KTH Matematik, Bengt Lindberg

Tentamen del 1
SF1514, SF1541 2016-03-16, 8.00-11.00, Numeriska metoder, grundkurs

Namn: ....

Personnummer:.. **Program och årskurs:** ....

Bonuspoäng. Ange dina bonuspoäng från kursomgången HT15 här:

Max antal poäng är 20. Gränsen för godkänt/betyg E är 14 poäng (inklusive bonuspoäng). Om denna del av tentamen (del 1) blir godkänd så rättas även del 2, vilket ger möjlighet till högre betyg.

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).
Skriv svaren på dessa papper.

1. (2p) Antag att du vill lösa ett kvadratiskt linjärt ekvationssystem $Ax = b$ med N obekanta med hjälp av Gausselimination. A är en $N \times N$ matris sådan att alla element är nollskilda, dvs den är ej gles.

a) Antalet beräkningsoperationer som kommer att utföras är proportionellt mot

☐ N ☐ N^2 ☒ N^3 ☐ N^4

b) Om antalet obekanta dubblas så kommer beräkningskostnaden att öka med en faktor

☐ 2 ☐ 4 ☐ 6 ☒ 8 ☐ 12 ☐ 16

2. (2p) Givet tabellen

x	0.5	1	1.5	2.1
y	1.02	1.28	1.68	1.99

Interpolera med polynom av lämpligt gradtal så samtliga tabellvärden används.

a) Då erhålls ett linjärt ekvationssystem vars koefficientmatris har dimensionen

☐ 3×3 ☒ 4×4
☐ 3×4 ☐ 4×5
☐ 4×3 ☐ 5×4

b) Polynomet som ansätts ska vara av gradtal

☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5

3. (2p) Antag att du approximerat integralen

$$\int_0^1 e^{-x^2}dx$$

med trapetsmetoden med steglängd h och uppskattat felet. Om du vill minska felet med en faktor 100, hur bör du välja din steglängd?

- [ ] $\frac{h}{3}$
- [x] $\frac{h}{10}$
- [ ] $\frac{h}{50}$
- [ ] $\frac{h}{5}$
- [ ] $\frac{h}{20}$
- [ ] $\frac{h}{100}$

4. (2p) En integral har beräknats med trapetsregeln och två olika steglängder, $T(h = 0.25) = 4.06$, $T(h = 0.125) = 7.12$. Det extrapolerade värdet blir då

- [ ] 3.48
- [ ] 7.41
- [ ] 4.06
- [x] 8.14
- [ ] 5.59
- [ ] 9.10
- [ ] 7.12
- [ ] 10.12

5. (2p) Newtons metod för approximation av en positiv lösning av $e^x - x - 2 = 0$, med startgissningen $x_0 = 100$ ger nästa iteration x_1 närmast

- [ ] 1
- [ ] 11
- [ ] 10
- [ ] 0.9
- [ ] 100
- [ ] 9
- [ ] 110
- [x] 99

6. (2p) Matlabkoden

```
x=10;
for n=1:11
    x=1/(x+3/2);
end
display(x)
```

skriver ut ett tal på skärmen. Detta tal är närmast

- [ ] 1
- [ ] 3^{-1}
- [ ] 2
- [ ] 3
- [ ] 4
- [ ] 0
- [x] 2^{-1}
- [ ] ∞

7. (2p) Minstakvadratproblemet

$$\min_{x \in \mathbb{R}} \|Ax - b\|_2$$

där $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \end{bmatrix}$ och $\|...\|_2$ står för den Euklidiska normen.

Lösningen x är lika med

- [ ] $\frac{9}{10}$
- [ ] $\frac{89}{100}$
- [x] $\frac{91}{101}$
- [ ] 1
- [ ] $\frac{90}{101}$
- [ ] $\frac{10}{9}$

8. (2p) Givet differentialekvationssystemet

$$y_1' = 2y_1 + y_2 - 6, \qquad y_2' = y_1 + y_2 + 2$$

med begynnelsevärdena $y_1(5) = 5; y_2(5) = -10$

Då gäller att $(y_1(5.2), y_2(5.2))$ beräknat med Eulers metod med steglängden 0.2 är

- [ ] (5,-10)
- [ ] (2,-11)
- [ ] (4.5,-10)
- [x] (3.8,-10.6)
- [ ] (3.9,-10.5)
- [ ] (10,10)

9. (2p) Skalärprodukten av två vektorer i R^2 ges av

$$f = x^T y = x_1 y_1 + x_2 y_2$$

Antag att $x = (-2 \pm 0.001 \quad 1 \pm 0.001)$ och $y = (100 \pm 0.05 \quad 200 \pm 0.1)$. Hur stor är osäkerheten (felet) i f på grund av osäkerheterna i x och y?

- [ ] 0.002
- [ ] 0.152
- [ ] 0.3
- [ ] 0.4
- [x] 0.5
- [ ] 0.57
- [ ] 0.572

10. (2p) Följande problem skall lösas numeriskt

$$\int_0^x \frac{e^{-t^2}}{1+t^2} dt + x^2 = 17$$

Då är det lämpligt att använda

- [ ] Eulers metod med litet steg
- [x] Trapetsregeln och Newtons metod
- [ ] Ode45
- [ ] Minstakvadratmetoden med Newtons ansats
- [ ] Gausselimination och sekantmetoden
- [ ] Newtons metod med numerisk approximation till derivatan