Namn: .... Personnummer: ....

Övningslappskrivning 1

Fredag 4 mars 2016 10:15-11:45
Differential- och integralkalkyl II, del 2, SF1603, Flervariabelanalys
Inga hjälpmedel är tillåtna.
Max: 12 poäng

1. (4 poäng) Avgör om följande gränsvärde existerar och beräkna gränsvärdet om det existerar:

$$\lim_{(x,y)\to(0,3)} (1+\sin x)^{\frac{y^2}{x}}.$$

2. (4 poäng) Låt $\mathcal{P}$ vara planet definierat av ekvationen $2x + 7y + 2z = 0$. Hitta alla punkter på ytan
$$\left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; z = xy^3 + \frac{8}{y} \right\}$$
i vilka tangentplanet är parallellt med $\mathcal{P}$.

3. (4 poäng) Definiera $F : (0, \infty) \times (0, 2\pi) \to \mathbb{R}^2$ enligt $F(r, \theta) = (r\cos\theta, r\sin\theta)$.

   (a) Beräkna $J(2, \frac{\pi}{4})$ där $J(r, \theta)$ betecknar funktionaldeterminanten för F i punkten (r, θ).

(b) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{(h,k)\to(0,0)} \frac{\mathrm{Area}(F(R(h,k)))}{\mathrm{Area}(R(h,k))},$$

där $R(h,k) \subset \mathbb{R}^2$ är rektangeln

$$R(h,k) = \left\{ (r,\theta) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, 2 \leq r \leq 2+h,\ \frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4} + k \right\}$$

och $F(R(h,k))$ är bilden av $R(h,k)$ under F.