REGLERTEKNIK

KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000/EL1120

Tentamen 2016–03–15, kl. 14.00–19.00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK (Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande), formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

Ansvarig lärare: Henrik Sandberg, 08-790 7294

Resultat: Anslås på

`https://www.kth.se/student/minasidor`

senast 2016-04-05.

Lycka till!

---

1. (a) En motor kan beskrivas av differentialekvationen

$$m\ddot{y}(t) + \beta\dot{y}(t) + ky(t) = u(t), \quad y(0) = \dot{y}(0) = 0,$$

där β, m, k är konstanter.

i. Bestäm överföringsfunktionen $G(s)$ från insignalen u till utsignalen y. (1p)

ii. Antag att $m = 0$, $k = \beta = 1$ och låt insignalen vara

$$u(t) = 2\sin(\sqrt{3}t), \quad t \geq 0.$$

Bestäm utsignalen $y(t)$ för *stora* $t \geq 0$ (systemets stationära utsignal). (3p)

iii. Antag att $m = 0$, $k = \beta = 1$ och låt insignalen vara

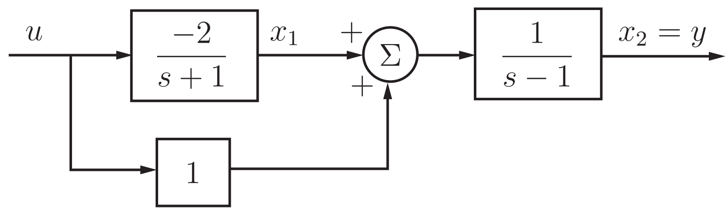
$$u(t) = e^t, \quad t \geq 0.$$

Bestäm utsignalen $y(t)$ för *alla* $t \geq 0$. (3p)

(b) Ett system regleras enligt $U(s) = F(s)E(s)$, där

$$F(s) = 5\frac{s-3}{s+10}$$

och $U(s)$ är styrsignal och $E(s)$ är reglerfelet.
Ange differensapproximationen av regulatorn då ”Euler bakåt”-metoden används med samplingsintervallet $T = 0.1$. (3p)



Figur 1: Blockschema för uppgift 2-(a).

2. (a) Betrakta systemet i figur 1 och besvara följande frågor.

   i. Sätt upp en tillståndsbeskrivning för systemet där du använder de indikerade tillstånden x_1 och x_2.

   (3p)

   ii. Är din framtagna tillståndsbeskrivning styrbar?

   (1p)

   iii. Beräkna överföringsfunktionen från u till y och berättiga utifrån denna ditt svar i delproblem ii.

   (1p)

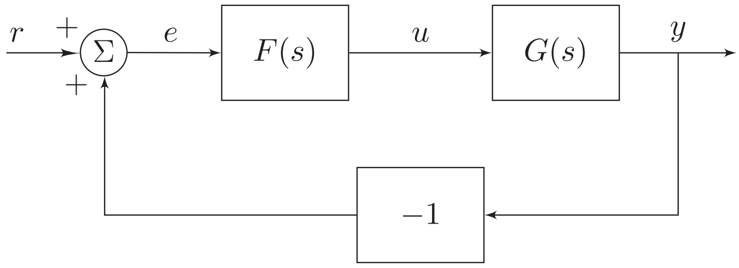
(b) Betrakta följande system på tillståndsform

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} x(t).$$

Ta fram en tillståndsåterkoppling $u(t) = -Lx(t) + l_0 r(t)$ som placerar slutna systemets poler i $s = -2$ och ger statisk förstärkning ett från r till y.

Beräkna också det slutna systemets överföringsfunktion från r till y och skriv den på enklast möjliga form.

(5p)



Figur 2: System $G(s)$ återkopplat med regulator $F(s)$.

3. Betrakta ett öppet system $G(s)$ vars bodediagram visas i figur 3. Detta system ska återkopplas med regulatorn $F(s)$ enligt blockschemat i figur 2.

(a) Behöver regulatorn $F(s)$ ha integralverkan för att statiska reglerfelet ska bli noll vid steg i referensen r? Motivera ditt svar!

(1p)

(b) Vi vill ta fram tre regulatorer $F(s)$ enligt nedan.

i. $F_1(s) = K$, och K väljs så att kretsförstärkningen $F_1(s)G(s)$ har en önskad skärfrekvens $\omega_c = 0.8$ rad/s. Beräkna K och den nya fasmarginalen.

(2p)

ii. $F_2(s) = K$, och K väljs så att kretsförstärkningen $F_2(s)G(s)$ har en önskad fasmarginal $\varphi_m = 50°$. Beräkna K och den nya skärfrekvensen.

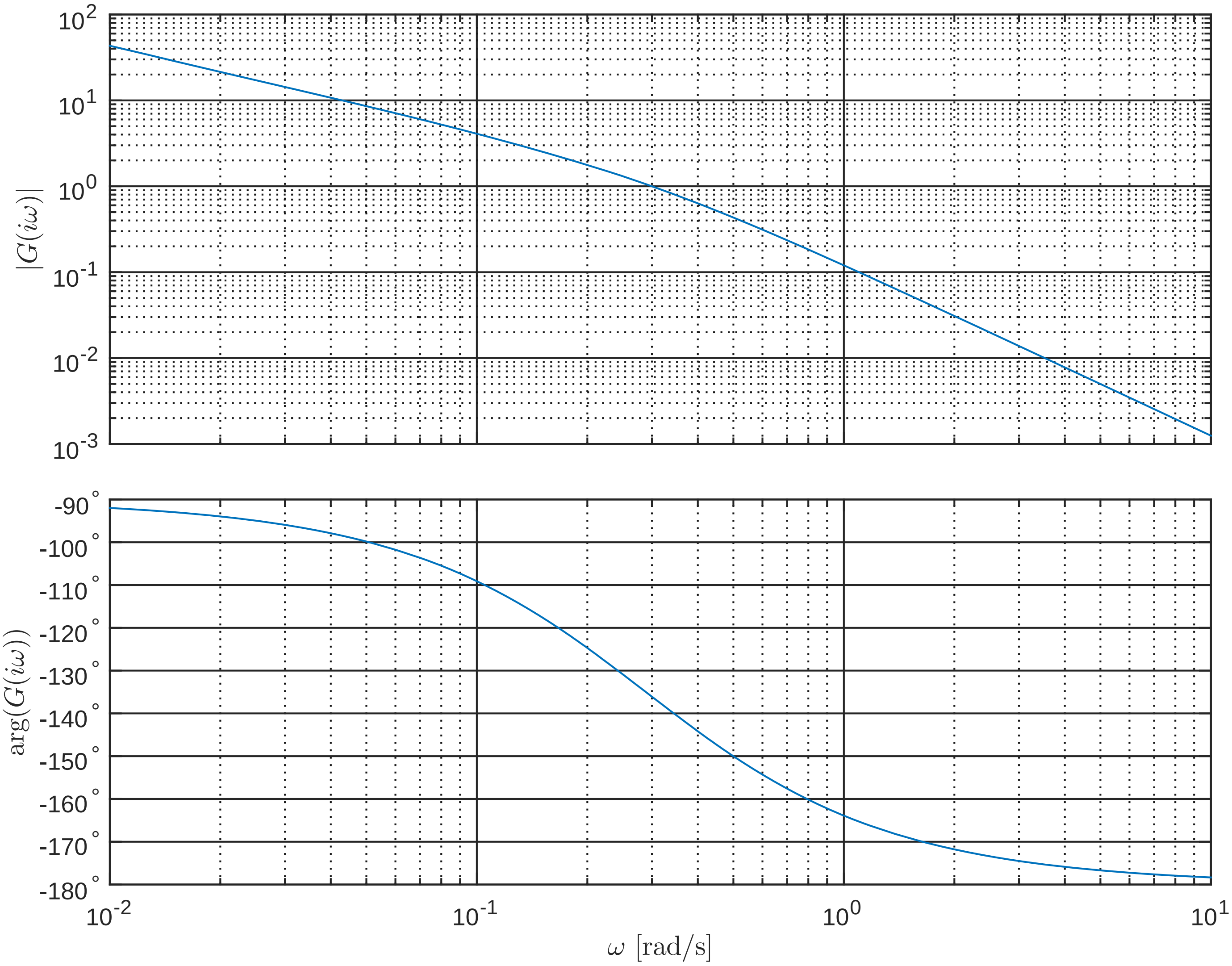
(2p)

iii. $F_3(s) = K\dfrac{\tau_D s + 1}{\tau_D \beta s + 1}$, och β, τ_D och K väljs så att kretsförstärkningen $F_3(s)G(s)$ har önskad skärfrekvens $\omega_c = 0.8$ rad/s och fasmarginal $\varphi_m = 50°$. Beräkna β, τ_D och K.

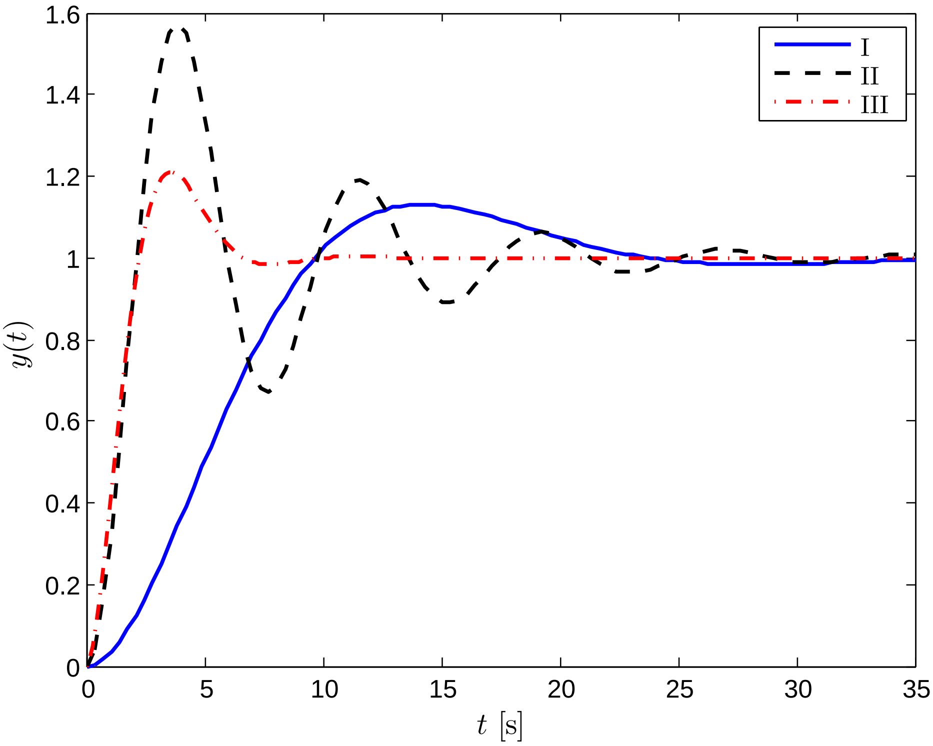
(3p)

(c) Stegsvaren för det återkopplade systemet med regulatorerna från delproblem (b) visas i figur 4. Para ihop stegsvaren I–III med $F_1(s)$, $F_2(s)$ och $F_3(s)$. Motivera dina svar noggrant!

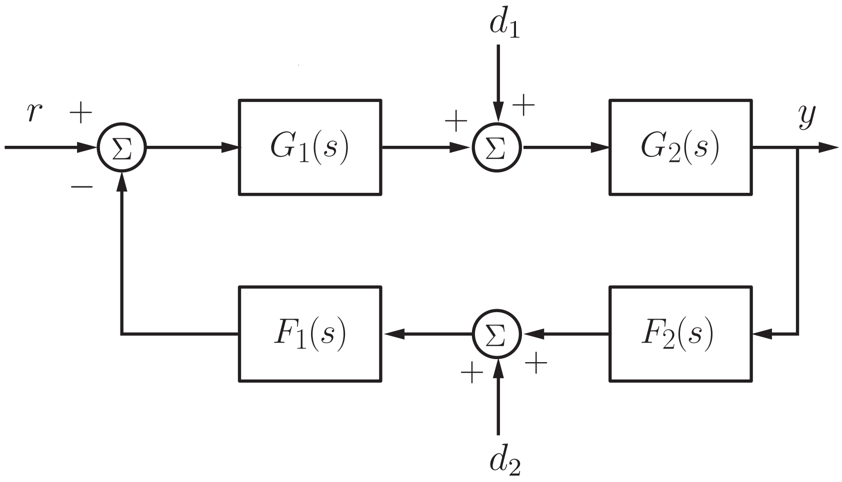
(2p)



Figur 3: Bodediagram av $G(s)$.



Figur 4: Stegsvar för det återkopplade systemet med regulatorerna $F_1(s)$, $F_2(s)$ och $F_3(s)$.



Figur 5: Blockschemat i uppgift 4.

4. Betrakta blockschemat i figur 5 där d_1 och d_2 är störsignaler, r är referenssignal och y är utsignal.

   (a) Visa att utsignalen i Laplacetransfomerade signaler kan skrivas

   $$Y(s) = H_1(s)R(s) + H_2(s)D_1(s) + H_3(s)D_2(s),$$

   där du uttrycker $H_1(s)$, $H_2(s)$ och $H_3(s)$ med hjälp av överföringsfunktionerna $G_1(s)$, $G_2(s)$, $F_1(s)$ och $F_2(s)$.

   (4p)

   (b) Antag att $d_1 = d_2 = 0$ och att

   $$G_1(s) = \frac{1}{s+1}, \quad G_2(s) = 1$$
   $$F_1(s) = \frac{5}{s+K-3}, \quad F_2(s) = 1$$

   där $K \geq 0$ är en konstant. Visa att ekvationen för slutna systemets poler (karakteristiska ekvationen) kan skrivas på formen

   $$P(s) + KQ(s) = 0,$$

   där $P(s) = s^2 - 2s + 2$ och $Q(s) = s + 1$.

   (2p)

Missa inte delproblem (c) på baksidan!

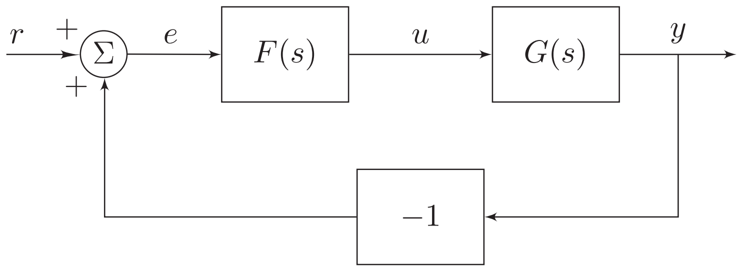
(c) Rita noggrant rotorten för ekvationen,

$$P(s) + KQ(s) = 0,$$

där $P(s) = s^2 - 2s + 2$, $Q(s) = s + 1$ och $K \geq 0$. Avgör från rotorten för vilka K slutna systemet i delproblem (b) är asymptotiskt stabilt.

Ledning: En del av rotorten ligger på en cirkelbåge med mittpunkt i $s = -1$ och med radie $\sqrt{5}$.

(4p)



Figur 6: Blockschema för uppgift 5.

5. Fullständiga nyquistdiagrammen för fyra öppna system $G(s)$, betecknade A–D, visas i figur 7. Vi kommer att undersöka två olika regulatorer $F(s)$ för något/några av dessa $G(s)$ som återkopplas enligt figur 6.

   Utifrån denna information, lös uppgifterna nedan.

   (a) *Ett* av de öppna systemen A–D har återkopplats med en P-regulator $F(s) = K_P$, och bodediagrammet för motsvarande slutna system $G_c(s)$ visas i figur 8.

   Vilket av de öppna systemen A–D har använts för $G_c(s)$ i figur 8, och vad har K_P valts till? Motivera ditt svar noggrant!

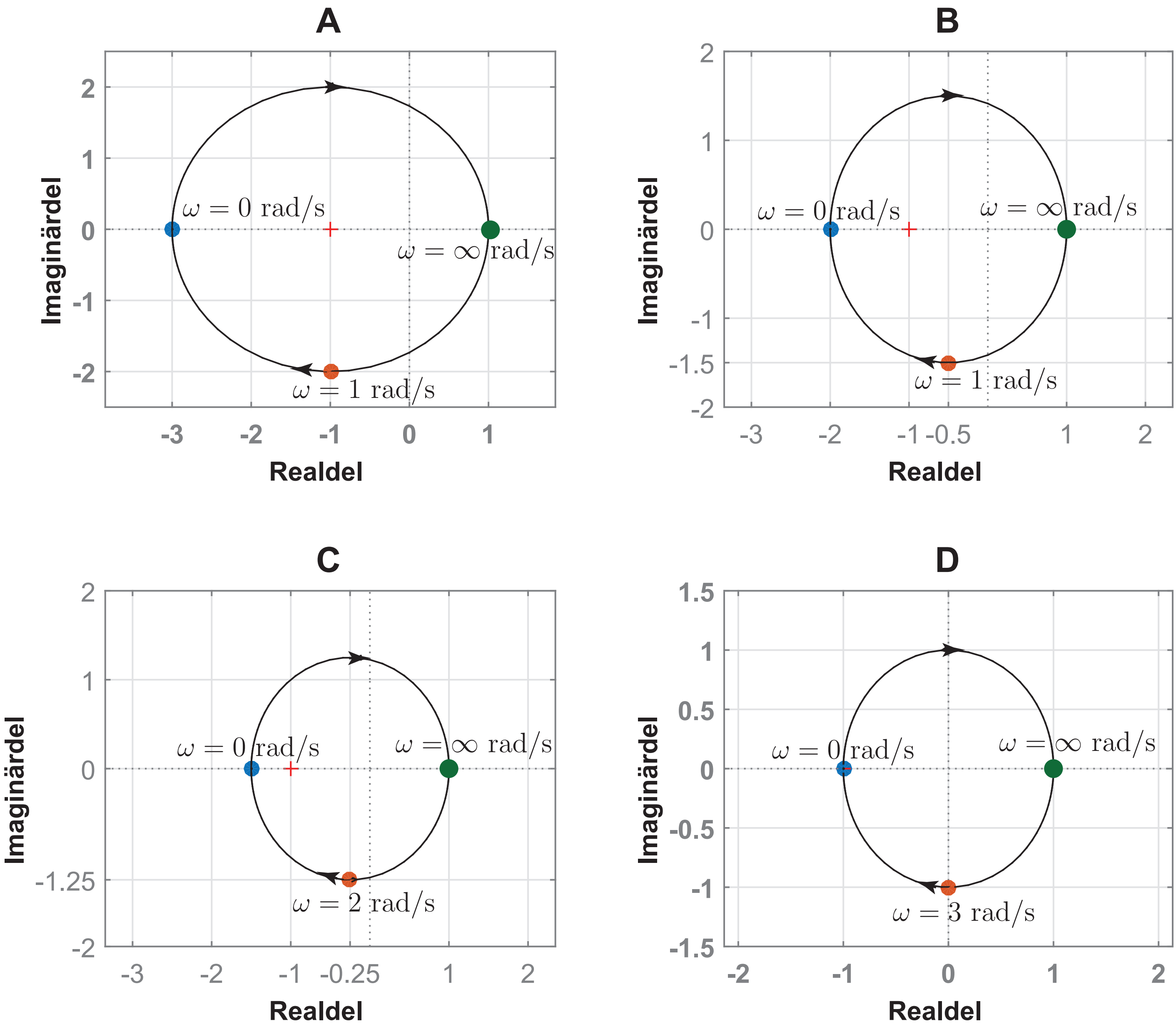
   (5p)

   (b) Välj det öppna system $G(s)$ som betecknas med D i figur 7. Låt oss återkoppla detta öppna system med en I-regulator $F(s) = \dfrac{K_I}{s}$.

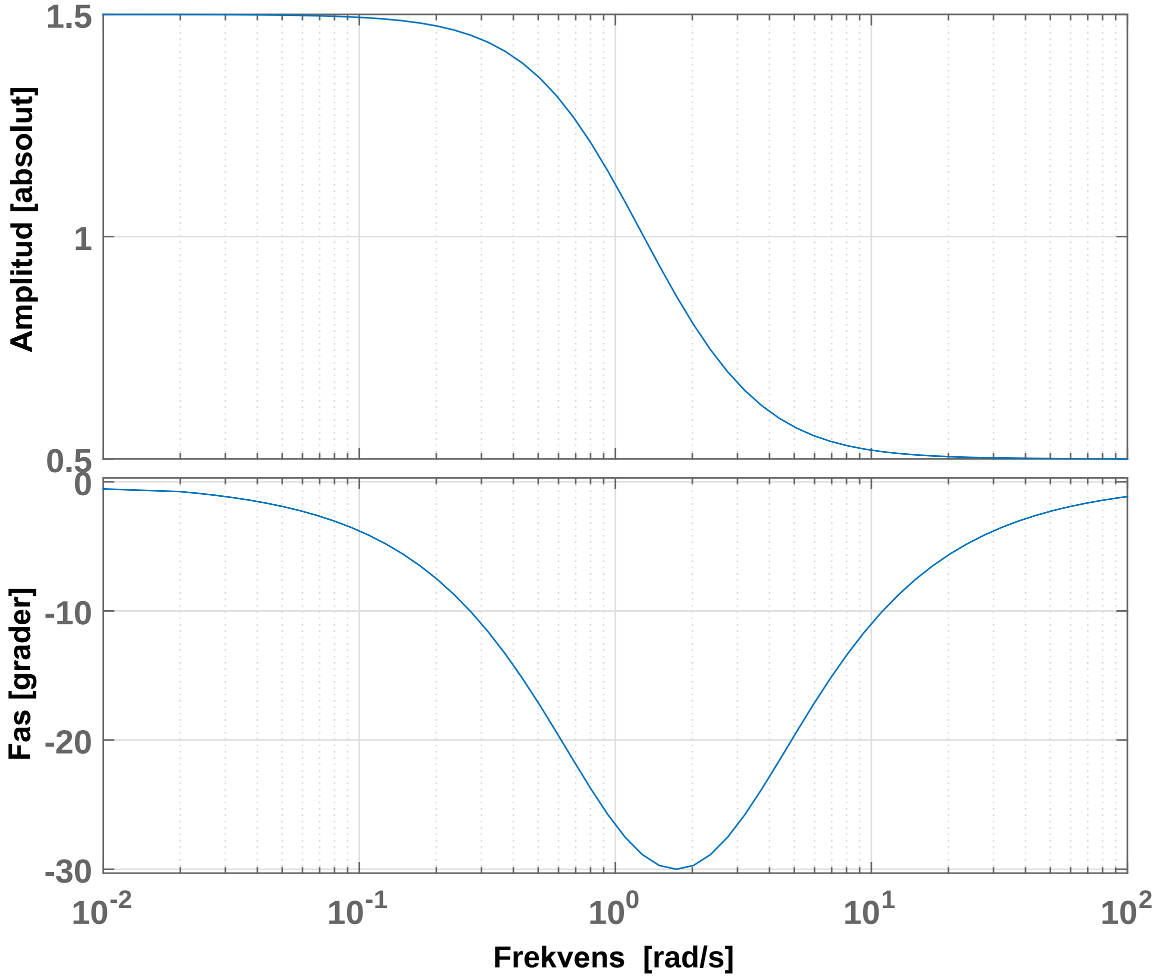
   För vilka K_I blir det slutna systemet $G_c(s)$ asymptotiskt stabilt?

   Ledning: Öppna systemet kan skrivas på formen $G(s) = \dfrac{s+a}{s+b}$, där a och b är konstanter. Bestäm först a och b.

   (5p)



Figur 7: Fullständiga nyquistdiagram för de öppna systemen $G(s)$ i uppgift 5.



Figur 8: Bodediagram för slutna systemet $G_c(s)$ i uppgift 5-(a).