

Tentamen del 2

SF1514, SF1541 2016-03-16, 8.00-11.00, Numeriska metoder, grundkurs

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).

Skriv lösningar med fullständiga meningar och utförliga motiveringar för att undvika poängavdrag. Max antal poäng är 50. Betygsgränser: D 10, C 20, B 30 och A 40 poäng.

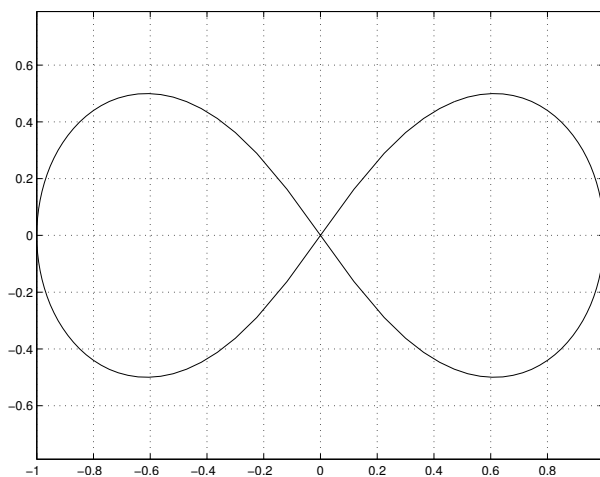
1. Betrakta integralen

$$I = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx.$$

- a) Beräkna integralen med trapetsregeln med steglängd $h = 1$ och $h = \frac{1}{2}$. Svar i form av bråk är enklast. (3p)
- b) Bestäm ungefärligt värde på minsta antal delintervall h som krävs i trapetsmetoden för att garantera två korrekta decimaler i integralens värde. (5p)
- c) Beräkna ett noggrannare värde på integralen med hjälp av Richardsonextrapolation från resultaten i a). Svar i form av bråk är enklast. Felskattning skall ej ges. (3p)
- d) Skriv en MATLAB-funktion som beräknar integralen med trapetsmetoden. Funktionen skall ta antalet delintervall som indata. (5p)

2. I figuren nedan finns en lemniskata uppritad. Lemniskatan definieras av

$$(x^2 + \frac{y^2}{2})^2 = x^2 - \frac{y^2}{2}$$



Figur 1:

Ni skall undersöka lemniskatans skärningar med cirkeln

$$(x-1)^2 + y^2 = (1/2)^2$$

a. Bestäm rimliga startgissningar för samtliga skärningspunkter. Hur många skärningspunkter finns det? (4p)

b. Skriv ett Matlabprogram som bestämmer en av skärningspunkterna med absolutfel mindre än 10^{-8} . Om du inte gjort a. får du hugga till med någon fri gissning avseende startvärde. (10p)

c. Utöka ditt program i b. så det skriver ut lämpliga mellanresultat så man kan kontrollera konvergensordningen för den numeriska metod som används i b. Förklara hur konvergensordningen definieras och hur kontrollen går till. (4p)

3. För att beskriva hur snabb en bil är brukar man ange t_{100} = tiden för att accelerera från 0 till 100 km/h. Följande tabell anger en snabb bils hastighet v vid några tidpunkter t efter start

t	v
4.8	85.94
4.9	95.27
5.0	105.40
5.1	116.37

a. Beräkna för hand tiden t_{100} med linjär interpolation från värdena i tabellen. Det räcker med en formel med korrekta siffervärden insatta. (4p)

b. Skriv därefter ett Matlabprogram som bestämmer t_{100} dels med kvadratisk interpolation, dels med interpolation av högsta möjliga gradtal. Programmet skall skatta felet i resultatet av den kvadratiske interpolationen som skillnaden mellan dessa två värden. De två interpolerande funktionerna skall ritas i en gemensam figur tillsammans med interpolationspunkterna samt markering av punkten $(t_{100}, 100)$ på de två kurvorna. (12p)

Ledning Det blir enklast om ni använder v som oberoende variabel och t som beroende variabel, dvs $t = P(v)$.