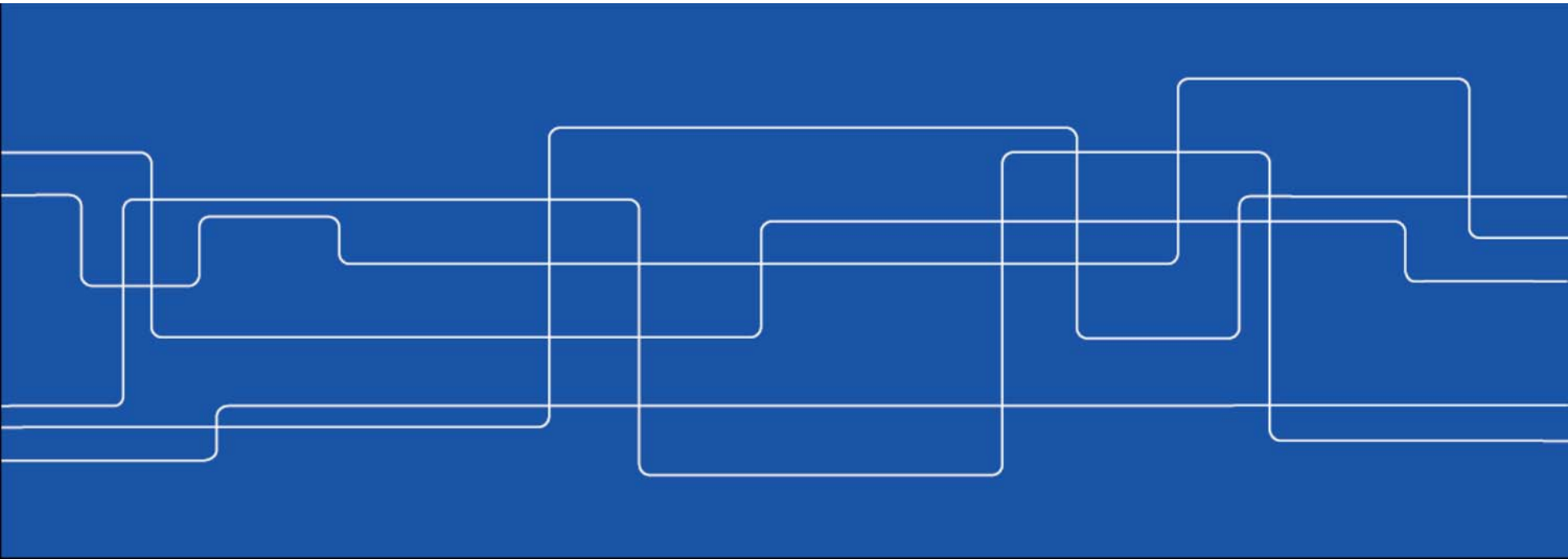




Korttidsplanering

EG2205 Föreläsning 8–10, vårterminen 2016

Mikael Amelin





Kursmål

Formulera korttidsplaneringsproblem för vatten- och värme-kraftsystem.



Generellt korttidsplaneringsproblem för elproduktion

maximera

$vinst = inkomst - kostnader$

med hänsyn till

fysiska begränsningar,

kontrakt,

juridiska begränsningar.

- Alla uttryck ovan kan modelleras på olika sätt och med olika detaljnivå.
- Det finns med andra ord inget standardkorttidsproblem – varje problem är unikt!
- I den här kursen kommer vi att presentera några typiska modeller som kan kombineras och anpassas till en specifik situation.



Metodik

Då man formulerar optimeringsproblem lönar det sig att arbeta systematiskt.

- Börja med att sätta dig in i vilka förutsättningar som gäller (d.v.s. läs uppgiftslydelsen noggrant).
- Formulera problemet i klarspråk.
- Inför beteckningar för indexvärden, optimeringsvariabler och parametrar.
- Formulera målfunktion, bivillkor och variabelgränser.

Observera att punkterna ovan inte nödvändigtvis motsvarar en linjär process – det kan vara nödvändigt att gå tillbaka ett steg då och då. (Då man formulerar bivillkoren kan man t.ex. upptäcka att man behöver ytterligare beteckningar.)



Korttidsplanering i den här kursen

I den här kursen kommer vi att fokusera på korttidsplaneringsmodeller med följande grundläggande egenskaper:

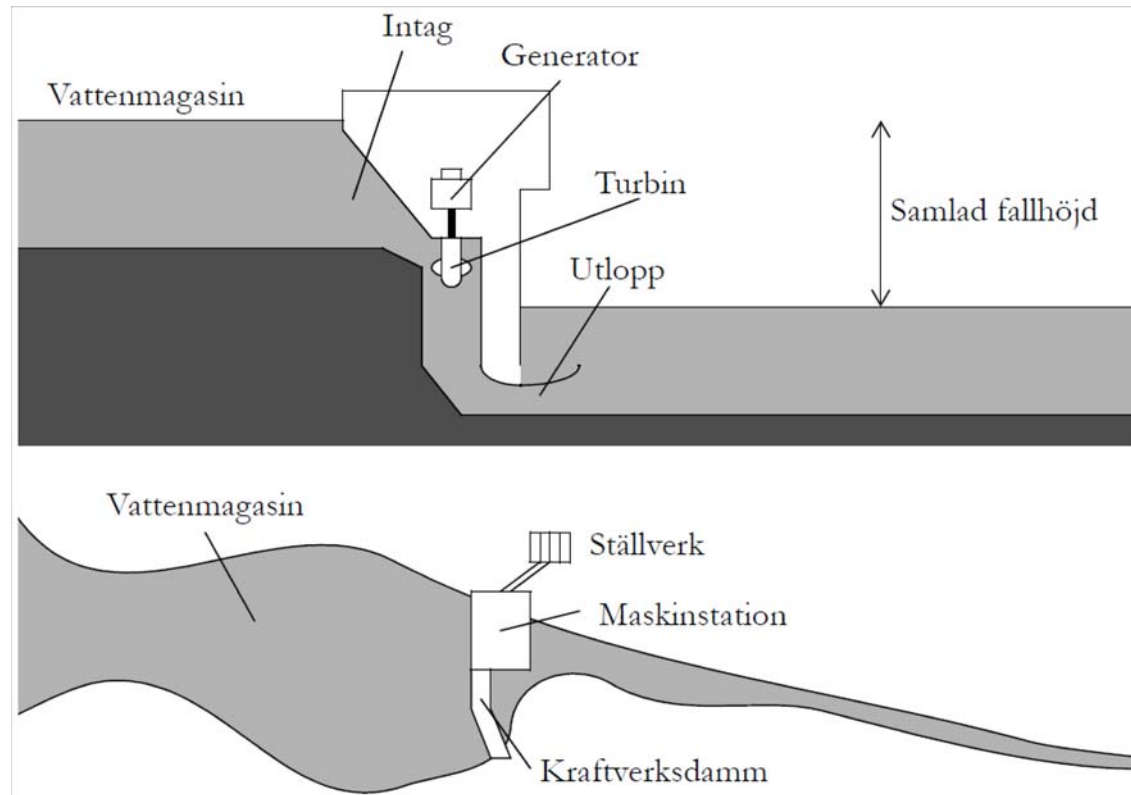
- Linjär modell
- Deterministisk modell (perfekt information eller en prognos)
- Tidssteg: 1 timme
- Planeringsperiod: 24 timmar
- Resultat: Driftplan för elproduktion och handel

Vattenkraft

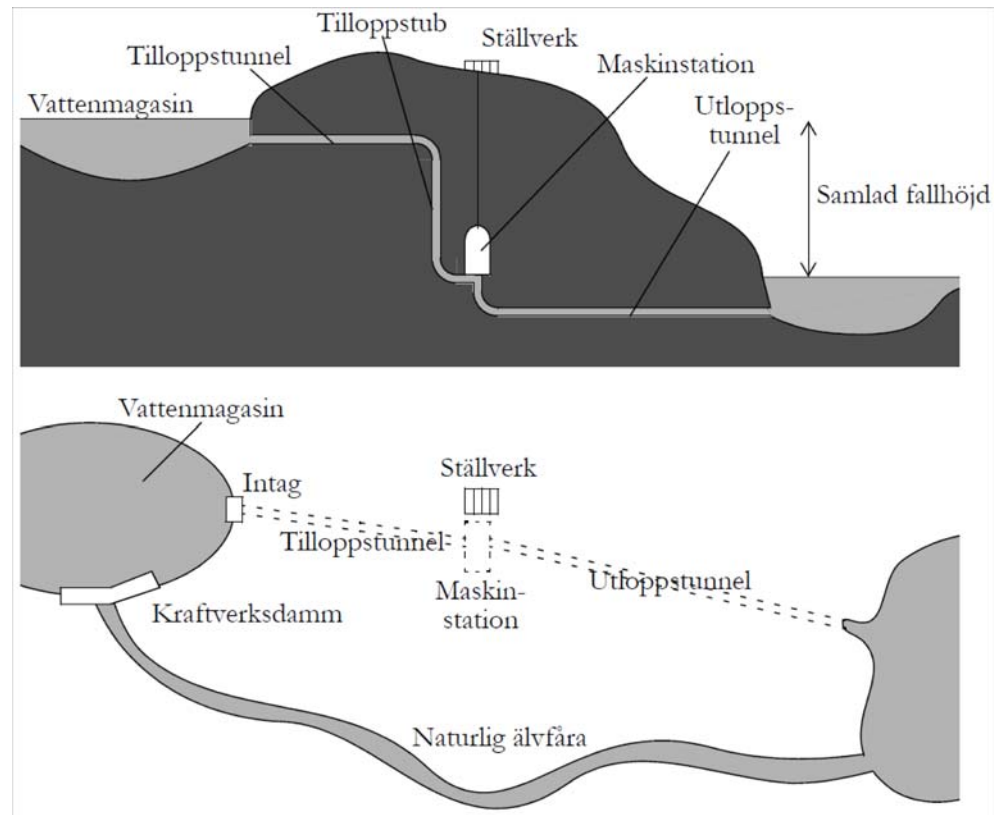
- Producerar el genom att utnyttja skillnaden i potentiell energi mellan en övre och en undre vattenyta för att driva en turbin, som i sin tur driver en elgenerator.
- De flesta vattenkraftverk har ett vattenmagasin.
- Vattenkraftverk utan magasin – eller med endast ett väldigt litet magasin – kallas **strömkraftverk**.



Vattenkraftverk med låg fallhöjd

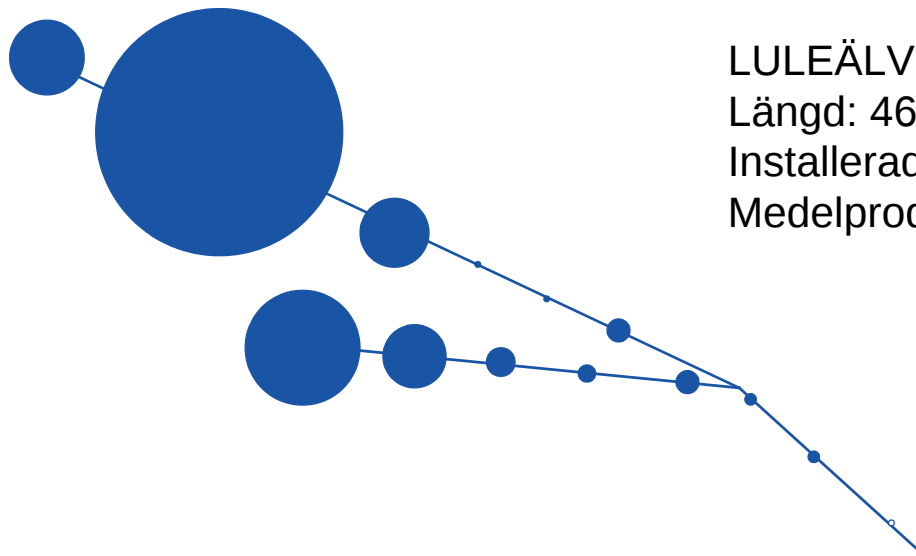


Vattenkraftverk med hög fallhöjd



Drift av vattenkraftssystem

- Varje enskilt kraftverk är väldigt flexibelt. (Stora ändringar kan utföras inom ett par minuter!)
- Det finns emellertid en hydrologisk koppling mellan kraftverk i samma älvsystem.



LULEÄLVEN

Längd: 461 km

Installerad effekt: 4 345 MW

Medelproduktion: 14 TWh/år



Vattenkraft

Optimeringsvariabler

- Tappningen, Q , är det vatten som släpps igenom turbinerna (och som således används för elproduktion).
- Spillet, S , är det vatten som släpps genom spillvägarna för att undvika att dammen flödar över. Spill kan också vara nödvändigt p.g.a. domstolsbeslut om laxtrappor och för att upprätthålla ett vattenflöde i den naturliga älvfåran.
- Magasinsinnehållet, M , är den mängd vatten som finns sparad i ett vattenmagasin.
- Alla dessa storheter mäts i **timekvivalenter (TE)**, vilket definieras som ett flöde på $1 \text{ m}^3/\text{s}$ under en timmes tid.
- Även om $1 \text{ TE} = 3\,600 \text{ m}^3$, betraktar vi i vissa fall TE även som ekvivalent med ett vattenflöde i m^3/s .



Generellt korttidsplaneringsproblem för vattenkraft

max *värdet av såld el + värdet av sparat vatten*
då *hydrologisk koppling,*
 begränsningar i magasin, tappning och spill.

Vad behöver vi?

- Modell av elproduktionen för att beräkna
 - elproduktionen under planeringsperioden,
 - elproduktionen efter planeringsperiodens slut.
- Hydrologisk koppling.



Elproduktion i vattenkraft

Grunden

- Elproduktionen är en icke-linjär funktion av tappning och fallhöjd:

$$H = \eta(Q, h)\rho Qgh,$$

där

H = vattenkraftproduktion [W],

$\eta(Q, h)$ = verkningsgrad,

ρ = vattnets densitet [kg/m³],

Q = tappning [m³/s],

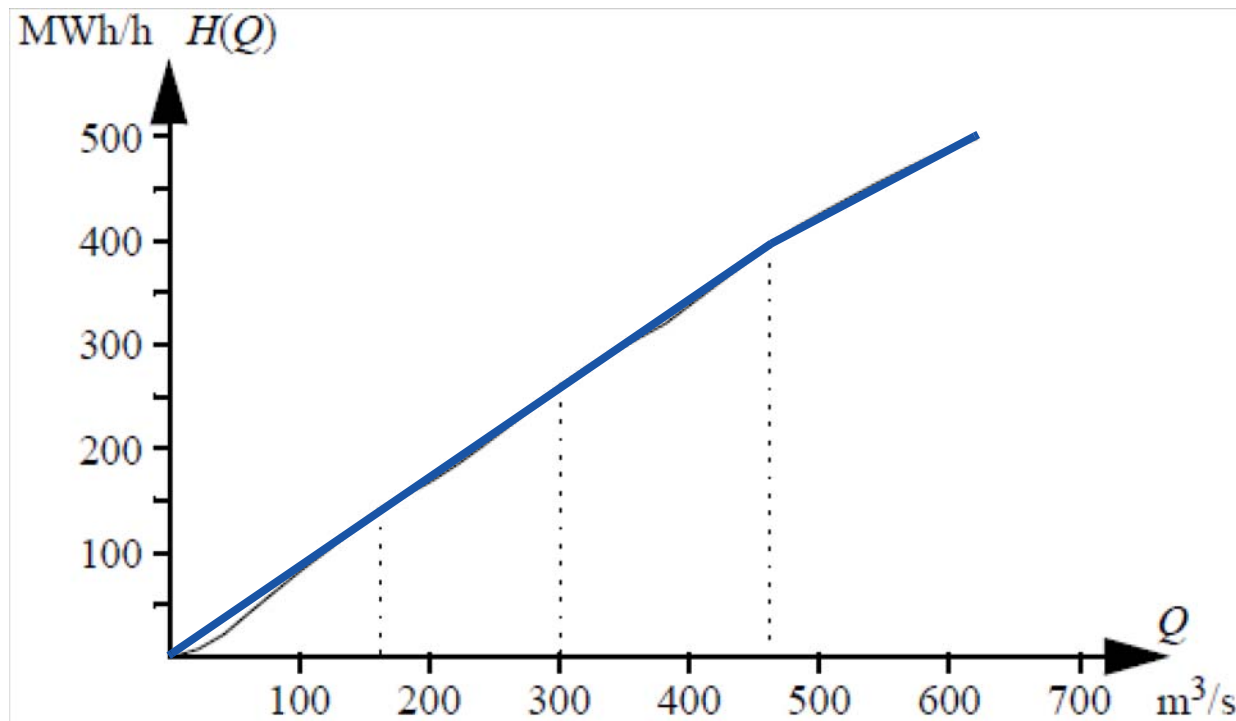
g = tyngdaccelerationen [m/s²],

h = fallhöjd [m].

Elproduktion i vattenkraft

Styckvis linjär approximation

- Bortse från fallhöjdsberoendet och betrakta elproduktionen enbart som en funktion av tappningen.





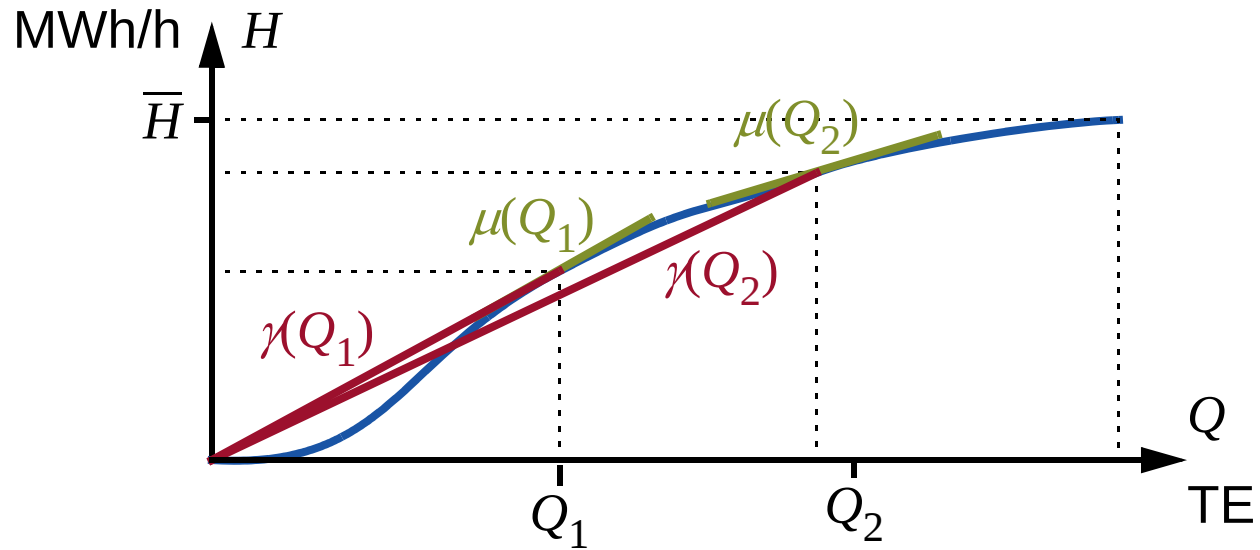
Elproduktion i vattenkraft

Definitioner

- Produktionsekvivalenten är kvoten mellan elproduktion och tappning, d.v.s. $\gamma(Q) = H(Q)/Q$ [MWh/TE].
- Den marginella produktionsekvivalenten anger hur mycket elproduktionen ökar för en liten ökning av tappningen, d.v.s. $\mu(Q) = dH(Q)/dQ$ [MWh/TE].
- Den relativa verkningsgraden är kvoten mellan produktions-
ekvivalenten vid en viss tappning jämfört med den bästa
produktionsekvivalenten, d.v.s. $\eta(Q) = \gamma(Q)/\gamma_{\max}$, där
 $\gamma_{\max} = \max_Q \gamma(Q)$.

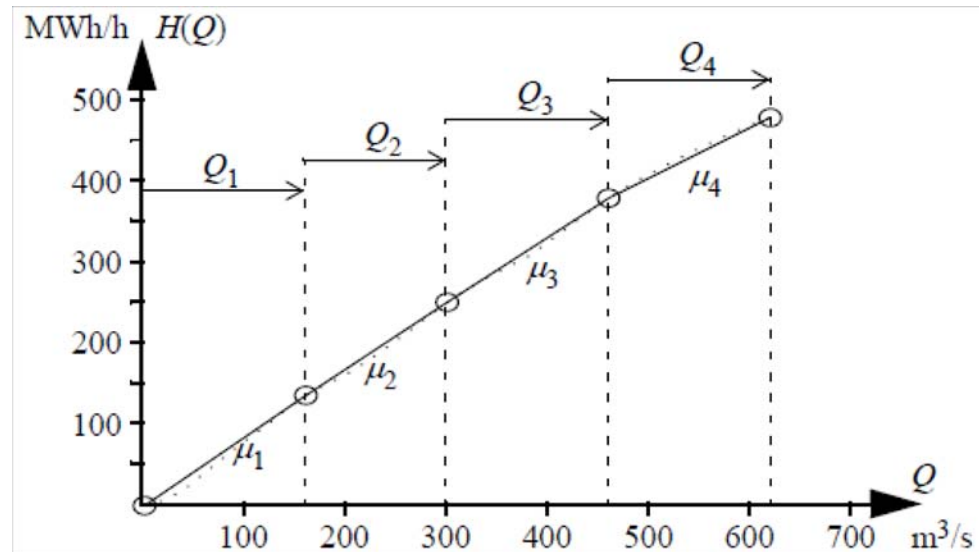
Elproduktion i vattenkraft

Exempel



Elproduktion i vattenkraft

Styckvis linjär modell



$$Q = \sum_j Q_j$$

$$H(Q) = \sum_j \mu_j Q_j$$

Inga binära variabler behövs om $\mu_1 > \mu_2 > \mu_3$ o.s.v.



Värdet av såld el

- Värdet av såld el är helt enkelt elproduktionen per timme multiplicerat med timpriset.

värdet av såld el =

timpirs · marginell produktionsekvivalent · tappning
(summerat för alla timmar, kraftverk och segment)

Värdet av sparat vatten

- Värdet av sparat vatten är lika med det framtida elpriset multiplicerat med den mängd energi som kan produceras med det sparade vattnet.
- Man måste anta ett framtida elpris.
- Mängden av el som kan produceras beror på framtida produktionsekvivalenter.
- Observera att vatten som sparas i ett magasin uppströms också kan användas i kraftverken nedströms!

*värdet av sparat vatten = framtida pris · summan av framtida produktionsekvivalenter nedströms magasinet ·
magasininnehåll vid slutet av planeringsperioden (summerat för alla magasin)*

Hydrologisk koppling

Den hydrologiska kopplingen mellan kraftverken i ett älvsystem ingår i en balansekvation för varje magasin.

$$\begin{aligned} \text{nytt magasinsinnehåll} &= \text{gammalt magasinsinnehåll} \\ &+ \text{vatten som rinner in i magasinet} \\ &- \text{vatten som rinner ut från magasinet} \end{aligned}$$

- Vattnet som rinner till magasinet omfattar tappning och spill från kraftverk uppströms samt **lokal tillrinning** (d.v.s. vatten som rinner ner i vattendraget mellan två kraftverk).
- Vatten som rinner ut från magasinet omfattar tappning och spill i det tillhörande kraftverket.

Magasinsbegränsningar

- Vi betraktar endast det **aktiva** innehållet i magasinen, d.v.s. den del av magasinet som faktiskt kan användas för vattenkraftproduktion.



Notation

- Observera skillnaden mellan följande två uttryck:

$$a_i \leq 10, i = 1, 2 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{l} a_1 \leq 10 \\ a_2 \leq 10 \end{array}$$

$$\sum_{i=1}^2 a_i \leq 10 \quad \Leftrightarrow \quad a_1 + a_2 \leq 10$$

- Om man använder bägge formerna av indexering samtidigt så blir uttrycket ogiltigt:

$$\sum_{i=1}^2 a_i \leq 10, i = 1, 2 \leftarrow \text{SKRIV ALDRIG SÅ HÄR!!!}$$



Exempel på planering av vattenkraft

Problembeskrivning

- Två vattenkraftverk lokaliserade eftervarandra i en älv.
- Planeringsperiod 24 timmar
- All el säljs på en elbörs till prognostiserade priser.
- Given styckvis linjär modell (två segment) av elproduktionen som funktion av tappning.
- Givet framtida elpris.
- Sparat vatten antas användas till elproduktion vid bästa verkningsgrad.
- Givet startinnehåll i magasinen.
- Rinntiden mellan kraftverken kan försummas.



Exempel på planering av vattenkraft

Optimeringsproblem

max *värdet av såld el + värdet av sparat vatten*
då *hydrologisk balans,*
 begränsningar i magasin, tappning och spill.



Exempel på planering av vattenkraft

Parametrar

λ_t = förväntat elpris på elbörsen under timme t ,

λ_f = förväntat elpris efter planeringsperiodens slut,

$\mu_{i,j}$ = marginell produktionsekvivalent för kraftverk i ,
segment j ,

$M_{i,0}$ = startinnehåll i magasin i ,

$\bar{M}_i$ = maximalt innehåll i magasin i ,

$\bar{Q}_{i,j}$ = maximal tappning i kraftverk i , segment j ,

$V_{i,t}$ = lokal tillrinning till magasin i , under timme t .



Exempel på planering av vattenkraft

Optimeringsvariabler

$Q_{i,j,t}$ = tappning i kraftverk i , segment j , under timme t ,
 $i = 1, 2, j = 1, 2, t = 1, \dots 24$,

$S_{i,t}$ = spill från magasin i under timme t ,
 $i = 1, 2, t = 1, \dots 24$,

$M_{i,t}$ = innehåll i magasin i vid slutet av timme t ,
 $i = 1, 2, t = 1, \dots 24$.



Exempel på korttidsplanering av vattenkraft

Målfunktion

$$\begin{aligned} \text{maximera} \quad & \sum_{t=1}^{24} \lambda_t \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \mu_{i,j} Q_{i,j,t} \\ & + \lambda_f ((\mu_{1,1} + \mu_{2,1}) M_{1,24} + \mu_{2,1} M_{2,24}). \end{aligned}$$



Exempel på planering av vattenkraft

Bivillkor

Hydrologisk balans för det första kraftverket:

$$M_{1,t} = M_{1,t-1} + V_{1,t} - Q_{1,1,t} - Q_{1,2,t} - S_{1,t}, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Hydrologisk balans för det andra kraftverket:

$$\begin{aligned} M_{2,t} = M_{2,t-1} + V_{2,t} + Q_{1,1,t} + Q_{1,1,t} + S_{1,t} \\ - Q_{2,1,t} - Q_{2,2,t} - S_{2,t}, \quad t = 1, \dots, 24. \end{aligned}$$



Exempel på planering av vattenkraft

Variabelgränser

$$0 \leq Q_{i,j,t} \leq \bar{Q}_{i,j}, \quad i = 1, 2, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq S_{i,t}, \quad i = 1, 2, t = 1, \dots, 24,$$

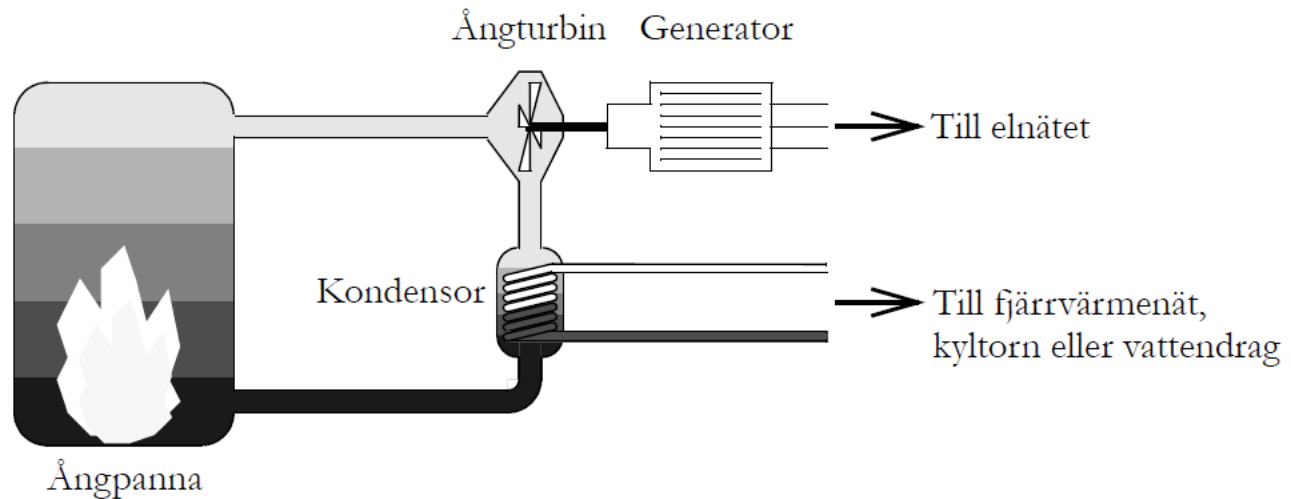
$$0 \leq M_{i,t} \leq \bar{M}_i, \quad i = 1, 2, t = 1, \dots, 24.$$



Termiska kraftverk

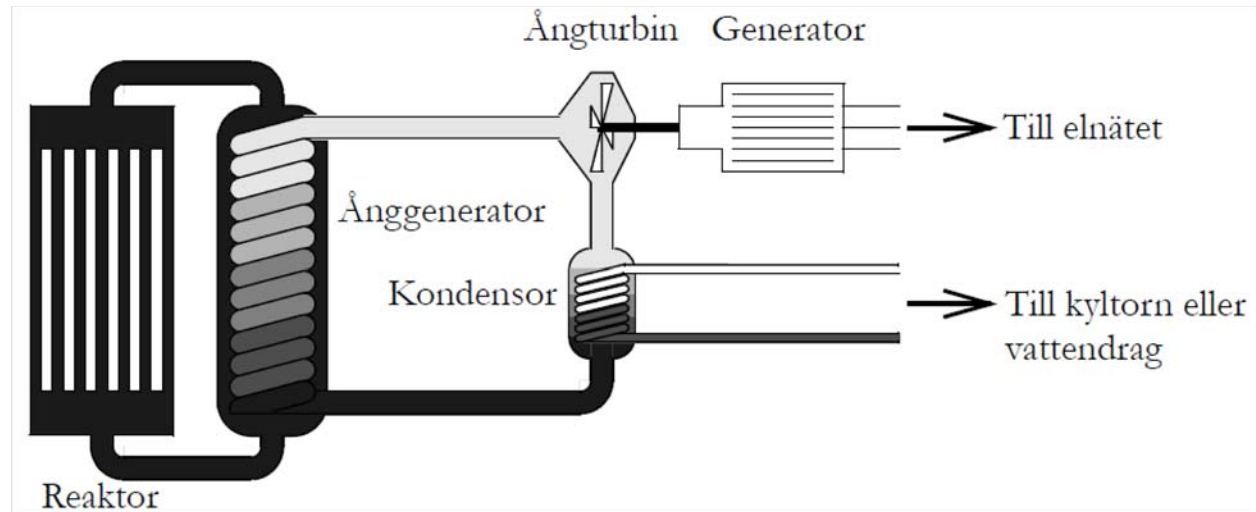
- Använder en värmemaskin för att producera el. Värmeenergin kan komma från förbränning av ett bränsle (olja, gas, biobränsle, o.s.v.), kärnreaktioner eller förnybara källor (geotermisk energi, solvärme).
- Små termiska kraftverk använder en förbränningsmotor som driver en generator.
- Större termiska kraftverk använder en ångcykel för att driva en generator.
- Termiska kraftverk producerar också värme, som kan användas i fjärrvärmesystem (kraftvärme).

Kondens- och kraftvärmeverk



- En kokvattenreaktor fungerar på samma sätt, men ångan produceras i en kärnreaktor i stället för en ångpanna.

Tryckvattenreaktor





Drift av termiska kraftverk

- Små termiska kraftverk är tämligen flexibla. (Stora ändringar kan utföras inom ett par minuter.)
- Stora termiska kraftverk kan behöva längre tid för att nå drifttemperatur i ångpannan (starttid).
- Elproduktionen i stora termiska kraftverk kan inte ändras för snabbt (eng. "ramping").



Termiska kraftverk

Optimeringsvariabler

- Elproduktionen, G , är den elektriska effekten ut från generatorn.
- Driftstatusvariabeln, u , är en binär variabel, som anger om kraftverket är i drift eller ej.
- Startvariabeln, s^+ , och stoppvariabeln, s^- , är binära variabler som anger om ett kraftverk startas eller stoppas.



Generellt korttidsplaneringsproblem för termiska kraftverk

max *värdet av såld el – rörliga kostnader*
då *driftstatus,*
 begränsningar i elproduktion.

Vad behöver vi?

- Modeller av rörliga kostnader
 - driftkostnader,
 - startkostnader.
- Samband mellan driftstatus, start och stopp.
- Minimal och maximal elproduktion.



Driftkostnad

Grunden

- Driftkostnaden är en ickelinjär funktion av elproduktionen:

$$C(G) = \frac{\varphi}{\eta(G)h}G,$$

där

$C(G)$ = driftkostnad [kr/h],

φ = bränslepris [kr/ton eller kr/m^3],

$\eta(G)$ = verkningsgrad,

h = bränslets värmeinhåll [MWh/ton eller MWh/m^3].



Driftkostnad

Linjär approximation

- I ett linjärt korttidsplaneringsproblem kan vi anta konstant verkningsgrad $\Rightarrow$

$$C(G) = \beta G.$$

- I en allmän modell av termiska kraftverk är det också vanligt att ta med en kvadratisk approximation av driftkostnaden, d.v.s.

$$C(G) = \alpha + \beta G + \gamma G^2.$$

Eftersom $\gamma \ll \beta$ så är en linjär approximation oftast tillräcklig.



Startkostnader

Varm- och kallstart

- En viss mängd bränsle behövs för att värma upp ångpannan till drifttemperatur.
- Hur mycket bränsle som behövs beror på ångpannans temperatur (d.v.s. hur länge kraftverket varit ur drift).

$$C_{start}(t) = C_{kallstart}(1 - e^{-t/\tau}) + C_{fast},$$

där

$C_{start}(t)$ = startkostnad efter t timmars driftstopp,

$C_{kallstart}$ = kostnad för kallstart,

τ = termisk tidskonstant,

C_{fast} = fasta startkostnader.



Startkostnader

Tomgångskörning

- Om ett kraftverk endast ska tas ur drift för en kort tid så kan det vara mer lönsamt att upprätthålla drifttemperaturen i ångpannan och spilla värmen:

$$C_{start}(t) = C_{tomgång}t,$$

där

$C_{start}(t)$ = startkostnad efter t timmars driftstopp,

$C_{tomgång}$ = kostnad per timmes tomgångskörning.



Startkostnader

Linjär modell

- Alternativ 1: Antag fast startkostnad:

$$C_{start}(t) = C^+ s_t^+.$$

- Alternativ 2: Inför separata startvariabler och kostnader för olika långa driftstopp:

$$C_{start}(t) = C^* s_t^* + C^{**} s_t^{**} + \dots$$

Samband mellan driftstatus, start och stopp

- Fast startkostnad och stoppkostnad:

$$u_t - u_{t-1} = s_t^+ - s_t^-.$$

- Fast startkostnad, ingen stoppkostnad:

$$u_t - u_{t-1} \leq s_t^+.$$

- Varierande startkostnader, ingen stoppkostnad:

$$s_t^{**} \geq u_t - u_{t-1} - u_{t-2},$$

$$s_t^* \geq u_t - u_{t-1} - s_t^{**}.$$

Bivillkor för driftstatus

Kontroll

u_{t-2}	u_{t-1}	u_t	$u_t - u_{t-1}$	s_t^+	s_t^-	$u_t - u_{t-1} - u_{t-2}$	s_t^{**}	$u_t - u_{t-1} - s_t^{**}$	s_t^*
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	1	0	0
0	1	0	-1	0	1	-1	0	-1	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
1	0	1	1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	-1	0	1	-2	0	-1	0
1	1	1	0	0	0	-1	0	0	0

Produktionsbegränsningar

$$G_t \leq u_t \bar{G},$$

$$G_t \geq u_t \underline{G}.$$

Kontroll

- $u_t = 0 \Rightarrow$

$$G_t \leq 0,$$

$$G_t \geq 0.$$

- $u_t = 1 \Rightarrow$

$$G_t \leq \bar{G},$$

$$G_t \geq \underline{G}.$$



Exempel på planering av termiska kraftverk

Problembeskrivning

- Termiskt kraftverk med tre block (d.v.s. separata enheter).
- Planeringsperiod 24 timmar.
- All el säljs på en elbörs till prognostiserade priser.
- Starttillstånd för blocken är givna.
- Bortse från stoppkostnader.



Exempel på planering av termiska kraftverk

Optimeringsproblem

max *värdet av såld el*
 – driftkostnader – startkostnader

då *driftstatus,*
 begränsningar i elproduktion.



Exempel på planering av termiska kraftverk

Parametrar

λ_t = förväntat elpris på elbörsen under timme t ,

β_{Gg} = rörlig driftkostnad i block g ,

C_g^+ = startkostnad i block g ,

$u_{g,0}$ = driftstatus för block g vid planeringsperiodens början,

$\bar{G}_g$ = installerad effekt i block g ,

$\underline{G}_g$ = minimal produktion då block g är i drift.



Exempel på planering av termiska kraftverk

Optimeringsvariabler

$G_{g,t}$ = elproduktion i block g under timme t ,
 $g = 1, 2, 3, t = 1, \dots 24$,

$u_{g,t}$ = driftstatus i block g under timme t ,
 $g = 1, 2, 3, t = 1, \dots 24$,

$s_{g,t}^+$ = start av block g i början av timme t ,
 $g = 1, 2, 3, t = 1, \dots 24$.



Exempel på planering av termiska kraftverk

Målfunktion

$$\text{maximera} \quad \sum_{t=1}^{24} \sum_{g=1}^3 (\lambda_t G_{g,t} - \beta_g G_{g,t} - C_g^+ s_{g,t}^+)$$



Exempel på planering av termiska kraftverk

Bivillkor

Driftstatus:

$$u_{g,t} - u_{g,t-1} \leq s_{g,t}^+, \quad g = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24.$$

Maximal produktion:

$$G_{g,t} \leq u_{g,t} \bar{G}_g, \quad g = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24.$$

Minimal produktion:

$$G_{g,t} \geq u_{g,t} \underline{G}_g, \quad g = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24.$$



Exempel på planering av termiska kraftverk

Variabelgränser

$$u_{g,t} \in \{0, 1\},$$

$$g = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24,$$

$$s_{g,t}^+ \in \{0, 1\},$$

$$g = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24.$$



Avtalad last

- All el förväntas säljas på elbörs till prognostiserade priser
⇒ Ta med värdet av såld el i målfunktionen.
- Avtalad last (lasten per timme är redan fastställd)
⇒ Ta inte med värdet av såld el i målfunktionen,
men lägg till lastbalans för varje timme:

total produktion = avtalad last.

$$D_t = \text{avtalad last timme } t.$$

Avtalad last och elhandel

- Avtalad last och möjlighet att handla på elbörs till prognostiserade priser

⇒ Ta med handel (d.v.s. värdet av såld el minus kostnad av köpt el) i målfunktionen och lägg till lastbalans för varje timme:

total produktion + köp = avtalad last + försäljning.

p_t = köp från elbörsen timme t ,

r_t = försäljning till elbörsen timme t ,

D_t = avtalad last timme t .



Dualvariabler

- Dualvariablerna anger hur det optimala målfunktionsvärdet ändras för en liten ändring i högerledet till ett bivillkor.
- Enheten för en dualvariabel måste därför vara

$$\frac{\text{enhet för målfunktionen}}{\text{enhet för bivillkoret}}.$$

- I korttidsplaneringsproblem är enheten för målfunktionen pengar [₳].
- Dualvariablerna representerar därför marginalvärden eller marginalkostnader.
 - Observera att tecknet på dualvariabeln beror på om det är ett maximerings- eller minimeringsproblem!



Dualvariabler

Vattenvärde

- Enheten för hydrologiska bivillkor är TE
⇒ Enheten för dualvariabeln måste vara α/TE .
- Högerledet i ett hydrologisk bivillkor (på standardform) innehåller endast den lokala tillrinningen ⇒ Dualvariabeln motsvarar marginalnyttan av att få tillgång till mer vatten i magasinet (d.v.s. **vattenvärdet**).



Dualvariabler

Marginalkostnad

- Enheten för lastbalansvillkor är MWh
⇒ Enheten för dualvariabeln måste vara $\text{€}/\text{MWh}$.
- Högerledet i ett lastbalansvillkor (på standardform) innehåller endast den avtalade lasten ⇒ Dualvariabeln motsvarar marginalkostnaden av att öka lasten, d.v.s. den marginella produktionskostnaden.



GAMS

Introduktion

- GAMS är ett paket med mjukvara för att lösa optimeringsproblem.
- GAMS kräver en licens förutom för små demonstrationsproblem (mindre än 10 variabler).
 - Studentrummet på Teknikringen 33
 - Kurslicens (kursens webbsida)
 - Fri tjänst på internet (www.neos-server.org)
- Optimeringsproblem matas in på ett liknande sätt som då vi formulerar optimeringsproblem.
- Då man kör ett GAMS-program så skickas optimeringsproblemet till en lämplig lösare (beroende på typ av problem och tillgängliga licenser).



GAMS

Användning

- GAMS-program skrivs som vanliga textfiler, lämpligen i GAMSIDE-editorn.
- För att köra ett GAMS-program väljer man Run i menyn File eller använder ikonen .
- Resultatet från ett GAMS-program skrivs till en listfil (suffix .lst), där du hittar lösningen eller eventuella felmeddelanden.



GAMS

Grunderna i programspråket

- GAMS har en begränsad med ganska lätthanterlig syntax.
- I kurskompendiet, appendix B, ges en introduktion till GAMS-programmering.
- En komplett beskrivning av GAMS-syntaxen finns under menyn Help inne i GAMSIDE (GAMS Users Guide).
- På de följande sidorna ges en sammanfattning av grunderna i programspråket.
 - Svart text används för reserverade ord i GAMS, som inte ska ändras (dessa ord kan skrivas med stora eller små bokstäver och kan oftast skrivas i plural om det passar bättre).
 - Blå text används för namn och kommentarer som användaren väljer.



GAMS

Symboler

- Symboler är namn på variabler, parametrar, bivillkor och modeller.
- Symboler ska bara innehålla bokstäver och siffror.
- Symboler måste vara unika.



GAMS

Indexvärden och kommentarer

- Indexvärden och kommentarer kan innehålla bokstäver, siffror och de flesta andra tecken.
- Citationstecken kan behövas då man använder andra tecken än bokstäver och siffror.



GAMS

Definiera indexvärden

- Variabler och parametrar kan indexeras.
- Syntax för att definiera indexvärden:
set `symbol1 kommentar /index1, index2/;`
- Med * kan vi skapa en sekvens av numrerade indexvärden.
set `symbol2 kommentar /intervall1*intervall10/;`
- Flera indexvärden kan definieras på en gång:

```
Sets  
    symbol3 kommentar /powerplant1*3/  
    symbol4 kommentar /segment1, segment2/  
;
```



GAMS

Definiera parametrar

- Syntax för att definiera skalära parametrar:

```
parameter symbol1 kommentar /värde1/;
```

- Syntax för att definiera indexerade parametrar:

```
parameter symbol2 kommentar  
/index1 värde1, index2 värde2/;
```

```
parameter symbol3 kommentar  
/index1.element1 värde11, index2.element1 värde21/;
```

- Flera parametrar kan definieras på en gång:

```
Parameters
```

```
symbol4 kommentar /value4/  
symbol5 kommentar /value5/  
;
```



GAMS

Definiera optimeringsvariabler och variabelgränser

- Syntax för att definiera optimeringsvariabler:
`<Type> variable symbol1 kommentar;`
där <Type> ska vara något av `positive`, `negative`, `binary`, `integer` eller `free`.
- De övre och undre gränserna för en optimeringsvariabel kan ändras med en enkel tilldelning:
`symbol1.UP = övregräns;`
- Flera optimeringsvariabler av samma typ kan definieras på en gång:
`Positive variables
symbol2(index1,index2) kommentar
symbol3 kommentar
;`



GAMS

Definiera målfunktion och bivillkor

- Målfunktionen betraktas som ett bivillkor, men måste innehålla en fri variabel.
- Bivillkor måste deklarerars *och* definieras.
- Syntax för att deklarera bivillkor:
`equation symbol1 kommentar;`
- Flera bivillkor kan deklarerars på en gång.
- Syntax för att definiera bivillkor:
`symbol1.. vänsterled <relation> högerled;`
där <relation> ska vara något av `=e=`, `=l=` eller `=g=`.



GAMS

Definiera och lösa modeller

- Syntax för att definiera en modell:
`model symbol1 /ekvation1, ekvation2/;`
- Listan med symboler för ekvationer kan ersättas med `/all/` ifall alla bivillkor ska ingå i modellen.
- Syntax för att lösa ett problem:

```
solve symbol1 using <problem type>  
<direction> variabel1;
```

där <problem type> ska vara lp, mip eller någon annan problemtyp (se GAMS User's guide), och <direction> ska vara maximizing eller minimizing.



GAMS

Visa resultat

- GAMS räknar automatiskt upp alla resultat i .lst-filen.
- För att snabbt hitta de värden du är intresserad av kan man lägga till en instruktion om detta enligt följande syntax:

```
display parameter1;  
display variabel1.<specifier>;  
display ekvation1.<specifier>;  
display parameter2, variabel2.<specifier>;
```

där <specifier> ska vara L (optimalt värde), M (marginalvärde), LO (undre gräns) eller UP (övre gräns).

Exempel: Dualvariabeln till ett bivillkor kallat `hydbal` kan visas med

```
display hydbal.M;
```



GAMS

Indexering

- Parametervärden som inte har definierats antas vara lika med noll.
- Parametrar och variabler som indexeras utanför de tillåtna värdena ersätts av noll.
- Indexvärden kan filtreras med *dollarvillkor*. Uttrycket `parameter(index)$(villkor)` ersätts med noll om `villkor` inte är uppfyllt.
- Dollarvillkor kan identifiera särskilda indexvärden med ord-operatorn. Uttrycket `$(ord(index) = 1)` kommer endast att vara sant för det första värdet i `index`.



GAMS

Slingor

- Det finns ytterligare några enkla programkonstruktioner, t.ex. för att göra en slinga över en eller flera indexvärden:

```
loop(index1, sats1);  
loop(index2, sats2; sats3);  
loop((index3,index4), sats4);
```



GAMS

Exempel på planering av termiska kraftverk

Sets

```
g      block /I, II, III/  
t      tidsperiod /timme1*timme24/  
;
```

Parameters

```
lambda(t)  förväntat elpris timme t  
betaG(g)   rörlig driftkostnad i block g  
Cstart(g)  startkostnad i block g  
u0(g)      starttillstånd i block g  
Gmax(g)    installerad effekt i block g  
Gmin(g)    minimal produktion i block g  
;
```



GAMS

Exempel på planering av termiska kraftverk

Free variables

```
z          målfunktionsvärde  
Gen(g,t)   elproduktion i block g, timme t  
;
```

Binary variables

```
u(g,t)      driftstatus i block g timme t  
s(g,t)      startav block g i början av timme t  
;
```



GAMS

Exempel på planering av termiska kraftverk

Equations

```
objfnc      målfunktion
untcmt(g,t)"driftstatus i block g, timme t"
maxgen(g,t)"maximal produktion i block g, timme t"
mingen(g,t)"minimal produktion i block g, timme t"
;

objfnc..    z =e= sum((t,g),
                    (lambda(t)-betaG(g))*Gen(g,t) -
                    Cstart(g)*s(g,t));
untcmt(g,t)..u(g,t) - u(g,t-1) - u0(g)$ (ord(t) = 1)
              =l= s(g,t);
maxgen(g,t)..Gen(g,t) =l= u(g,t)*Gmax(g);
mingen(g,t)..Gen(g,t) =g= u(g,t)*Gmin(g);
```



GAMS

Exempel på planering av termiska kraftverk

```
model thermalplanning /all/;  
solve thermalplanning using mip maximizing z;
```



Rinntid

- Vatten som släpps ut från ett magasin kommer inte omedelbart fram till nästa magasin.
- Rinntiden mellan kraftverken är i verkligheten en komplicerad funktion av vattenflödet, årstid, topografi och magasinshöjder.

Rinntid

Modellering

För enkelhets skull kan vi anta en konstant rinntid mellan kraftverken.

$$M_{i,t} = M_{i,t-1} + \sum_{j \in \mathcal{K}_i} Q_{j,t-\tau_{j,i}} + \sum_{j \in \mathcal{K}_i} S_{j,t-\tau_{j,i}} + V_{i,t} - Q_{i,t} - S_{i,t}$$

där

$$Q_{j,t-\tau_{j,i}} = \frac{m_j}{60} Q_{j,t-h_j-1} + \frac{60-m_j}{60} Q_{j,t-h_j},$$

h_j = rinntid i hela timmar,

m_j = resterande rinntid i minuter.



Förbjudna intervall för tappningen

- Vissa nivåer på tappningen kan skada turbinen.
 - Verkningsgraden är dålig vid låg tappning.
 - Den styckvis linjära modellen antar samma verkningsgrad för hela det första segmentet!
- ⇒ Modellen av elproduktionen som funktion av tappningen kan förbättras genom att förbjuda vissa intervall för tappningen.

Förbjudna intervall för tappningen

Modellering

Ny binär variabel:

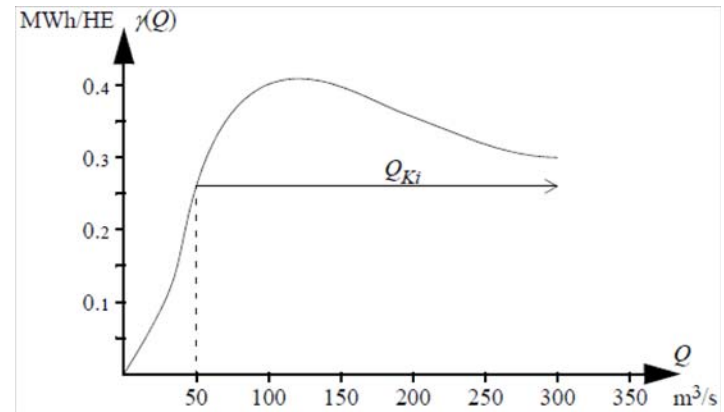
$z_{i,t}$ = tillåt/förbjud
tappning över
50 TE

Elproduktion:

$$H_{i,t} = 50\mu_{Ki}z_{i,t} + \mu_{Ki}Q_{Ki,t}$$

Bivillkor och variabelgränser:

$$Q_{Ki,t} \leq \bar{Q}_{Ki}z_{i,t}, \quad 0 \leq Q_{Ki,t}, \quad z_{i,t} \in \{0, 1\}.$$



Minimal drift- och stopptid

- I stället för att införa kostnader för start och stopp så kan vi begränsa antalet start och stopp genom att införa minimala drift- och stopptider.
- Lägsta drifttid t_g^+ timmar $\Rightarrow$ om ett kraftverk startas inför timme t så ska det inte stoppas förrän timme $t + t_g^+ - 1$:

$$s_{g,t}^+ + \sum_{k=t}^{t+t_g^+-1} s_{g,k}^- \leq 1.$$

- Lägsta stopptid t_g^- timmar $\Rightarrow s_{g,t}^- + \sum_{k=t}^{t+t_g^--1} s_{g,k}^+ \leq 1.$



Begränsade produktionsändringar

- Elproduktionen i stora termiska kraftverk kan inte ändras för snabbt.
 - Det tar tid att öka ångflödet (produktionsökning)
 - Ångan behövs för att kyla ångpannan (produktionsminskning)
- Man kan införa begränsningar för produktionsändringarna i korttidsplaneringsproblemet.



Begränsade produktionsändringar

Modellering

Nya parametrar:

$\Delta \bar{G}_g^{\uparrow}$ = maximal produktionsökning (vid drift)

$\Delta \bar{G}_g^{+}$ = maximal produktionsökning (vid start)

$\Delta \bar{G}_g^{\downarrow}$ = maximal produktionsminskning (vid drift)

$\Delta \bar{G}_g^{-}$ = maximal produktionsminskning (vid stopp)

Bivillkor för produktionsökning:

$$G_{g,t} - G_{g,t-1} \leq \Delta \bar{G}_g^{\uparrow} + (\Delta \bar{G}_g^{+} - \Delta \bar{G}_g^{\uparrow}) s_{g,t}^{+}.$$

Bivillkor för produktionsminskning:

$$G_{g,t-1} - G_{g,t} \leq \Delta \bar{G}_g^{\downarrow} + (\Delta \bar{G}_g^{-} - \Delta \bar{G}_g^{\downarrow}) s_{g,t}^{-}.$$

Begränsade produktionsändringar

Kontroll

u_{t-1}	u_t	Maximal produktionsökning, $\Delta \bar{G}_g^{\uparrow} + (\Delta \bar{G}_g^+ - \Delta \bar{G}_g^{\uparrow}) s_{g,t}^+$	Maximal produktionsminskning, $\Delta \bar{G}_g^{\downarrow} + (\Delta \bar{G}_g^- - \Delta \bar{G}_g^{\downarrow}) s_{g,t}^-$
0	0		
0	1		
1	0		
1	1	