfyllda för ert polynom!

Formulera ett linjärt ekvationssystem för bestämning av polynomet. Hur många ekvationer blir det? Ange koefficientmatrisen, högerledet och vektorn av obekanta.

- (10) **3.** Skriv ett Matlabprogram som beräknar båglängden för kurvan i 2. från $x = 0$ till $x = 10$. Du kan förutsätta att koefficienterna $c_1, c_2, \dots$ är kända och finns i en vektor c .

Ledning: Båglängden av en kurva $y(x)$ från $x = a$ till $x = b$ ges av

$$\int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

- 4.** Ett differentialekvationsproblem ges enligt

$$\frac{d^2T}{dx^2} + x^2T + 3 = 0, \quad T(0) = 10, \quad T(5) = 20$$

- (10) **a.** Diskretisera området med $N=5$ lika delintervall. Ställ upp det ekvationssystem som skall lösas om vi diskretiserar differentialekvationen.

- (5) **b.** Villkoret $T(5) = 20$ ersätts av villkoret $dT/dx = -3(T - 10)$ som skall gälla vid $x = 5$. För att diskretisera detta problem skall följande approximation till derivatan vid $x = 5$ användas

$$\frac{dT}{dx}(5) \approx \frac{T(5 - 2h) - 4T(5 - h) + 3T(5)}{2h}$$

Visa att noggrannhetsordningen för denna differensapproximation är minst två. (kan lösas även om a. ej lösts)

- (5) **c.** Hur ändras ekvationssystemet från a. om även randvillkoret i b. diskretiseras. (kan lösas även om b. ej lösts)