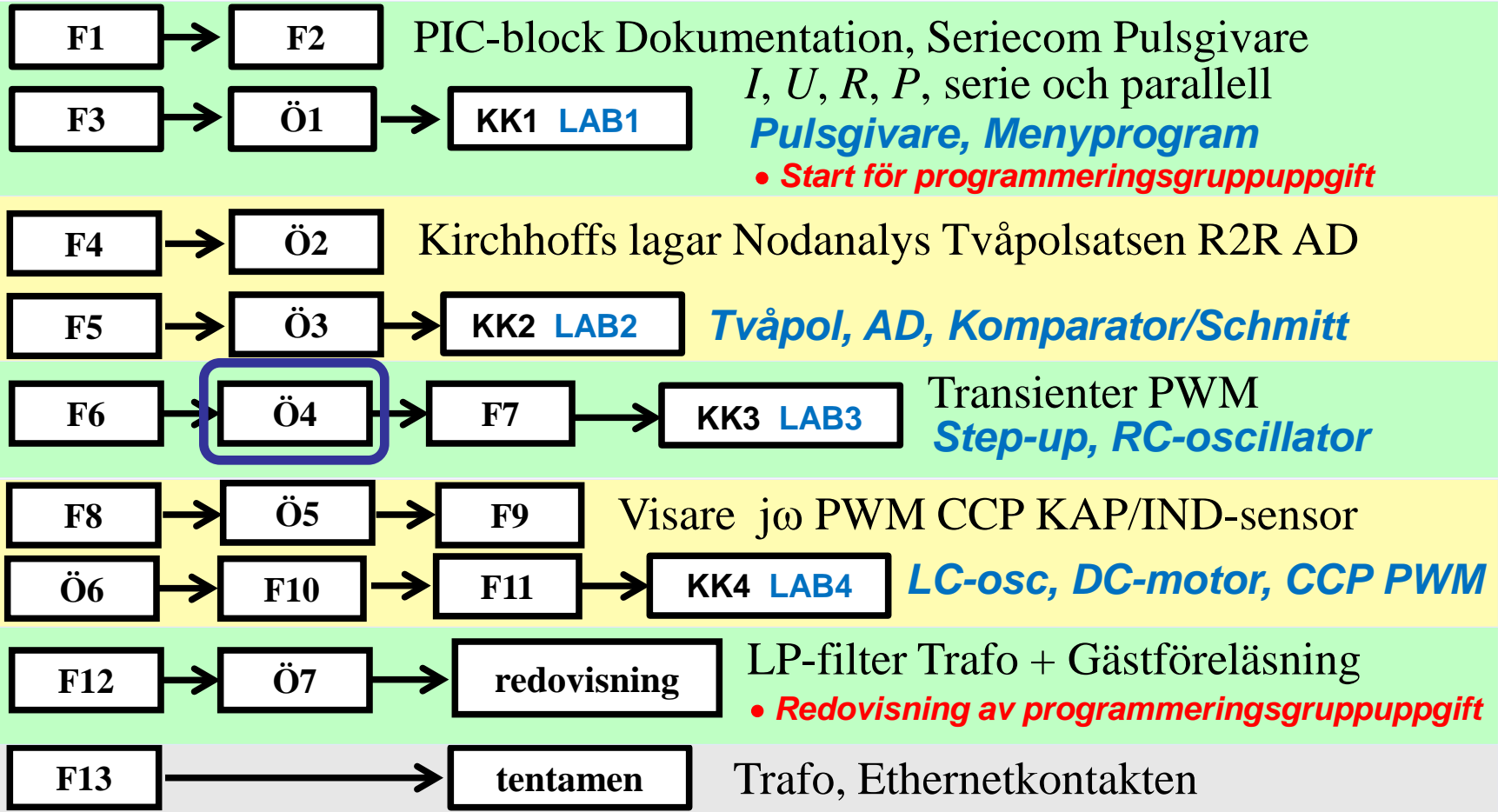


IE1206 Inbyggd Elektronik



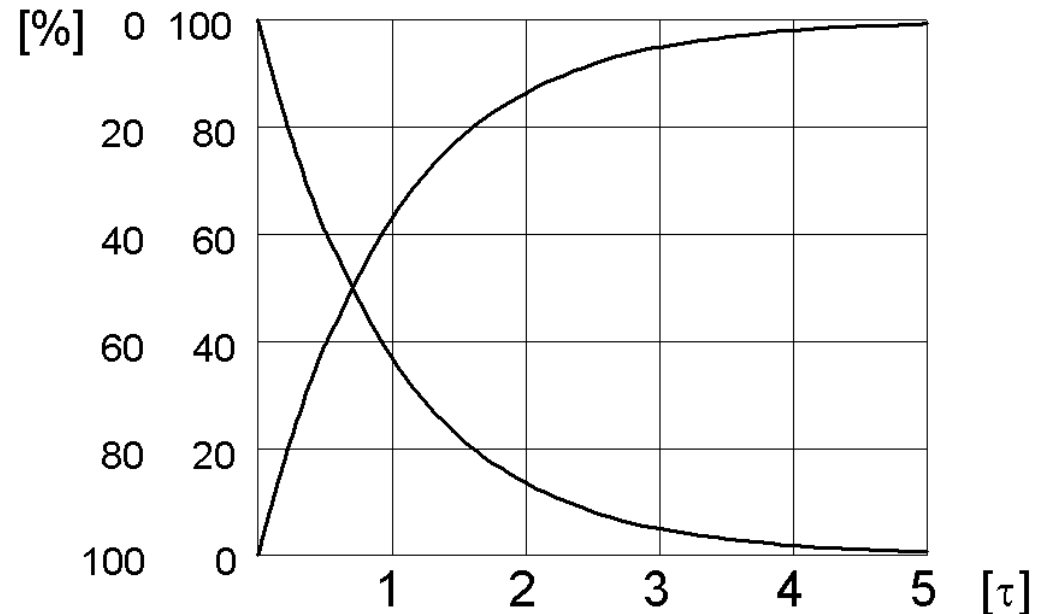
Snabbformel för exponentialfunktioner

Typ. Stigande kurva

$$x(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Typ. Fallande kurva

$$x(t) = e^{-\frac{t}{\tau}}$$



Snabbformel (ger direkt funktionen för en stigande/fallande kurva):

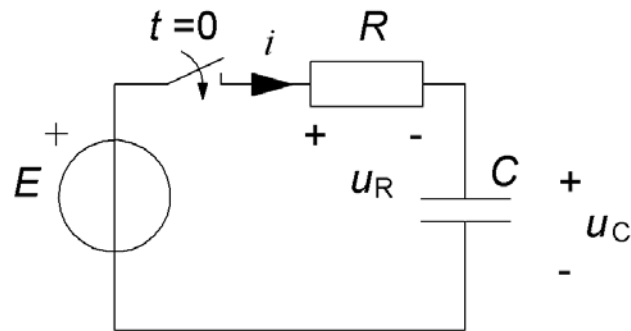
x_0 = storhetens startvärde

x_∞ = storhetens slutvärde

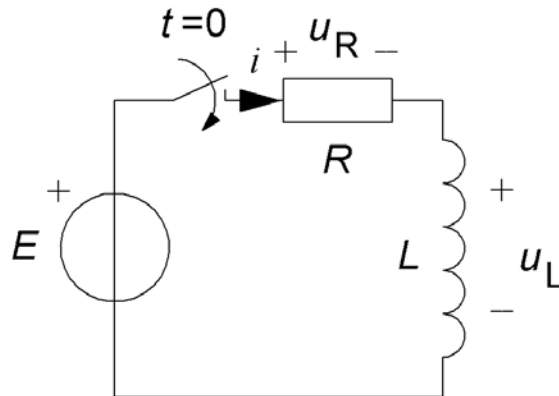
τ = förloppets tidkonstant

$$x(t) = x_\infty - (x_\infty - x_0)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Tidkonstanter



$$\tau = R \cdot C$$

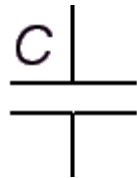


$$\tau = \frac{L}{R}$$

- Mer komplicerade kretsar förenklar man med tvåpolssatsen till dessa enkla former.

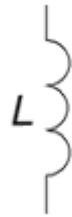
Kontinuitetsvilkor

Sammanfattning



Kondensatorn är spänningströg

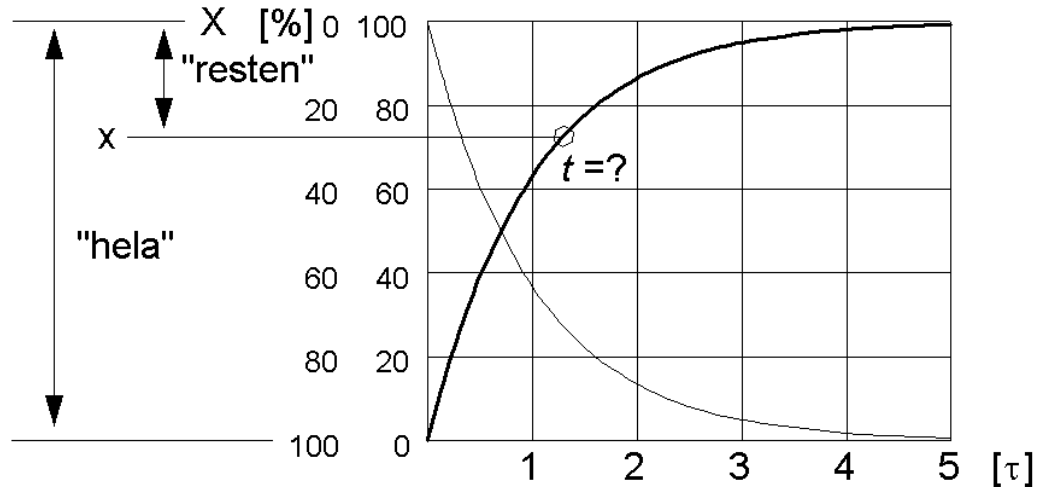
I en kondensator är laddningen alltid kontinuerlig
I en kondensator är **spänningen** alltid **kontinuerlig**.



Spolen är strömtrög

I en spole är flödet alltid kontinuerligt
I en spole är **strömmen** alltid **kontinuerlig**.

"Hela swinget genom resten"



$$x = X(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \Rightarrow \frac{x}{X} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \ln\left(1 - \frac{x}{X}\right) = -\frac{t}{\tau} \Rightarrow t = -\tau \cdot \ln \frac{X - x}{X}$$

$$\boxed{t} = \tau \cdot \ln \frac{X}{X - x} = \tau \cdot \ln \frac{\text{"hela"}}{\text{"resten"}}$$

William Sandqvist william@kth.se

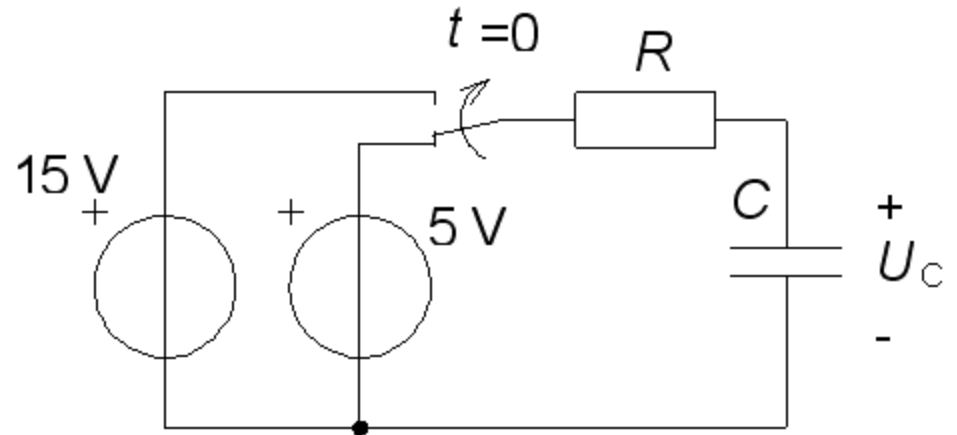
Kondensatorns uppladdning (10.5)

$R = 2000 \Omega$ och $C = 1000 \mu\text{F}$

Tag fram ett uttryck för $u_C(t)$

Rita funktionen $u_C(t)$

Beräkna hur lång tid det tar för u_C att nå +10V?



Kondensatorns uppladdning (10.5)

$R = 2000 \Omega$ och $C = 1000 \mu\text{F}$

Tag fram ett uttryck för $u_C(t)$

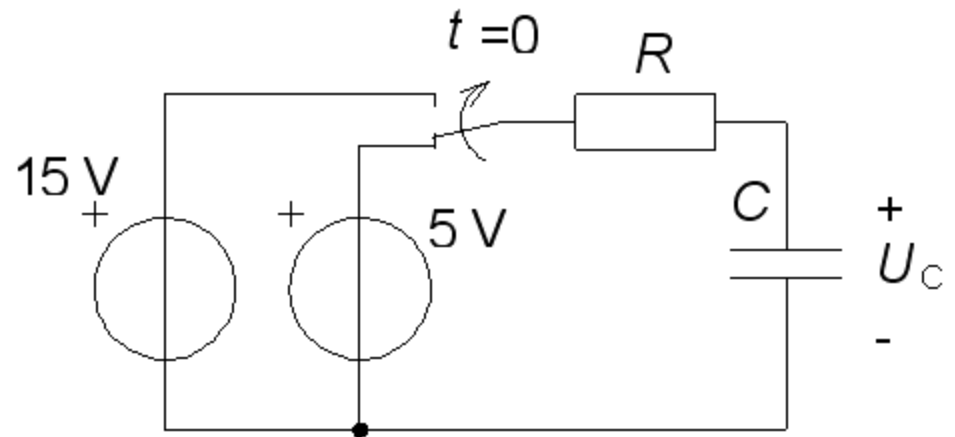
Rita funktionen $u_C(t)$

Beräkna hur lång tid det tar för u_C att nå $+10\text{V}$?

$$u_{C0} = 5 \text{ V}$$

$$u_{C\infty} = 15 \text{ V}$$

$$\tau = 2000 \cdot 1000 \cdot 10^{-6} = 2 \text{ s}$$



Kondensatorns uppladdning (10.5)

$R = 2000 \Omega$ och $C = 1000 \mu\text{F}$

Tag fram ett uttryck för $u_C(t)$

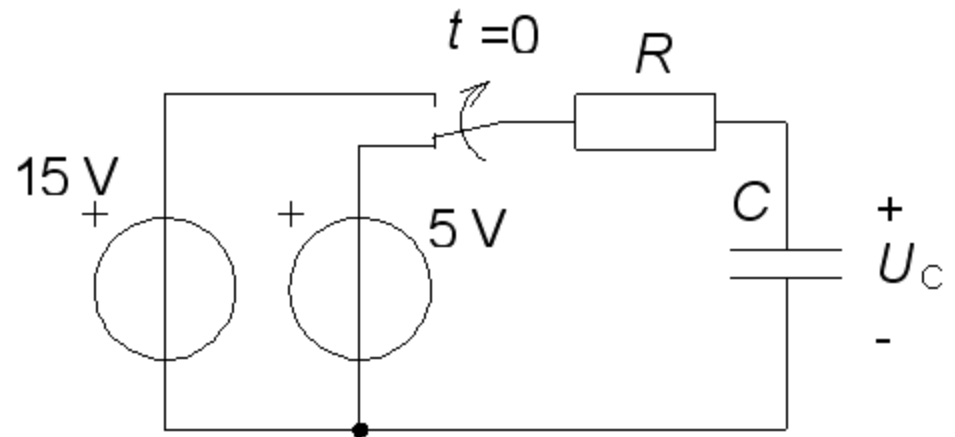
Rita funktionen $u_C(t)$

Beräkna hur lång tid det tar för u_C att nå $+10\text{V}$?

$$u_{C0} = 5 \text{ V}$$

$$u_{C\infty} = 15 \text{ V}$$

$$\tau = 2000 \cdot 1000 \cdot 10^{-6} = 2 \text{ s}$$



$$x(t) = x_{\infty} - (x_{\infty} - x_0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_C(t) = 15 - (15 - 5) \cdot e^{-\frac{t}{2}} = 15 - 10 \cdot e^{-0,5t}$$

Kondensatorns uppladdning (10.5)

$R = 2000 \Omega$ och $C = 1000 \mu\text{F}$

Tag fram ett uttryck för $u_C(t)$

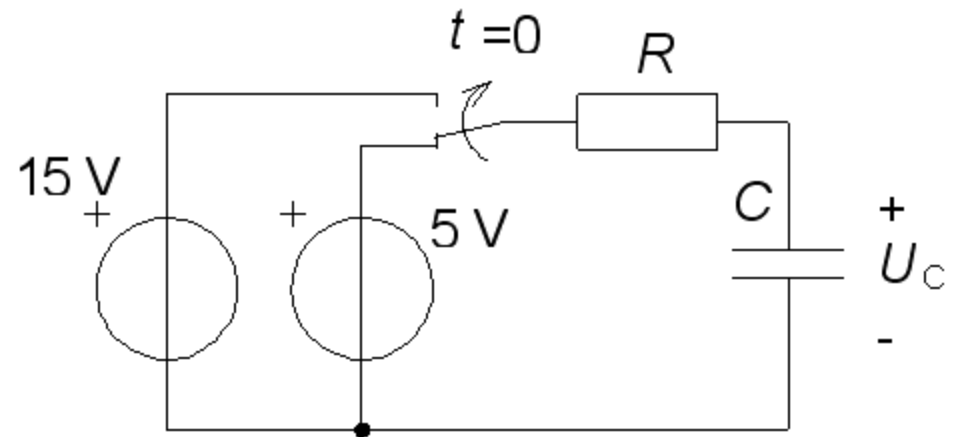
Rita funktionen $u_C(t)$

Beräkna hur lång tid det tar för u_C att nå +10V?

$$u_{C0} = 5 \text{ V}$$

$$u_{C\infty} = 15 \text{ V}$$

$$\tau = 2000 \cdot 1000 \cdot 10^{-6} = 2 \text{ s}$$



$$x(t) = x_{\infty} - (x_{\infty} - x_0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_C(t) = 15 - (15 - 5) \cdot e^{-\frac{t}{2}} = 15 - 10 \cdot e^{-0,5t}$$

Tips: Kondensatorn är ”spänningströg” – Läger man en spänning över en kondensator kan den inte laddas ögonblickligen (skulle kräva oändlig ström). Spänningen ändras *inte* momentant.

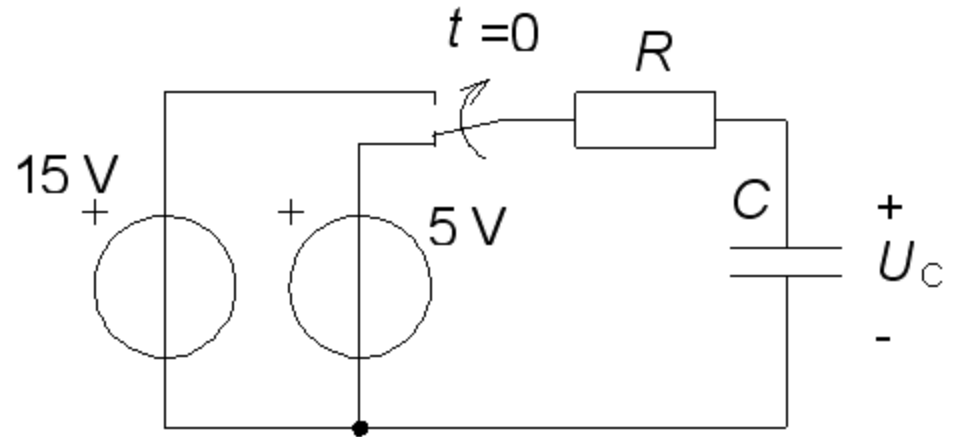
Kondensatorns uppladdning (10.5)

$R = 2000 \Omega$ och $C = 1000 \mu\text{F}$

Tag fram ett uttryck för $u_C(t)$

Rita funktionen $u_C(t)$

Beräkna hur lång tid det tar för u_C att nå +10V?



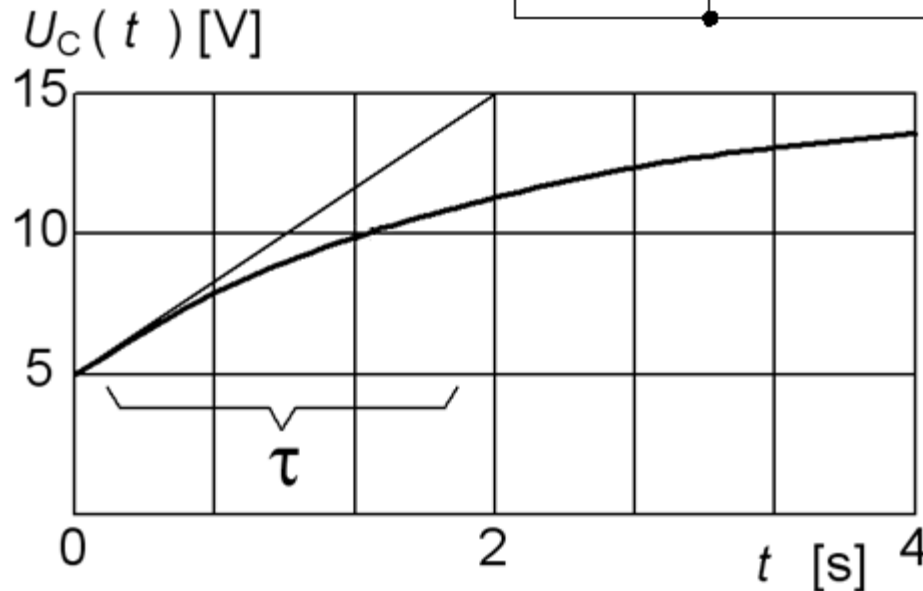
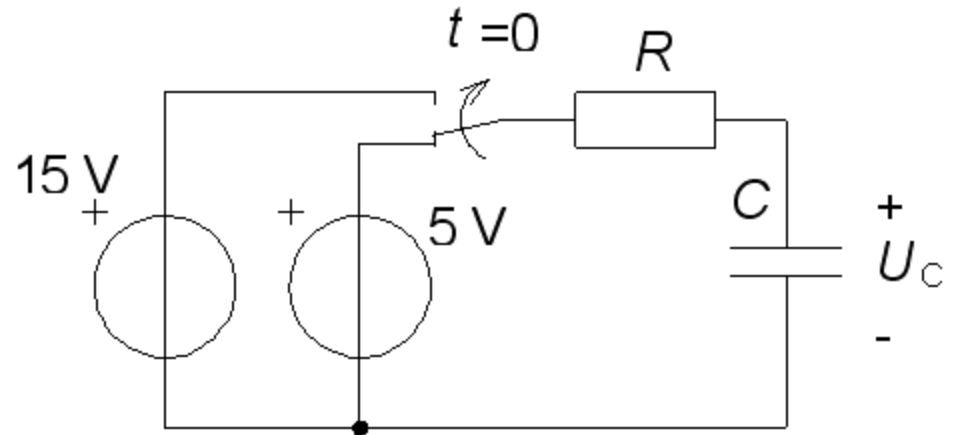
Kondensatorns uppladdning (10.5)

$R = 2000 \Omega$ och $C = 1000 \mu\text{F}$

Tag fram ett uttryck för $u_C(t)$

Rita funktionen $u_C(t)$

Beräkna hur lång tid det tar för u_C att nå +10V?



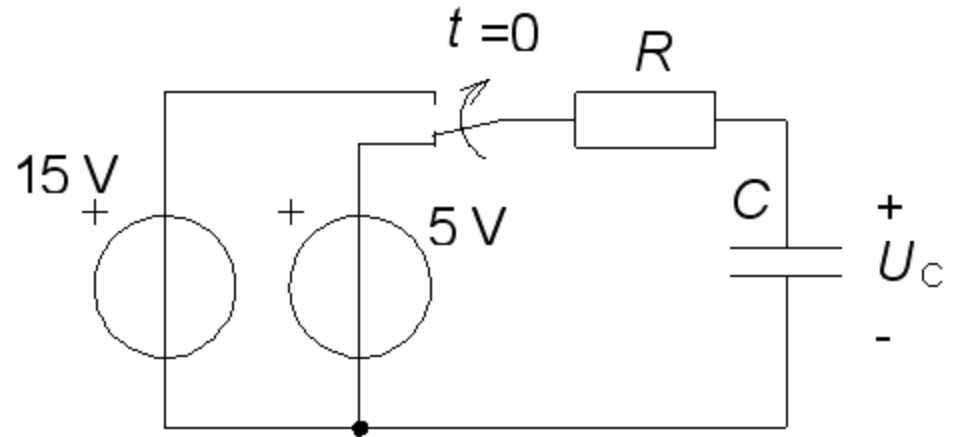
Kondensatorns uppladdning (10.5)

$R = 2000 \Omega$ och $C = 1000 \mu\text{F}$

Tag fram ett uttryck för $u_C(t)$

Rita funktionen $u_C(t)$

Beräkna hur lång tid det tar för u_C att nå $+10\text{V}$?



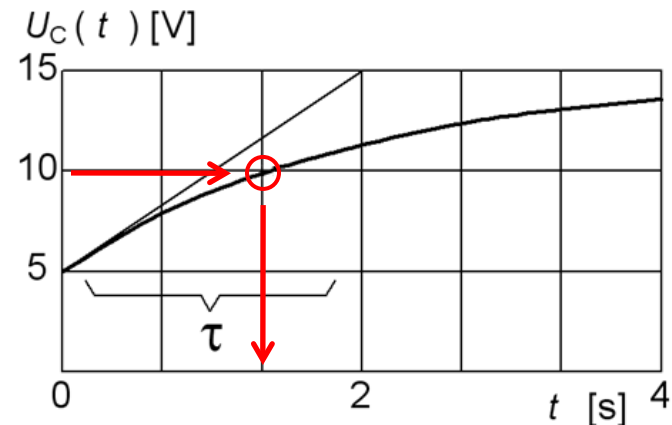
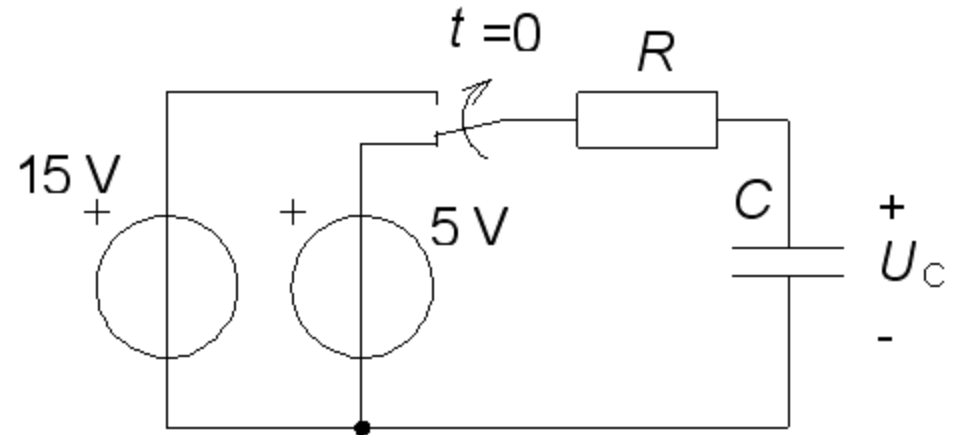
Kondensatorns uppladdning (10.5)

$R = 2000 \Omega$ och $C = 1000 \mu\text{F}$

Tag fram ett uttryck för $u_C(t)$

Rita funktionen $u_C(t)$

Beräkna hur lång tid det tar för u_C att nå +10V?



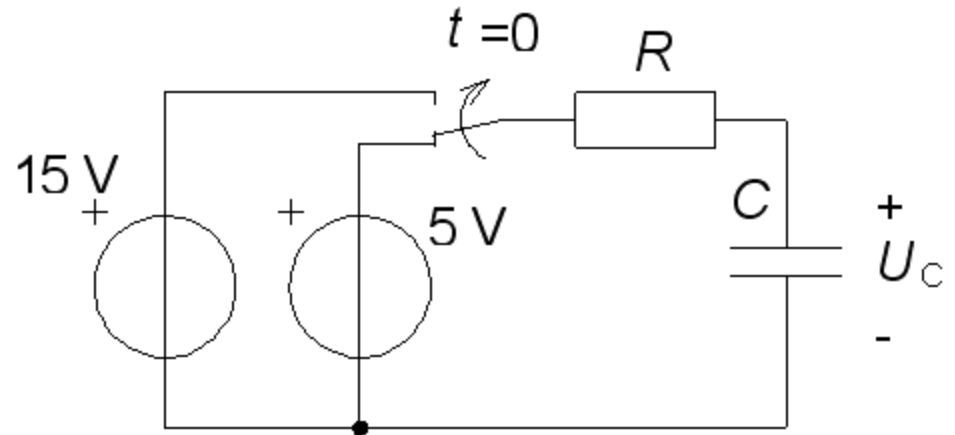
Kondensatorns uppladdning (10.5)

$R = 2000 \Omega$ och $C = 1000 \mu\text{F}$

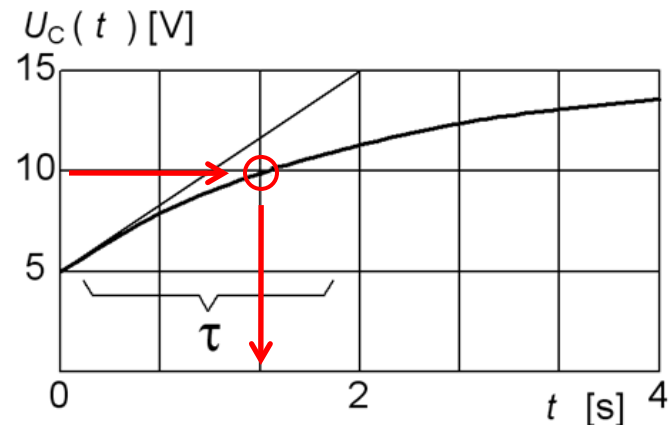
Tag fram ett uttryck för $u_C(t)$

Rita funktionen $u_C(t)$

Beräkna hur lång tid det tar för u_C att nå +10V?

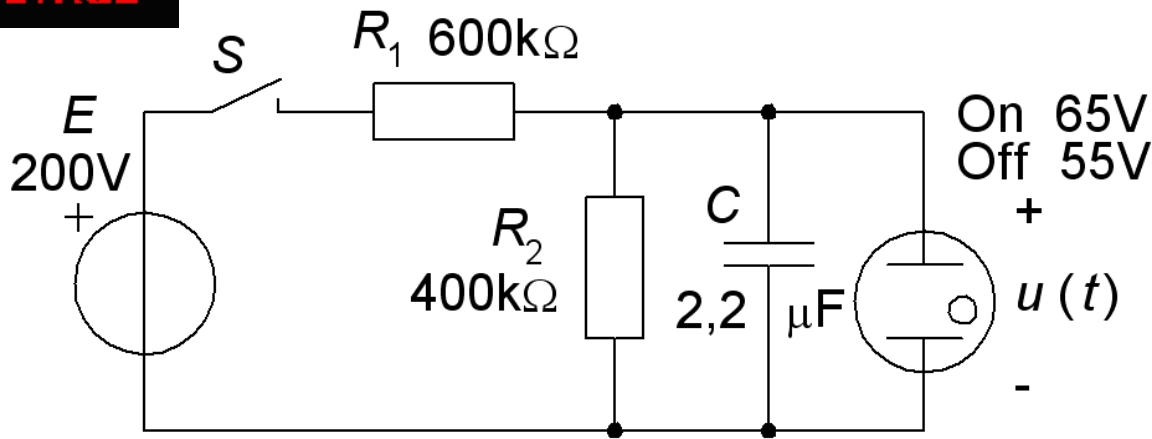


$$t = \tau \cdot \ln \frac{\text{"hela"}}{\text{"resten"}} = 2 \cdot \ln \frac{15 - 5}{15 - 10} = 2 \cdot 0,695 = 1,39 \text{ s}$$



William Sandqvist william@kth.se

Glimlampa (10.9)

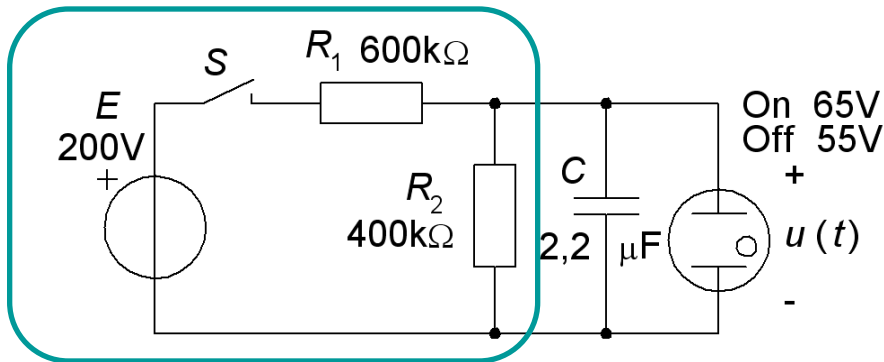


Blink-krets med glimlampa.

Glimlampan (10.9)



a) När kommer första blinket?



Kretsens Thevenin-tvåpol:

$$R_I = 600 \parallel 400 = 240 \text{ k}\Omega$$

$$E_0 = 200 \cdot 400 / 1000 = 80 \text{ V}$$

Kondensatorn laddas från 0V upp mot 80V till 65V då glimlampan tänds (och laddar ur kondensatorn till 55V då den släcks).

$$\tau = R_I \cdot C = 240 \cdot 10^3 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} = 0,528$$

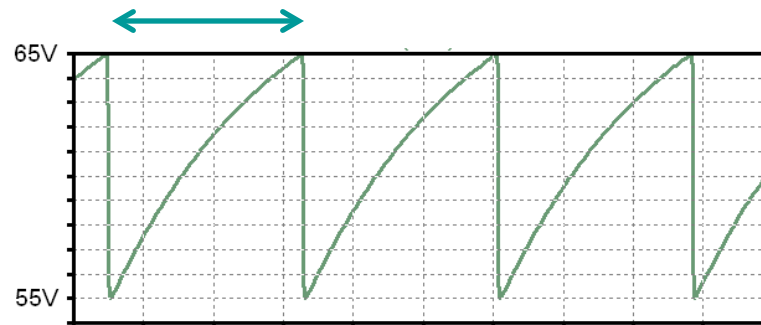
$$t = \tau \cdot \ln \frac{\text{hela}}{\text{resten}} = 0,528 \cdot \ln \frac{80 - 0}{80 - 65} = 0,88 \text{ s}$$

Glimlampan (10.9)



b) *Hur lång tid tar det till nästa blink?*

Kondensatorn laddas nu från 55V upp mot 80V till 65V då glimlampan tänds (och laddar ur kondensatorn till 55V, då den släcks).



$$\tau = 0,528$$

$$t = \tau \cdot \ln \frac{\text{hela}}{\text{resten}} = 0,528 \cdot \ln \frac{80 - 55}{80 - 65} = 0,27 \text{ s}$$

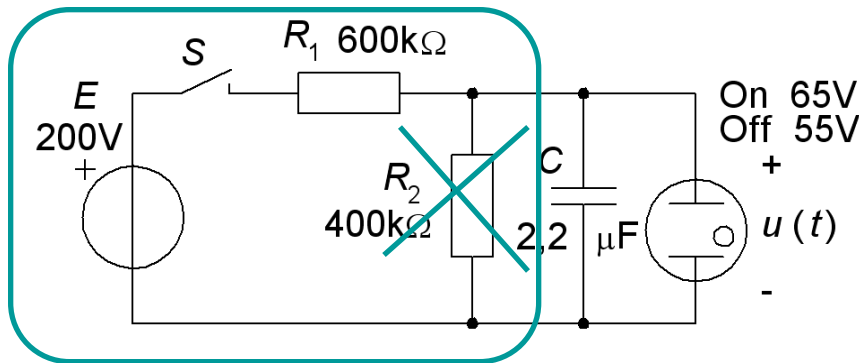
Blinkfrekvensen:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,27} = 3,7 \text{ Hz}$$

Glimlampan (10.9)



c) Om R_2 är borta, hur lång tid tar det då mellan blinkningarna?



Om R_2 är borta
spänningsdelas E inte.
 $E = 200$.
Tidkonstanten förändras.

Kondensatorn laddas nu från 55V upp mot 200V till 65V då glimlampan tänds (och laddar ur kondensatorn till 55V då den släcks).

$$\tau = R_1 \cdot C = 600 \cdot 10^3 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} = 1,32$$

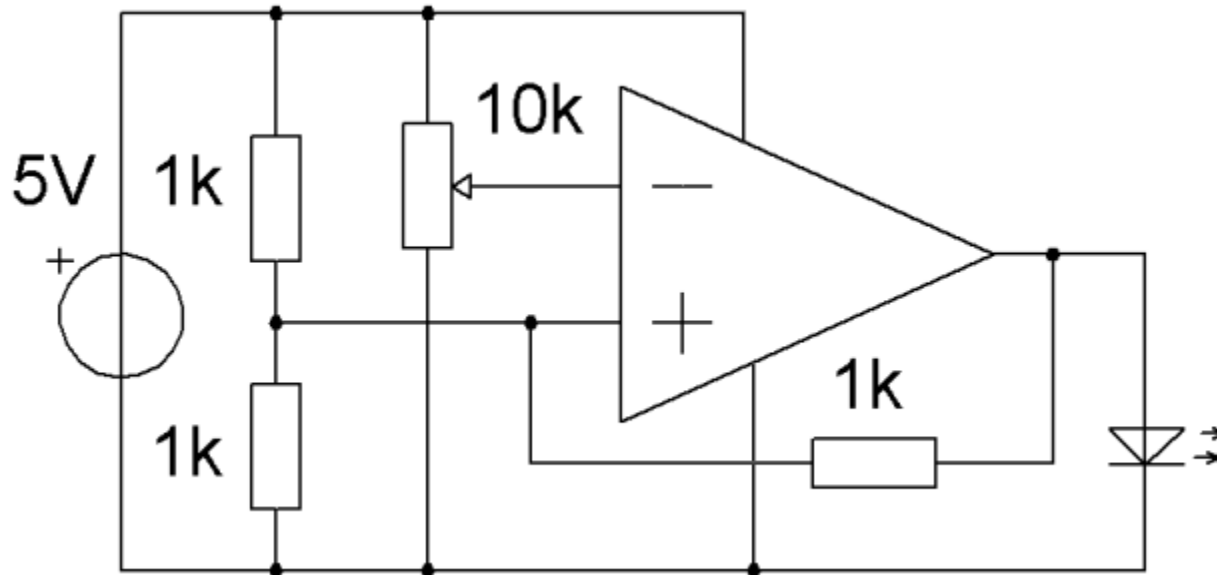
$$t = \tau \cdot \ln \frac{\text{hela}}{\text{resten}} = 1,32 \cdot \ln \frac{200 - 55}{200 - 65} = 0,094 \text{ s}$$

Blinkfrekvensen:

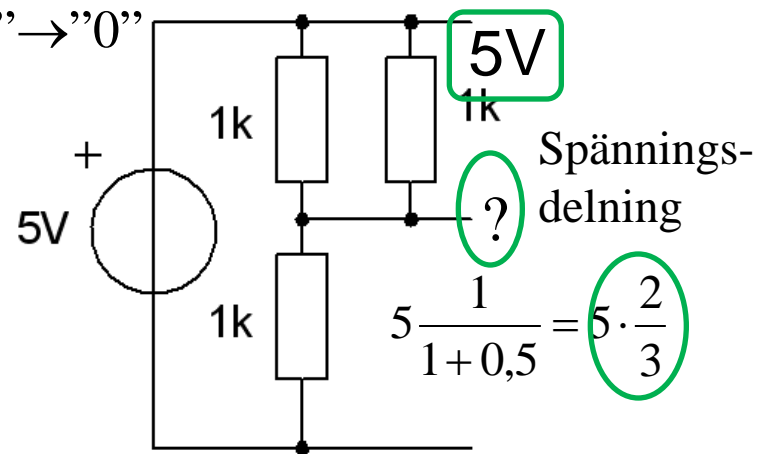
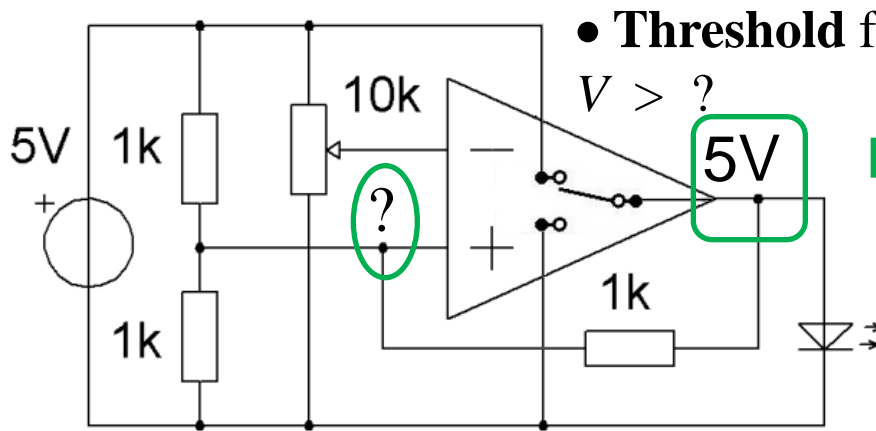
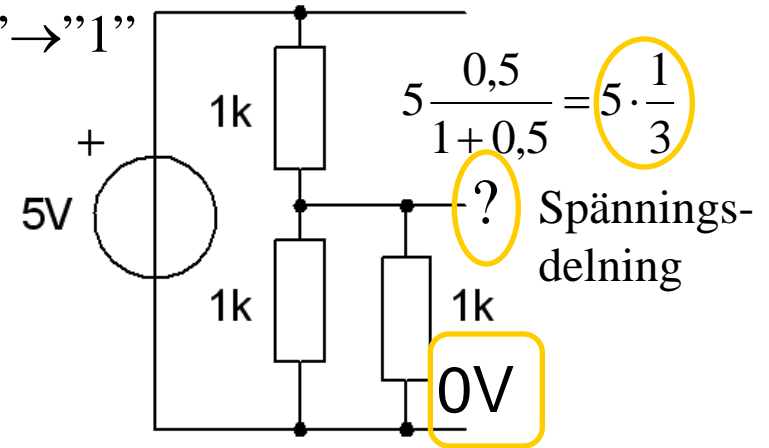
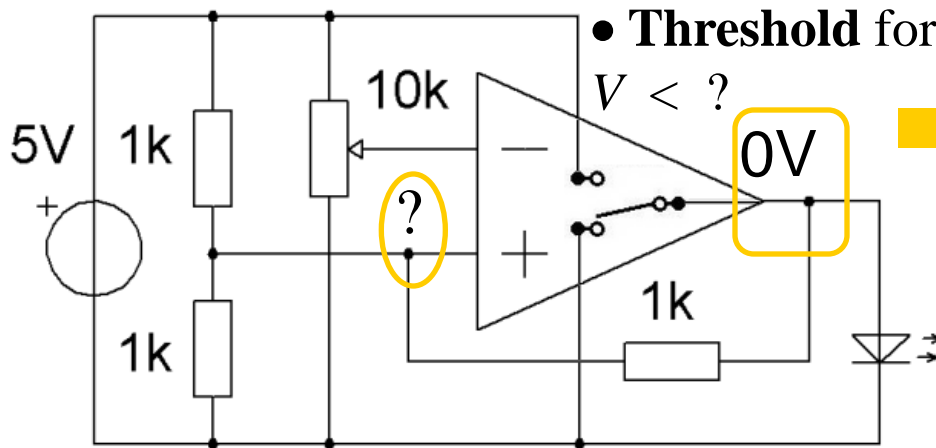
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,094} = 11 \text{ Hz}$$

William Sandqvist william@kth.se

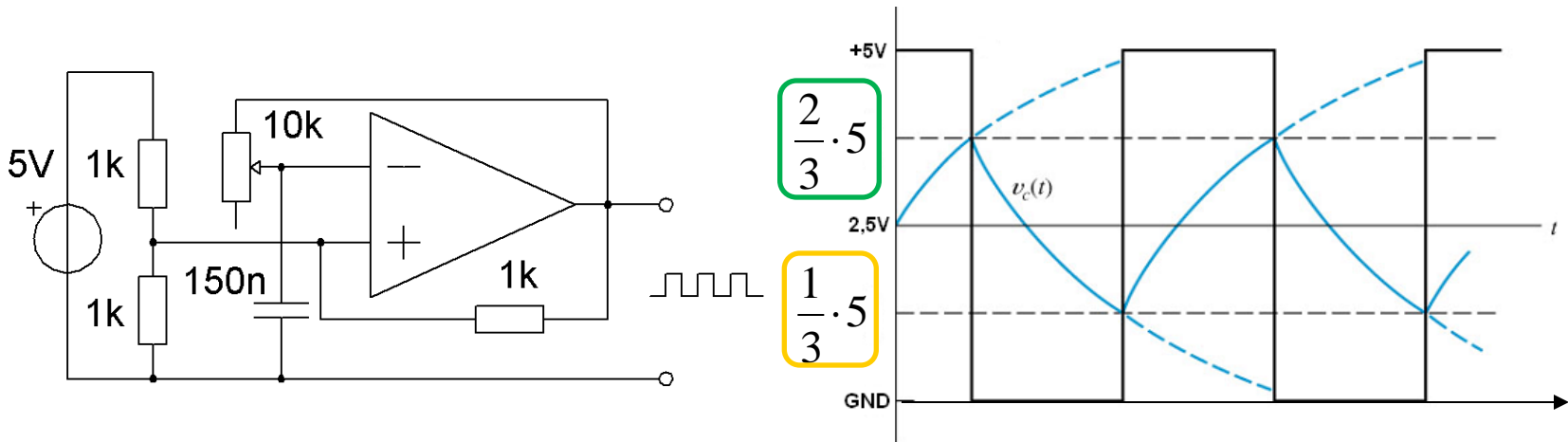
Schmitt-trigger (10.10)



Omslagsnivåerna? (10.10)

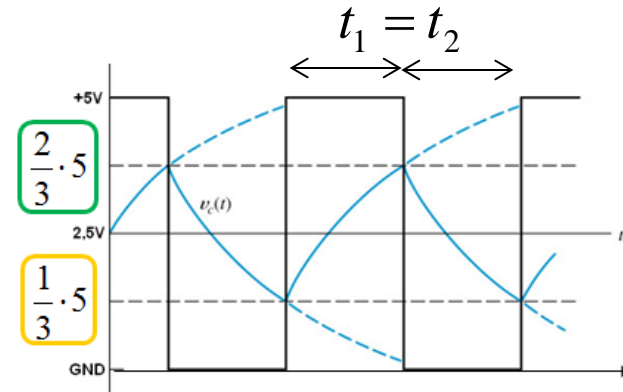
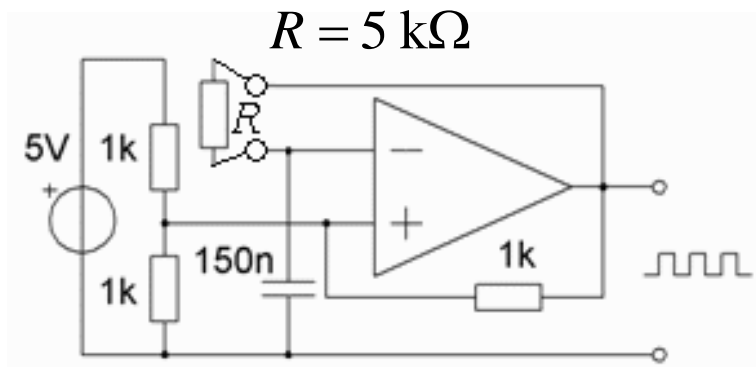


RC-oscillator (10.10)



Komparatorn laddar upp kondensatorn till den övre omslags-spänningen, därefter slår utgången om och laddar ur kondensatorn till den nedre omslags-spänningen. Frekvensen på komparatorns utgång beror av produkten $R \cdot C$. Eftersom C är konstant så blir det **R som styr frekvensen.**

RC-oscillatorns frekvens (10.10)



$$\tau = R \cdot C = 5 \cdot 10^3 \cdot 150 \cdot 10^{-9} = 0,75 \cdot 10^{-3}$$

$$t_1 = \tau \cdot \ln \frac{\text{hela}}{\text{resten}} = 0,75 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{5 - \frac{1}{3} \cdot 5}{5 - \frac{2}{3} \cdot 5} = 0,75 \cdot 10^{-3} \cdot \ln 2 = 5,2 \text{ ms}$$

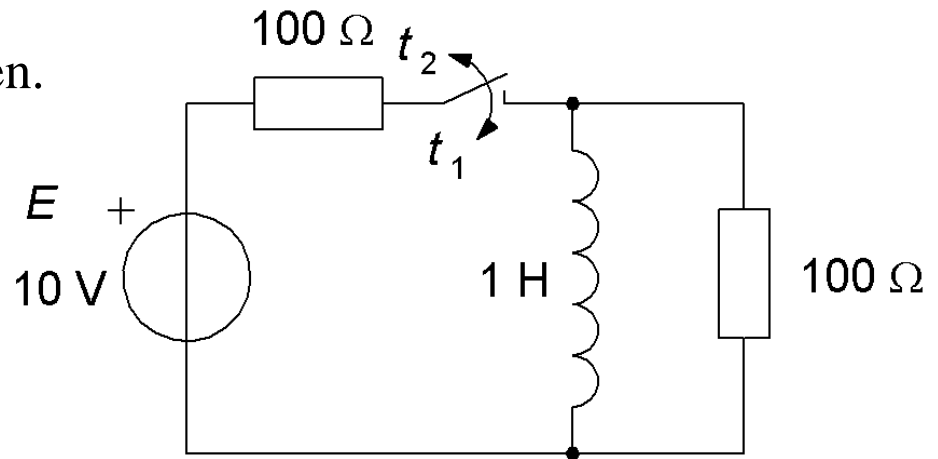
$$t_2 = t_1 \quad T = 2 \cdot t_1 = 2 \cdot 5,2 \cdot 10^{-3} = 10,4 \text{ ms} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{10,4 \cdot 10^{-3}} = 962 \text{ Hz}$$

Matningsspänningen 5V gick att förkorta bort. Frekvensen blir således oberoende av matningsspänningen!

William Sandqvist william@kth.se

Spolens **inkoppling** och urkoppling (10.8)

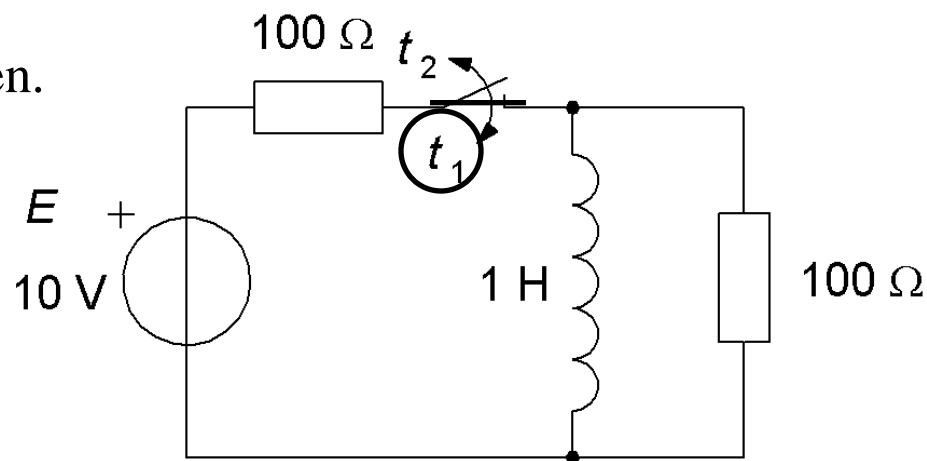
E är en likspänningskälla. Vid tidpunkten t_1 sluts strömställaren.



Spolens inkoppling och urkoppling (10.8)

E är en likspänningskälla. Vid tidpunkten t_1 sluts strömställaren.

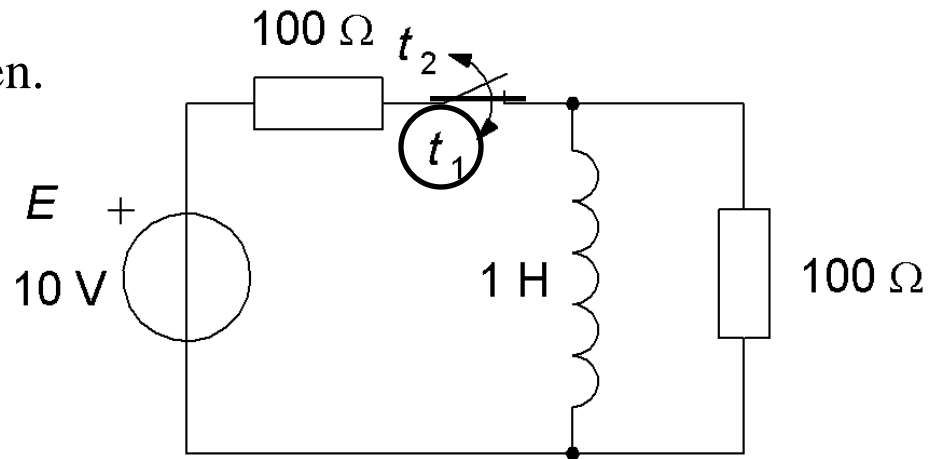
a) Hur stor blir strömmen genom spolen i första ögonblicket?



Spolens inkoppling och urkoppling (10.8)

E är en likspänningskälla. Vid tidpunkten t_1 sluts strömställaren.

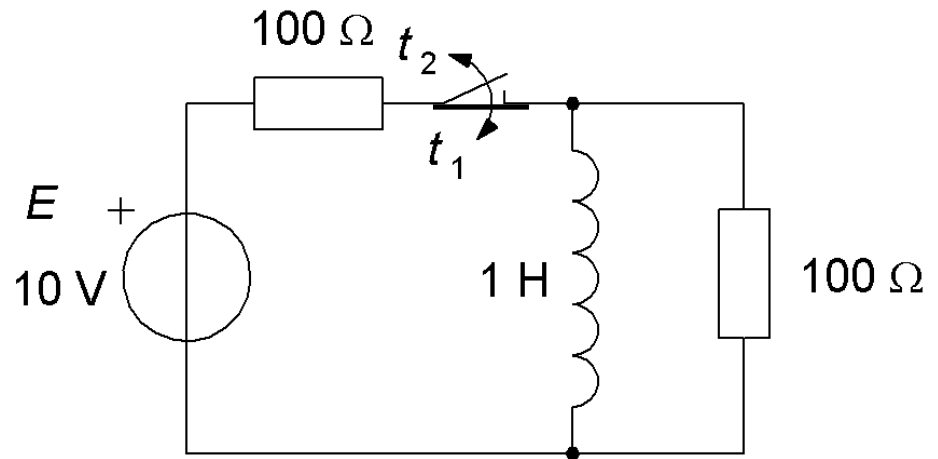
a) Hur stor blir strömmen genom spolen i första ögonblicket?



Svar: Spolen är ”strömtrög”. I första ögonblicket (t_1) är strömmen ”samma” $i = 0$.

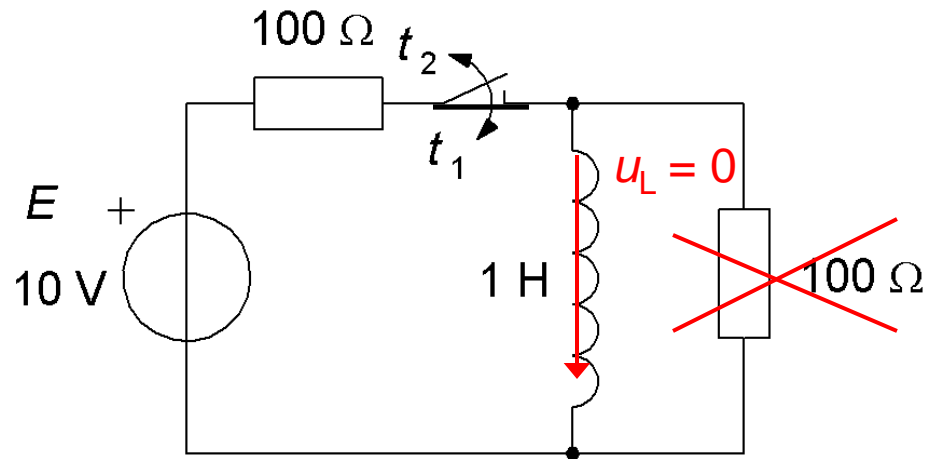
Spolens **inkoppling** och urkoppling (10.8)

b) Hur stor blir strömmen genom spolen efter det att en *lång* tid förflutit?



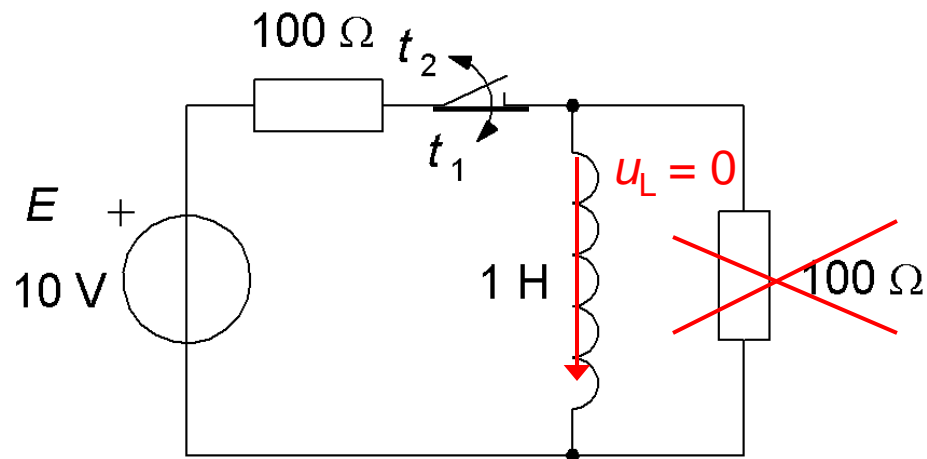
Spolens inkoppling och urkoppling (10.8)

b) Hur stor blir strömmen genom spolen efter det att en lång tid förflutit?



Spolens inkoppling och urkoppling (10.8)

b) Hur stor blir strömmen genom spolen efter det att en lång tid förflutit?

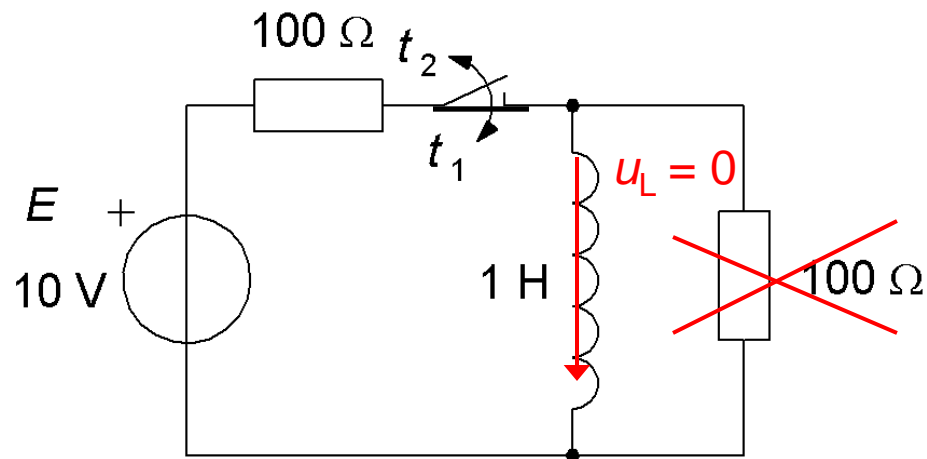


Svar: Efter en lång tid har förändringarna klingat ut. Spänningen över spolen (som beror på förändringar) är då 0, spolen ”kortsletter” den parallella $100\ \Omega$ resistorn. Kvar blir $100\ \Omega$ serie-resistorn.

$$i = 10\text{V}/100\Omega = 0,1\text{ A.}$$

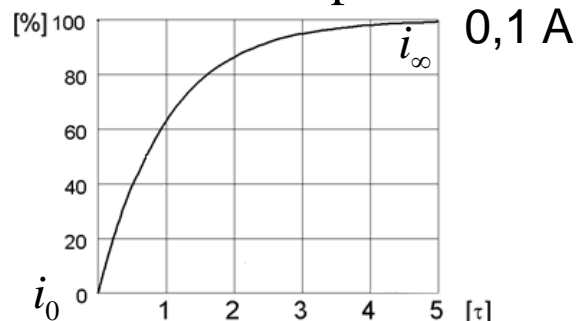
Spolens inkoppling och urkoppling (10.8)

b) Hur stor blir strömmen genom spolen efter det att en lång tid förflutit?



Svar: Efter en lång tid har förändringarna klingat ut. Spänningen över spolen (som beror på förändringarna) är då 0, spolen ”kortsletter” den parallella 100 Ω resistorn. Kvar blir 100 Ω serie-resistorn.

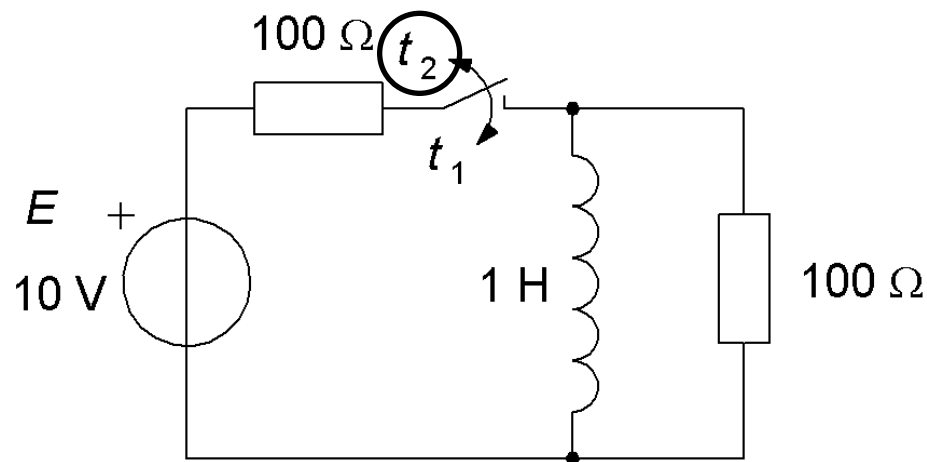
$$i = 10\text{V}/100\Omega = 0,1 \text{ A.}$$



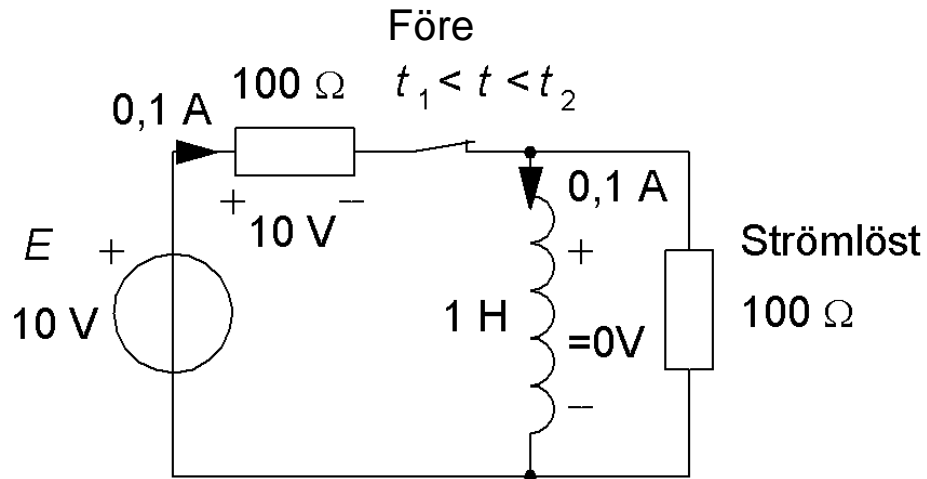
Spolens inkoppling och **urkoppling** (10.8)

c) Senare, vid tidpunkten t_2 **öppnas** strömställaren.

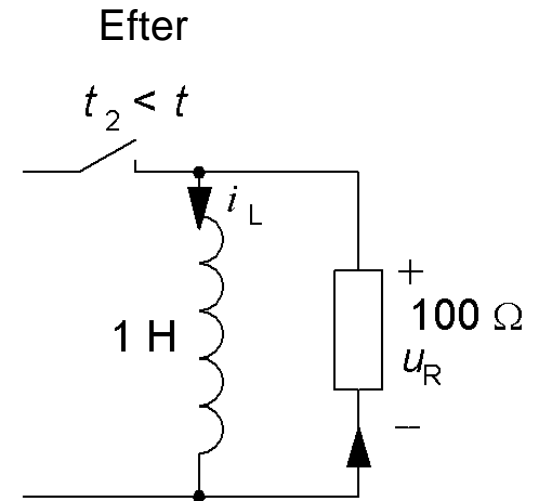
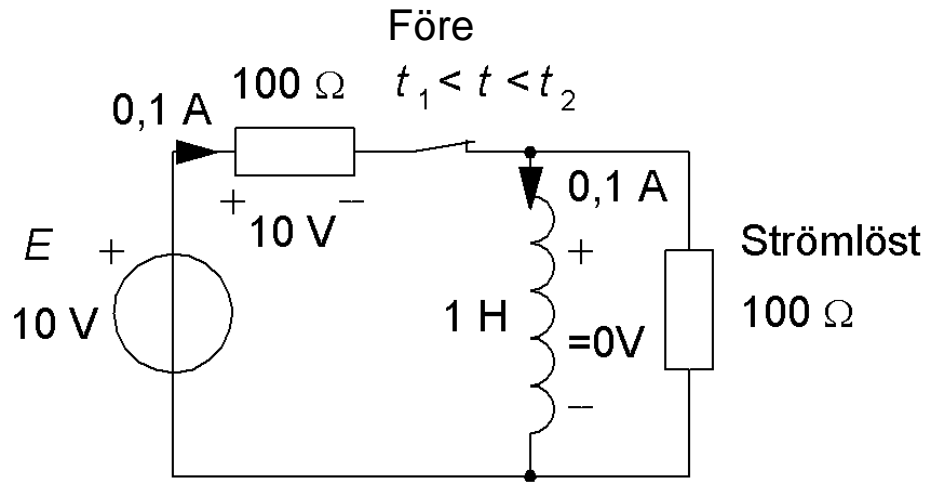
Ställ nu upp ett uttryck för strömmen genom spolen som funktion av tiden t för tiden efter t_2 . Låt förloppet börja vid $t = t_2 = 0$.



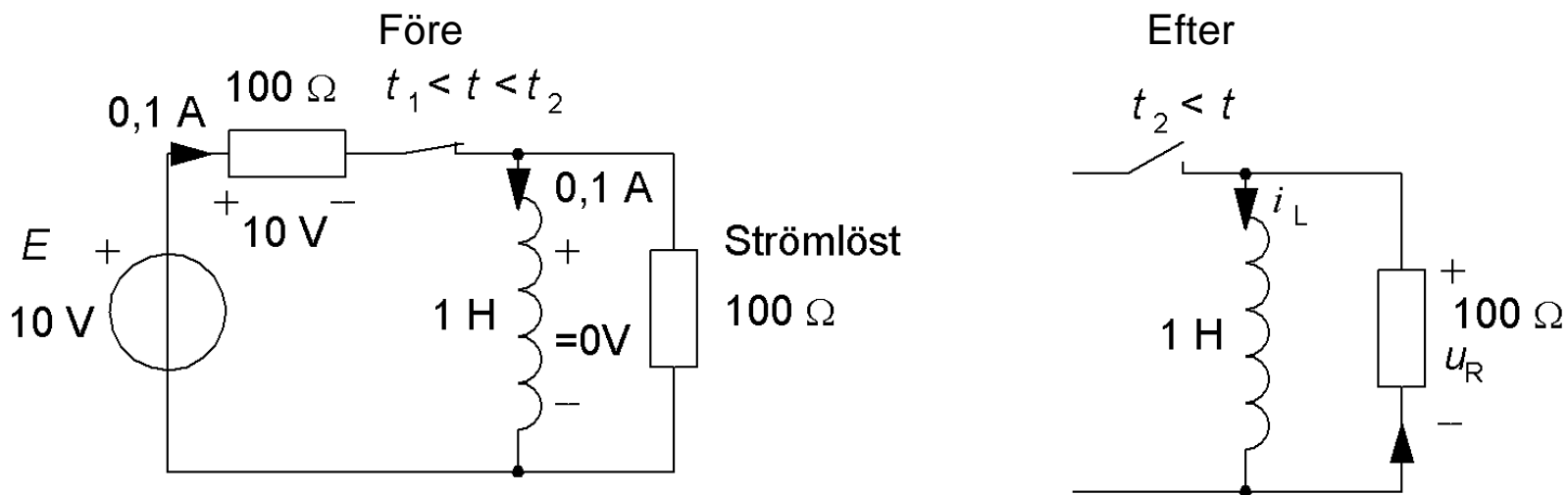
Spolens inkoppling och **urkoppling** (10.8)



Spolens inkoppling och **urkoppling** (10.8)

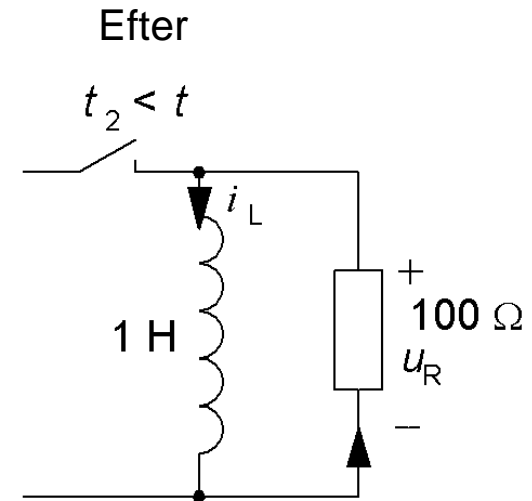
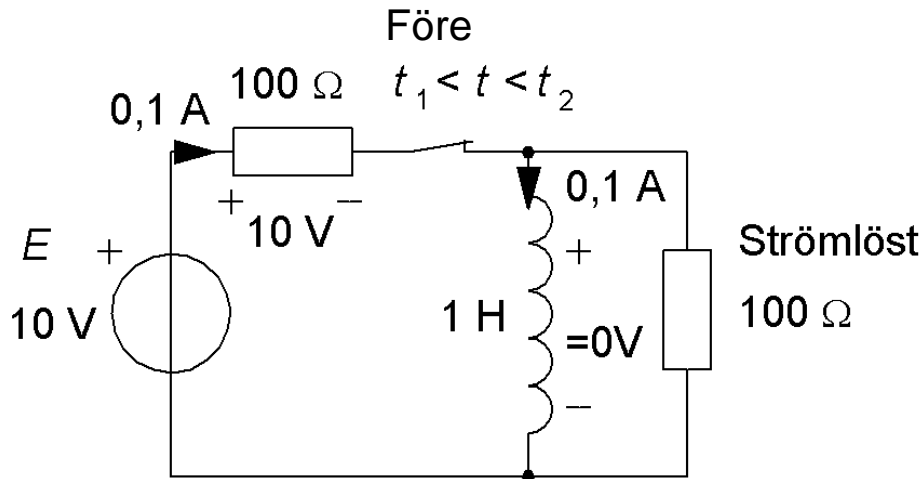


Spolens inkoppling och urkoppling (10.8)



Efter t_2 börjar strömmen från "samma" värde 0,1 A (i_0) som före och klingar därefter av till 0 (i_∞). Tidkonstanten $\tau = L/R = 1/100 = 0,01$ s.

Spolens inkoppling och urkoppling (10.8)

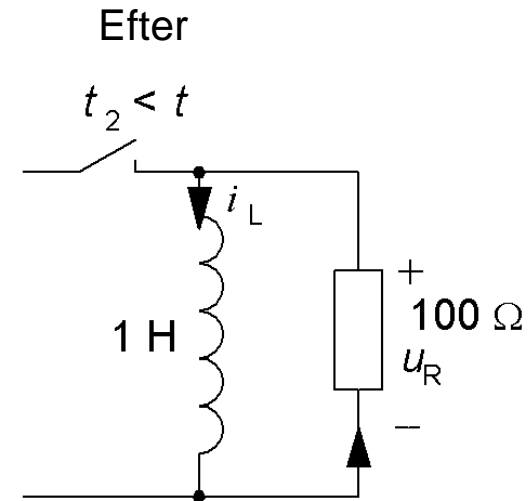
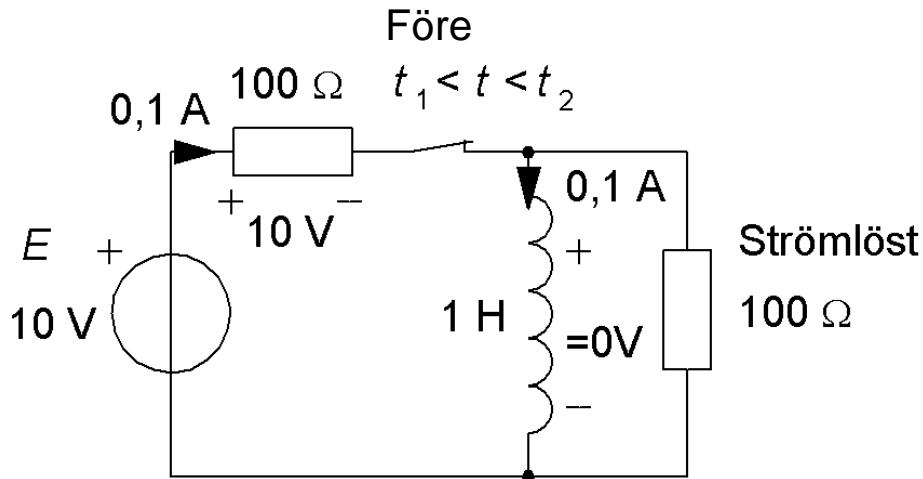


Efter t_2 börjar strömmen från "samma" värde $0,1 \text{ A}$ (i_0) som före och klingar därefter av till 0 (i_∞). Tidkonstanten $\tau = L/R = 1/100 = 0,01 \text{ s}$.

Snabbformeln: $x(t) = x_\infty - (x_\infty - x_0)e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$i_L(t) = 0 - (0 - 0,1) \cdot e^{-\frac{t}{0,01}} \Leftrightarrow i_L(t) = 0,1 \cdot e^{-\frac{t}{0,01}} = 0,1 \cdot e^{-100 \cdot t}$$

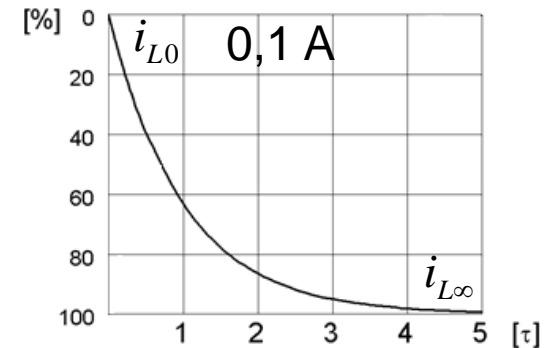
Spolens inkoppling och urkoppling (10.8)



Efter t_2 börjar strömmen från "samma" värde $0,1 \text{ A}$ (i_0) som före och klingar därefter av till 0 (i_∞). Tidkonstanten $\tau = L/R = 1/100 = 0,01 \text{ s}$.

Snabbformeln: $x(t) = x_\infty - (x_\infty - x_0)e^{-\frac{t}{\tau}}$

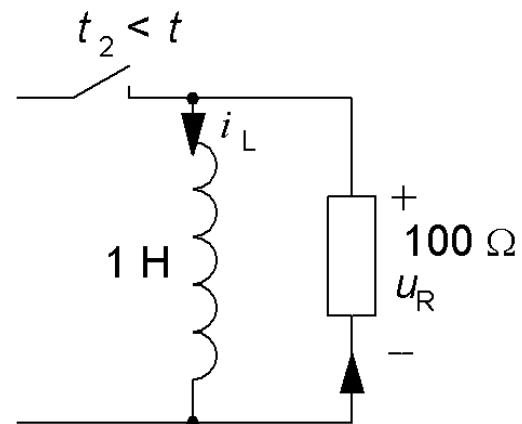
$$i_L(t) = 0 - (0 - 0,1) \cdot e^{-\frac{t}{0,01}} \Leftrightarrow \boxed{i_L(t)} = 0,1 \cdot e^{-\frac{t}{0,01}} = \boxed{0,1 \cdot e^{-100 \cdot t}}$$



William Sandqvist william@kth.se

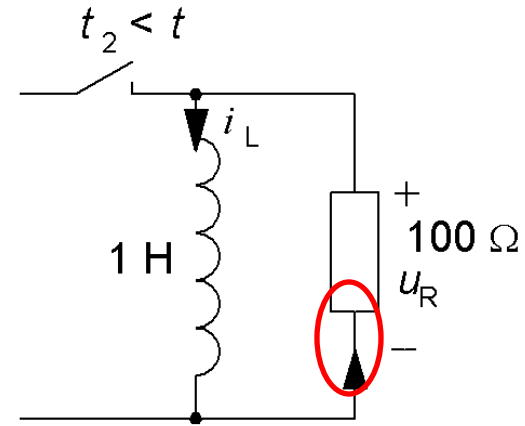
Spolens inkoppling och **urkoppling** (10.8)

När spänningskällan 10 V är bortkopplad drivs strömmen *helt* av induktansen.
Spänningen över 100 Ω resistorn U_R blir i första ögon-blicket $-100 \cdot 0,1 = -10$ V.
Minustecken för att strömmen går in i *nedre delen* av resistorn.



Spolens inkoppling och **urkoppling** (10.8)

När spänningskällan 10 V är bortkopplad drivs strömmen *helt* av induktansen.
Spänningen över 100 Ω resistorn U_R blir i första ögonblicket $-100 \cdot 0,1 = -10$ V.
Minustecken för att strömmen går in i *nedre delen* av resistorn.



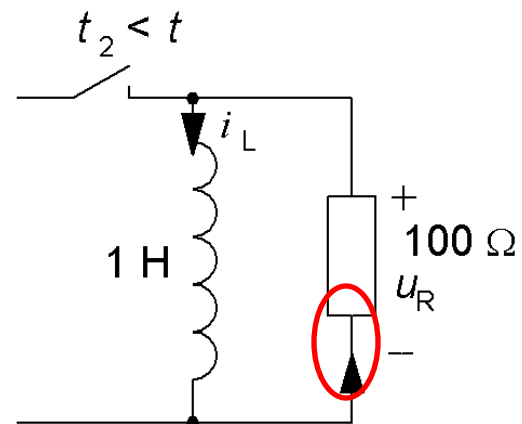
Spolens inkoppling och **urkoppling** (10.8)

När spänningskällan 10 V är bortkopplad drivs strömmen *helt* av induktansen.

Spänningen över 100 Ω resistorn U_R blir i första ögonblicket $-100 \cdot 0,1 = -10$ V.

Minustecken för att strömmen går in i *nedre delen* av resistorn.

- Antag att resistorn i stället hade varit 1000 Ω . Då hade u_R i första ögonblicket blivit -100 V !



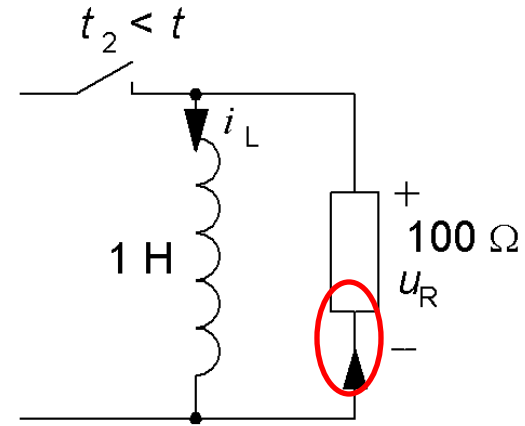
Spolens inkoppling och urkoppling (10.8)

När spänningskällan 10 V är bortkopplad drivs strömmen *helt* av induktansen.

Spänningen över 100 Ω resistorn U_R blir i första ögonblicket $-100 \cdot 0,1 = -10$ V.

Minustecken för att strömmen går in i *nedre delen* av resistorn.

- Antag att resistorn i stället hade varit 1000 Ω . Då hade u_R i första ögonblicket blivit -100 V !
- Antag att resistorn varit 10000 Ω då hade spänningen blivit -1000V !



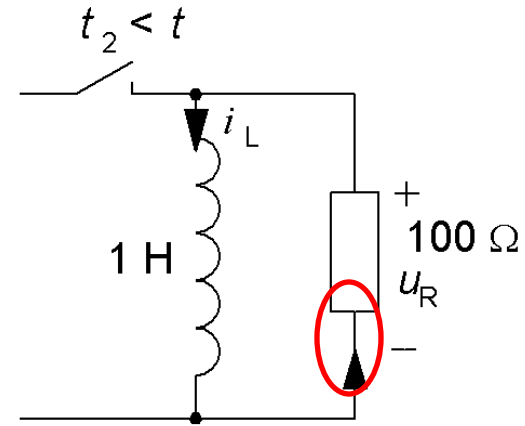
Spolens inkoppling och urkoppling (10.8)

När spänningskällan 10 V är bortkopplad drivs strömmen *helt* av induktansen.

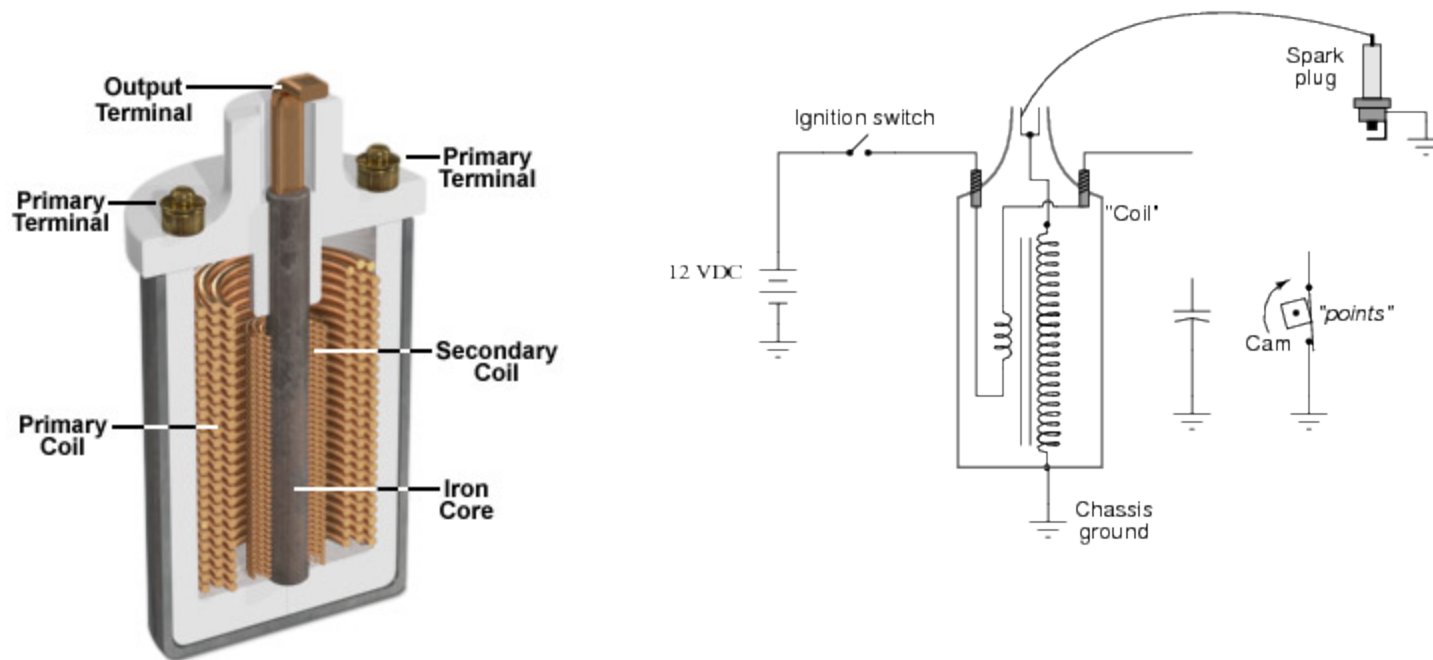
Spänningen över 100 Ω resistorn U_R blir i första ögonblicket $-100 \cdot 0,1 = -10$ V.

Minustecken för att strömmen går in i *nedre delen* av resistorn.

- Antag att resistorn i stället hade varit 1000 Ω . Då hade u_R i första ögonblicket blivit -100 V !
- Antag att resistorn varit 10000 Ω då hade spänningen blivit -1000V !
- När strömkretsen bryts försöker spolen *fortsätta strömmen*, tills all magnetisk energi har förbrukats. Om man utelämnar resistorn ur kretsen, dvs. $R = \infty$ blir spänningen kortvarigt *mycket hög*.



Ex. Att bryta strömmen till en spole ger en hög spänning

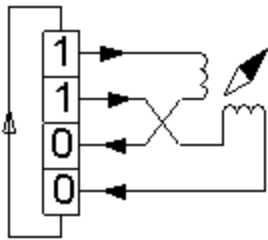


William Sandqvist william@kth.se

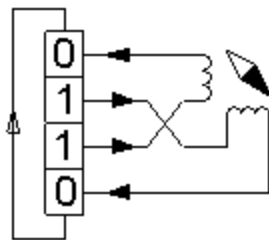
(Stegmotorn den digitala motorn)

CW

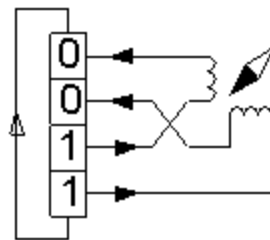
"C"



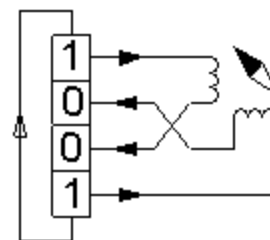
"6"



"3"

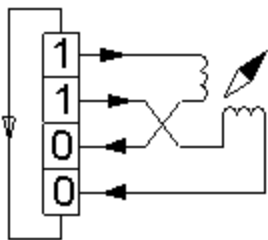


"9"

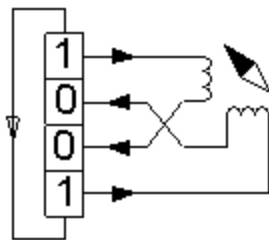


CCW

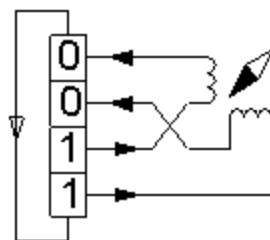
"C"



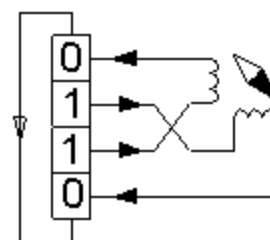
"9"



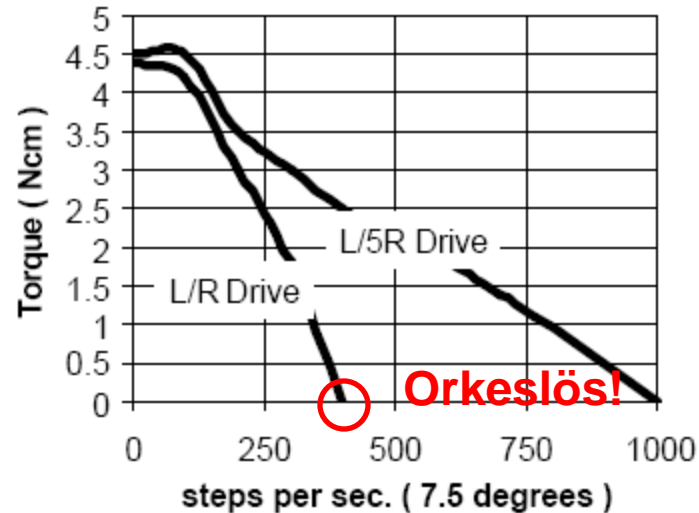
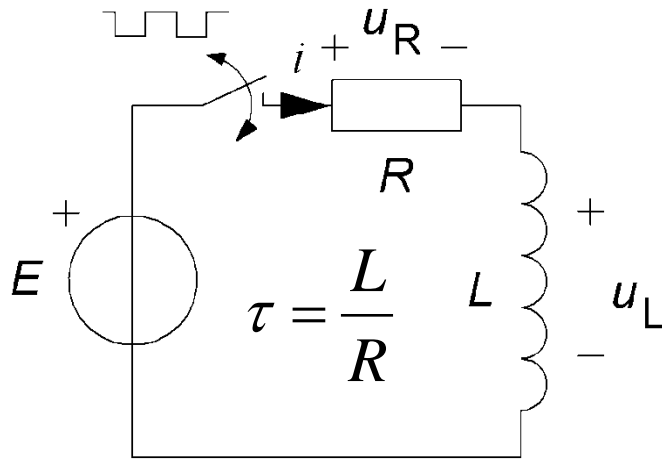
"3"



"6"



Hur snabbt kan man köra?

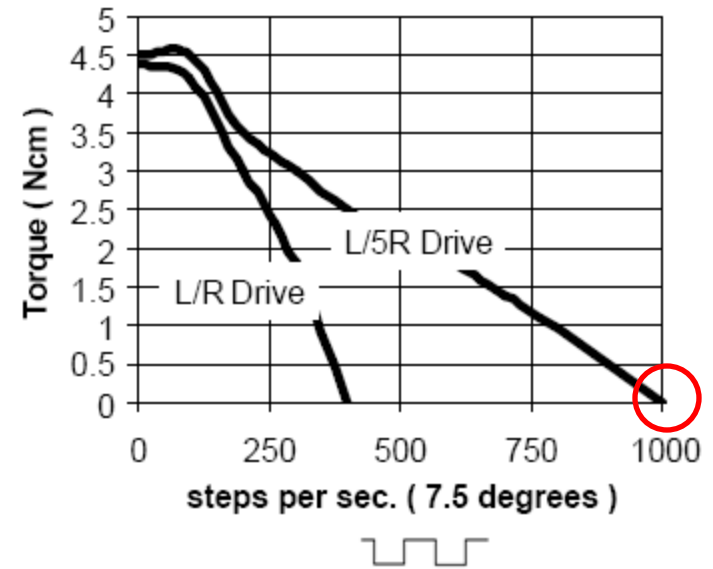
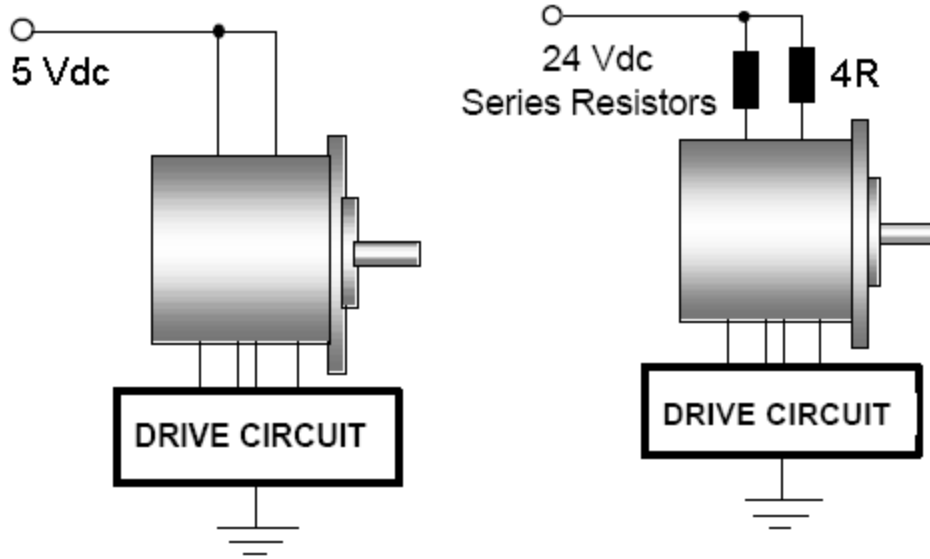


- Motorn tar ett steg per puls.

Ju snabbare man kör desto kortare blir pulserna. På grund av **tidkonstanten** τ hinner inte strömmen nå maxvärdet i lindningen och motorn blir då svag.

Men det finns ett knep ...

L/5R går snabbare – vem kunde gissat det?



$$\tau = \frac{L}{R + 4 \cdot R} = \frac{L}{5 \cdot R}$$

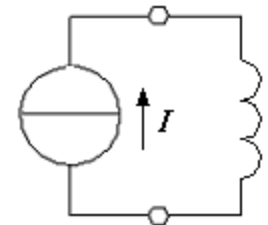
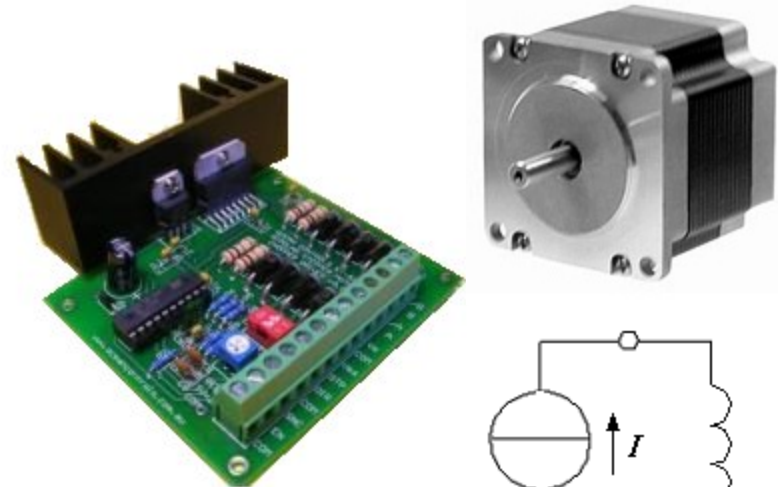
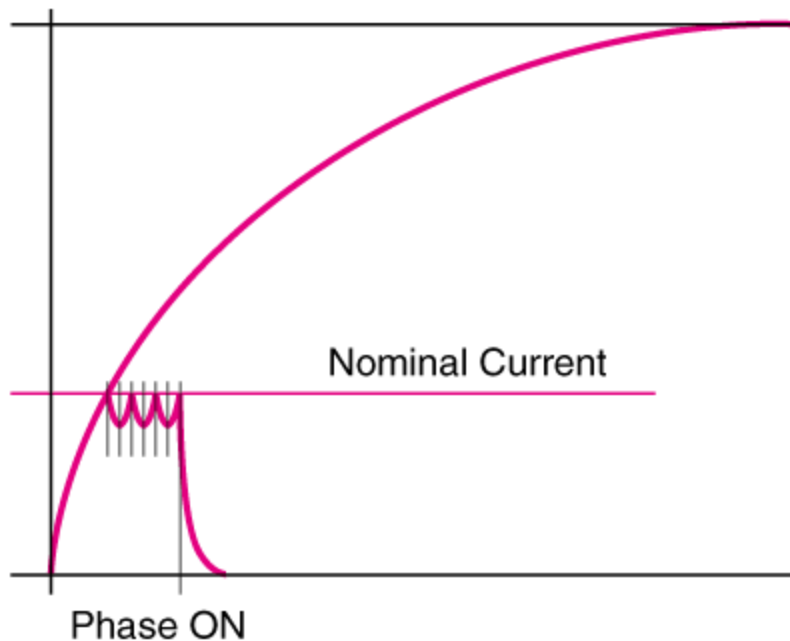
Man inför serieresistorer. Samtidigt *höjer* man spänningen för att kunna bibehålla strömmen. Nu kan motorn orka att köra mycket snabbare!

Snabbast?

Om stegmotorn drivs från en **strömgenerator** så har denna mycket *hög* inre resistans ($R_I = \infty$). Tidkonstanten blir då nära 0 och stegmotorn förblir stark vid höga pulsfrekvenser.

Drivkretsar för konstant ström kallas för "chopper".

(En nackdel med en chopper är att den genererar mycket störningar).



$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{L}{\infty} = 0$$

William Sandqvist william@kth.se