

Potential

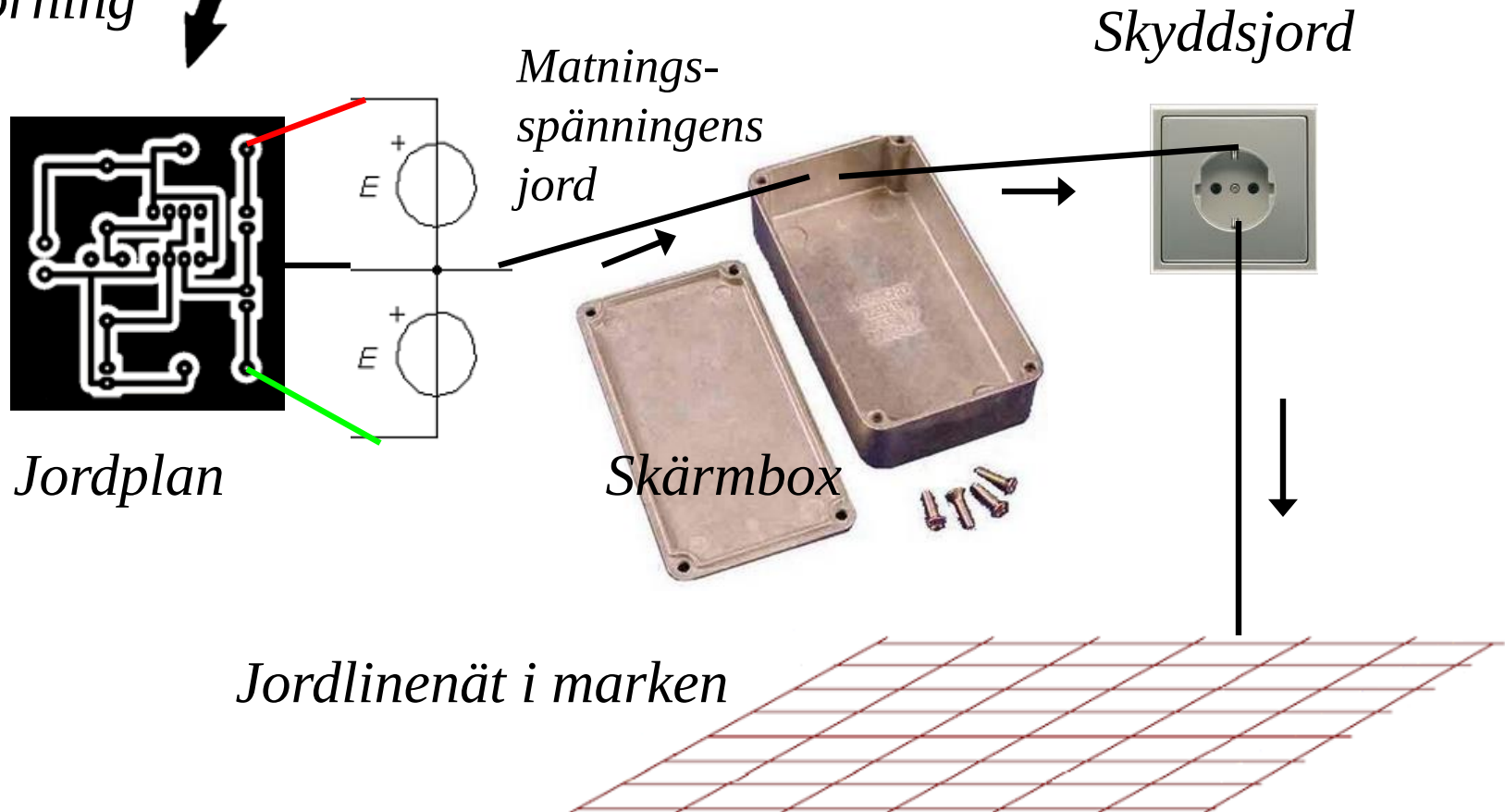


Spänningen i förhållande till en referenspunkt.
(Jämför höjden i förhållande till baslägret vid
bergsbestigningsexpeditioner.)

Elektrisk
störning

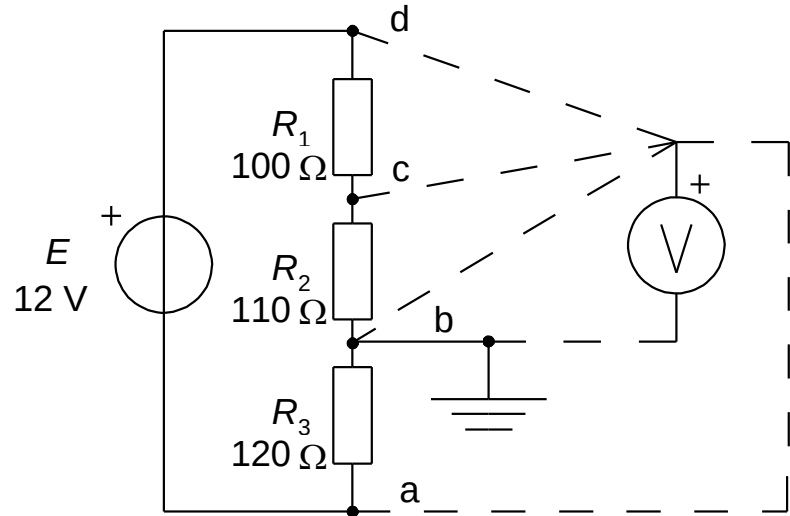


Vad är jord?



Potential (8.1)

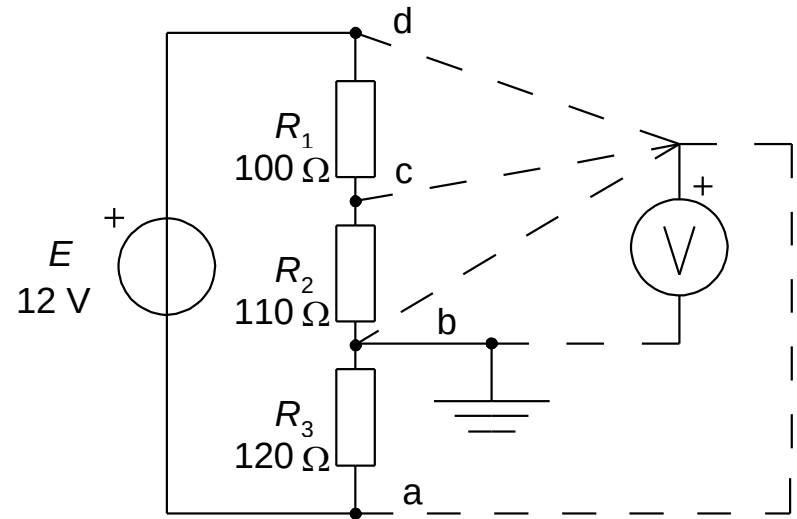
En spänningsdelare bestående av tre motstånd $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 110\ \Omega$, $R_3 = 120\ \Omega$, matas med en emk $E = 12\text{ V}$.



Man mäter potentialen (spänningen i förhållande till jord) vid olika uttag på spänningsdelaren.

Voltmeterens minuspole är hela tiden ansluten till uttag b , jord, medan voltmeterens pluspol i tur och ordning ansluts till uttagen **a**, **b**, **c**, och **d**. Vad visar voltmeteren?

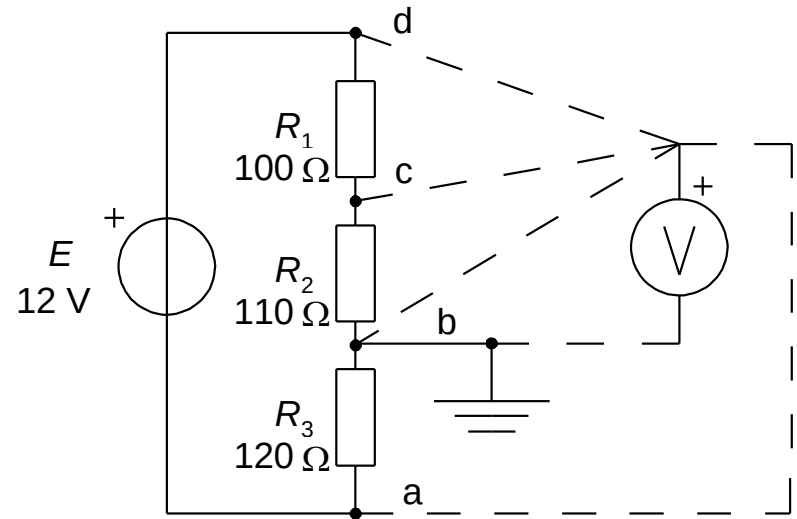
Potential



Uttag	a)	b)	c)	d)
Voltmeter [V]				

Potential

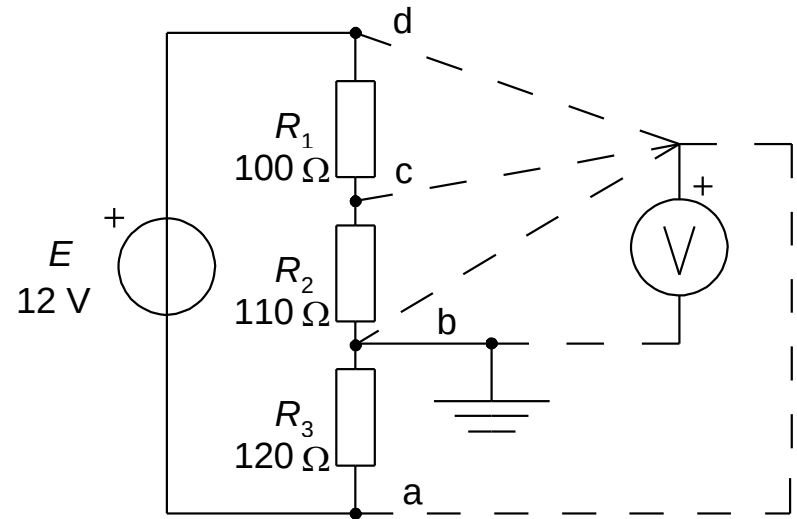
$$U_{ab} = -U_{ba} = -12 \frac{120}{100 + 110 + 120} = -4,37$$



Uttag	a)	b)	c)	d)
Voltmeter [V]	-4,37			

Potential

$$U_{ab} = -U_{ba} = -12 \frac{120}{100 + 110 + 120} = -4,37$$

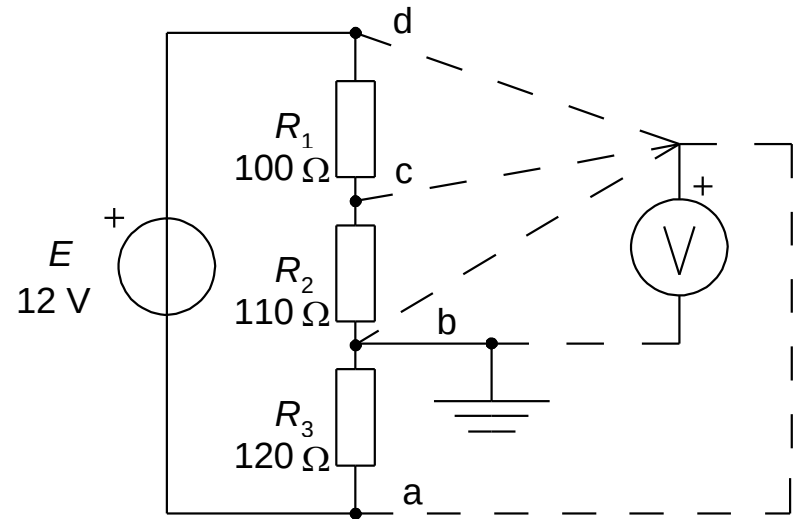


Uttag	a)	b)	c)	d)
Voltmeter [V]	-4,37	0		

Potential

$$U_{ab} = -U_{ba} = -12 \frac{120}{100 + 110 + 120} = -4,37$$

$$U_{cb} = 12 \frac{110}{100 + 110 + 120} = 4$$



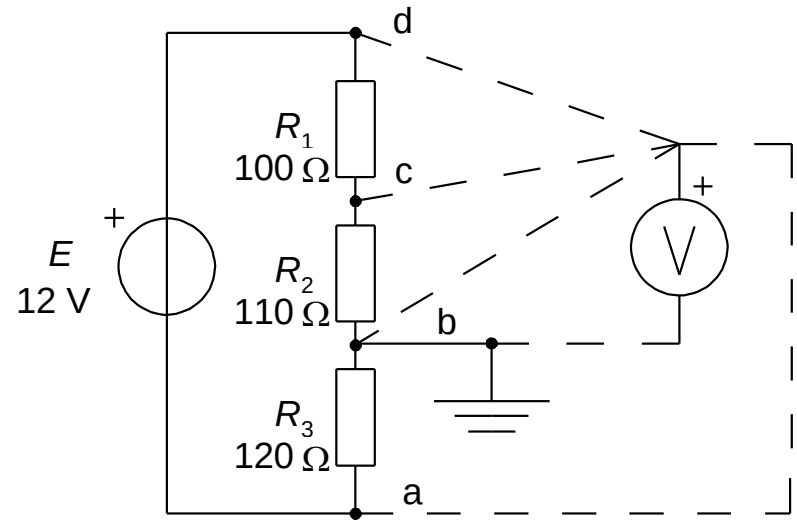
Uttag	a)	b)	c)	d)
Voltmeter [V]	-4,37	0	4	

Potential

$$U_{ab} = -U_{ba} = -12 \frac{120}{100 + 110 + 120} = -4,37$$

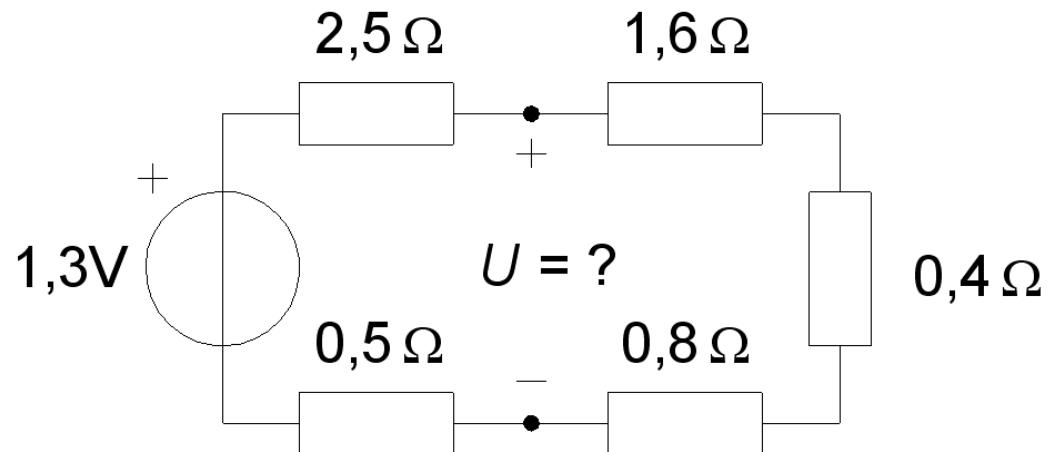
$$U_{cb} = 12 \frac{110}{100 + 110 + 120} = 4$$

$$U_{db} = 12 \frac{100 + 110}{100 + 110 + 120} = 7,64$$

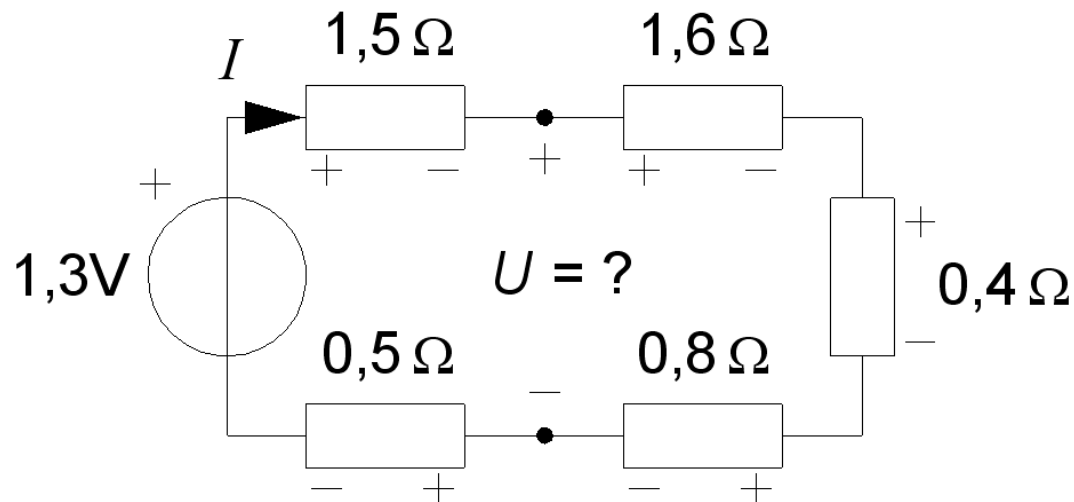


Uttag	a)	b)	c)	d)
Voltmeter [V]	-4,37	0	4	7,64

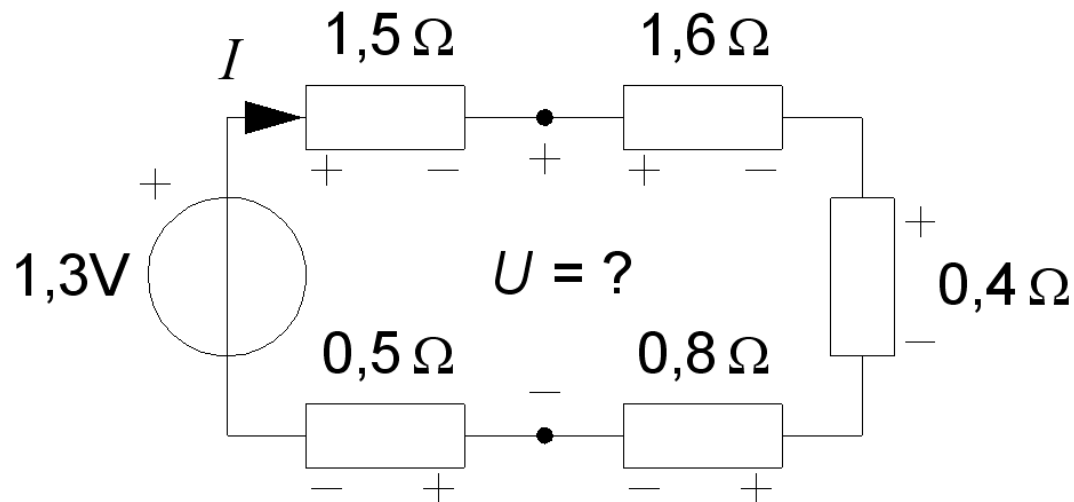
Kirchhoffs spänningslag



Kirchhoffs spänningslag

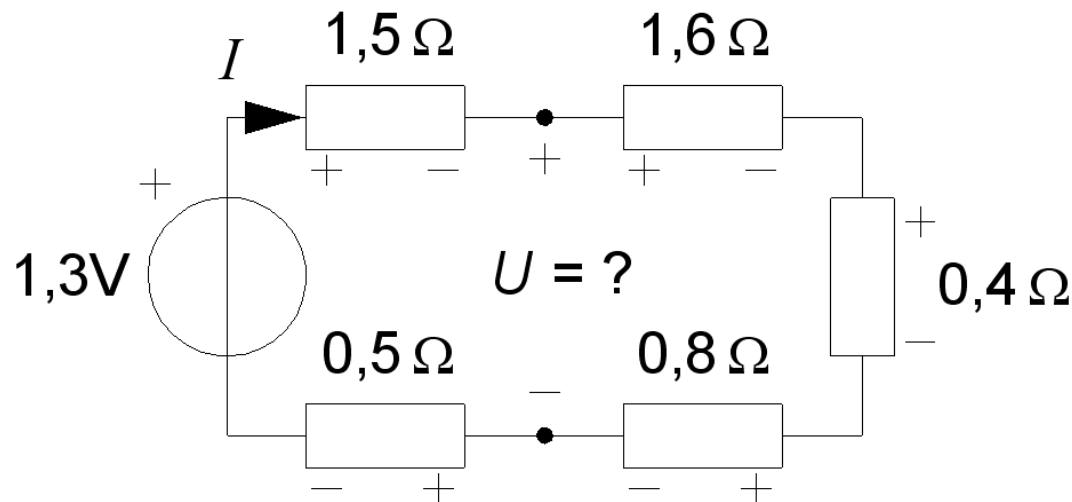


Kirchhoffs spänningslag



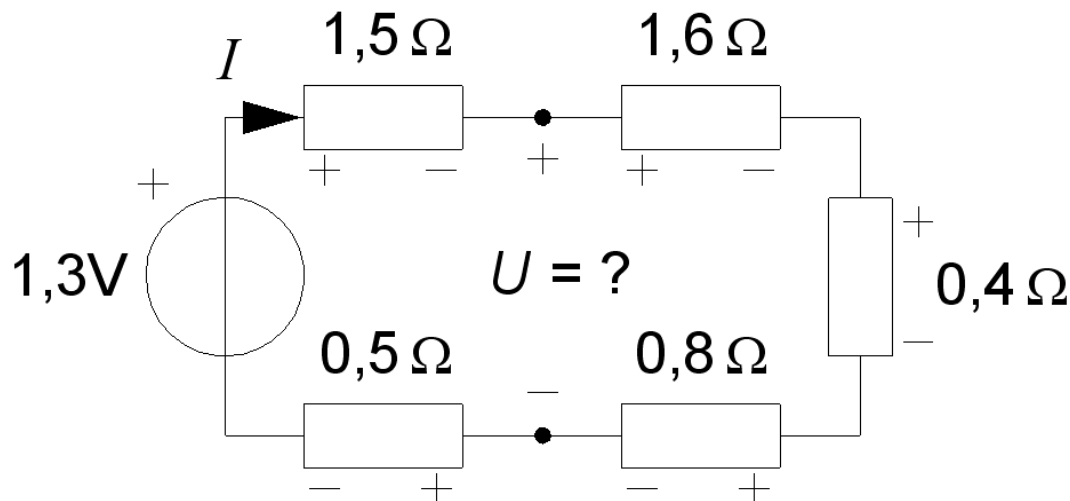
$$I = \frac{1,3}{1,5 + 1,6 + 0,4 + 0,8 + 0,5} = 0,27$$

Kirchhoffs spänningslag



$$I = \frac{1,3}{1,5 + 1,6 + 0,4 + 0,8 + 0,5} = 0,27$$
$$U_{0,5} = 0,5 \cdot 0,27 = 0,14$$
$$U_{1,5} = 1,5 \cdot 0,27 = 0,41$$

Kirchhoffs spänningslag



$$I = \frac{1,3}{1,5 + 1,6 + 0,4 + 0,8 + 0,5} = 0,27$$
$$U_{0,5} = 0,5 \cdot 0,27 = 0,14$$
$$U_{1,5} = 1,5 \cdot 0,27 = 0,41$$

$$U = -0,14 + 1,3 - 0,41 = 0,76 \text{ V}$$

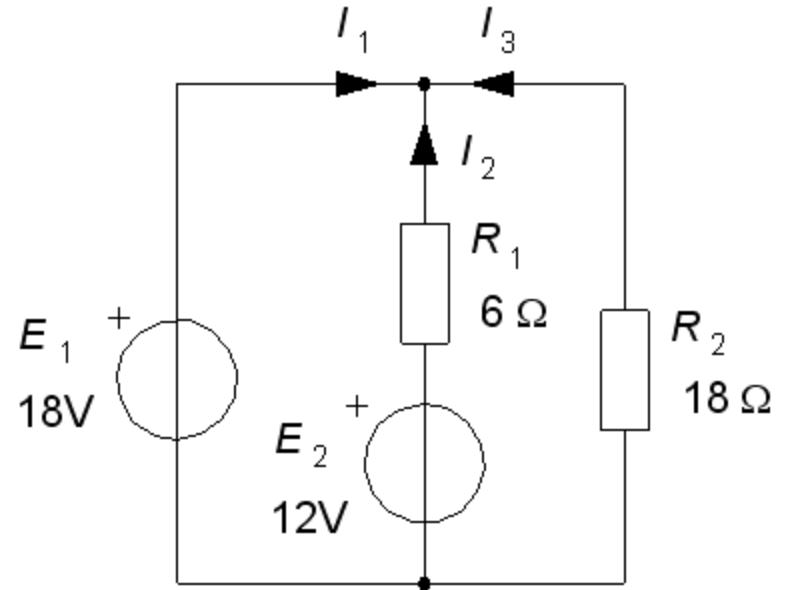
$$\text{eller } U = 0,27 \cdot (0,8 + 0,4 + 1,6) = 0,76 \text{ V}$$

Kirchhoffs lagar? (7.2)

a) $U_{R2} = ?$

b) $I_2 = ?$

c) $I_1 = ?$



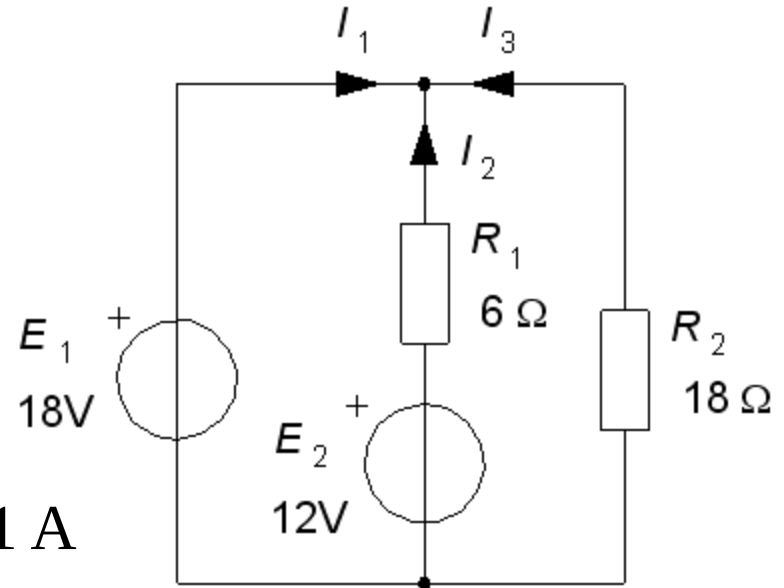
Kirchhoffs lagar? (7.2)

a) $U_{R2} = ? = 18 \text{ V } (E_1)$

b) $I_2 = ?$

c) $I_1 = ?$

$$18 + I_3 18 = 0 \quad I_3 = -18/18 = -1 \text{ A}$$



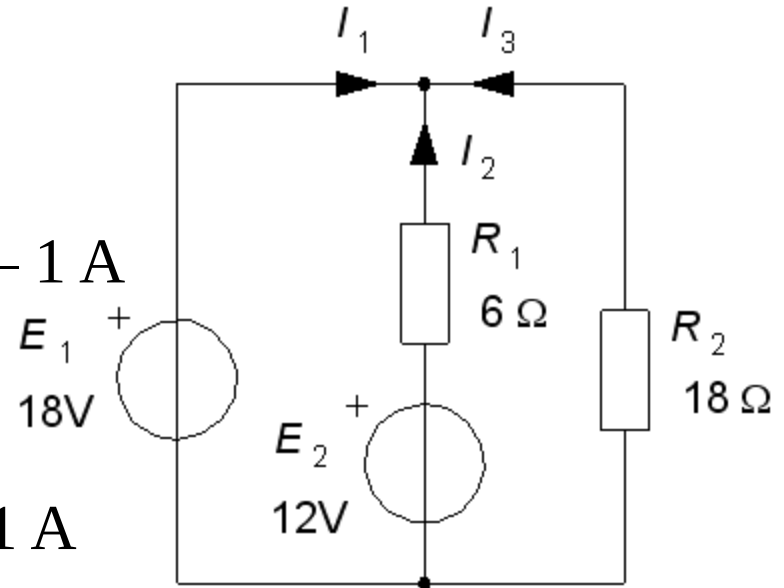
Kirchhoffs lagar? (7.2)

a) $U_{R2} = ? = 18 \text{ V } (E_1)$

b) $I_2 = ? \quad 18 + 6I_2 - 12 = 0$
 $I_2 = (12 - 18)/6 = -1 \text{ A}$

c) $I_1 = ?$

$$18 + I_3 18 = 0 \quad I_3 = -18/18 = -1 \text{ A}$$



Kirchhoffs lagar? (7.2)

a) $U_{R2} = ? = 18 \text{ V } (E_1)$

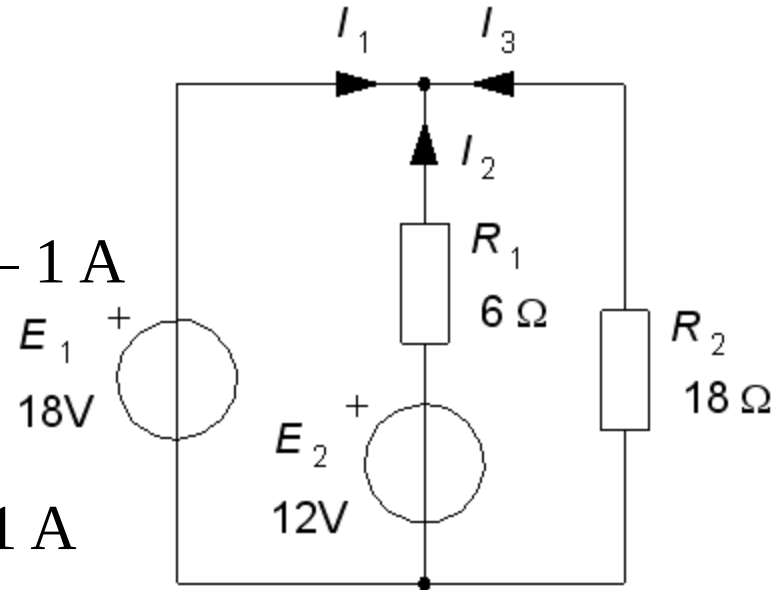
b) $I_2 = ? \quad 18 + 6I_2 - 12 = 0$
 $I_2 = (12 - 18)/6 = -1 \text{ A}$

c) $I_1 = ?$

$$18 + I_3 18 = 0 \quad I_3 = -18/18 = -1 \text{ A}$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$I_1 = -I_2 - I_3 = -(-1) - (-1) = 2 \text{ A}$$



Kirchhoffs lagar? (7.2)

a) $U_{R2} = ? = 18 \text{ V } (E_1)$

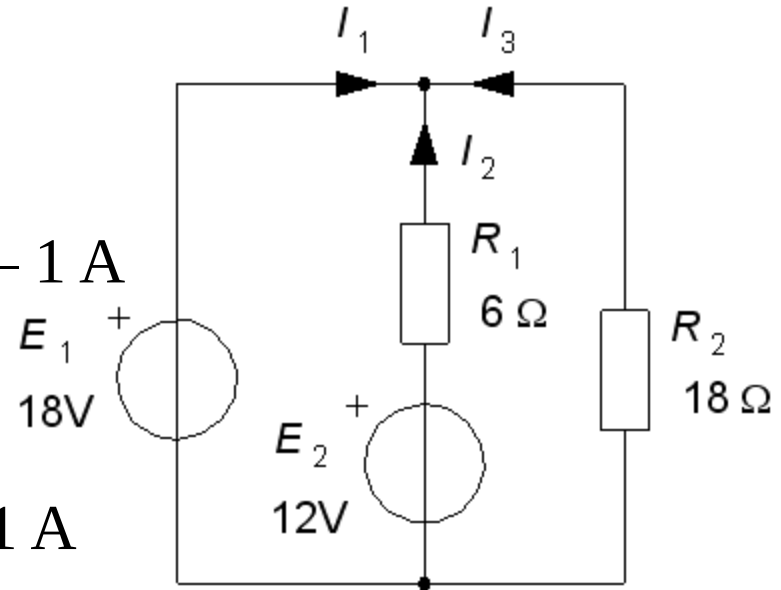
b) $I_2 = ? \quad 18 + 6I_2 - 12 = 0$
 $I_2 = (12 - 18)/6 = -1 \text{ A}$

c) $I_1 = ?$

$$18 + I_3 18 = 0 \quad I_3 = -18/18 = -1 \text{ A}$$

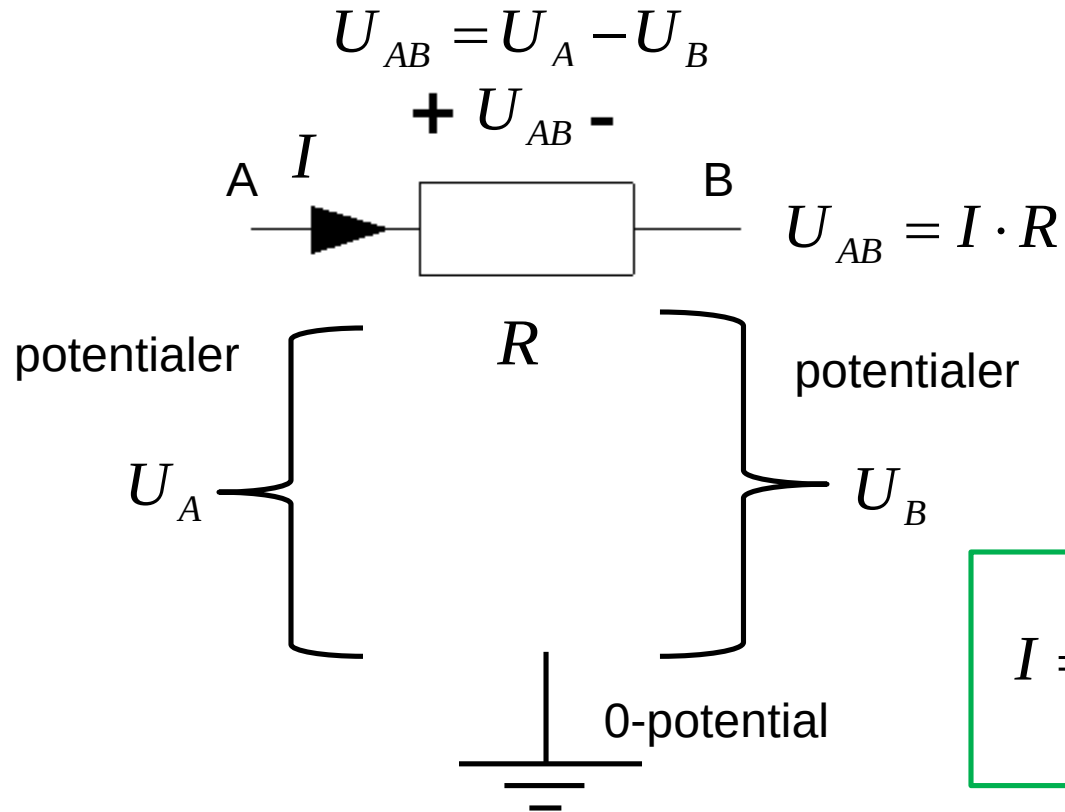
$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$I_1 = -I_2 - I_3 = -(-1) - (-1) = 2 \text{ A}$$



Att E_1 är en *ideal* emk
är det som förenklar
beräkningarna!

Nodanalys



$$I = \frac{U_{AB}}{R} = \frac{U_A - U_B}{R}$$

Nodanalysis? (7.2)

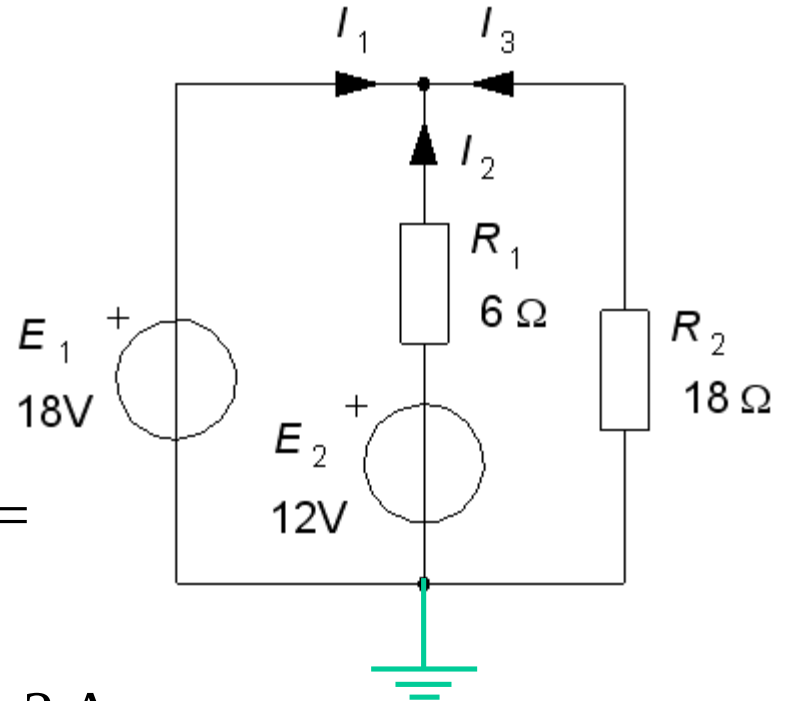
$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad I_1 = -I_2 - I_3$$

$$E_1 = 18 \text{ V}$$

$$I_3 = - (E_1 - 0)/R_2 = - 18/18 \\ = - 1 \text{ A}$$

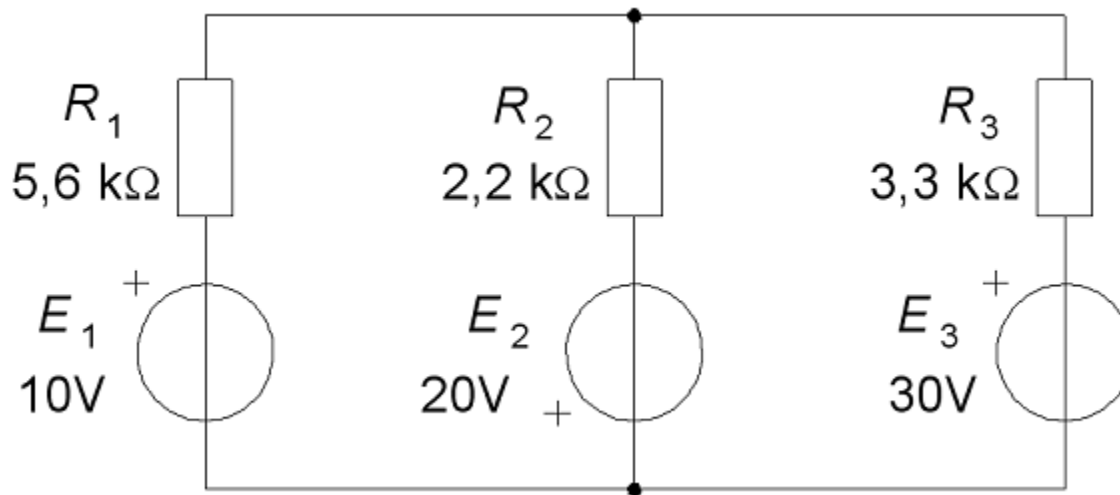
$$I_2 = - (E_1 - E_2)/R_1 = - (18 - 12)/6 = \\ = - 1 \text{ A}$$

$$I_1 = - I_2 - I_3 = - (-1) - (-1) = 2 \text{ A}$$

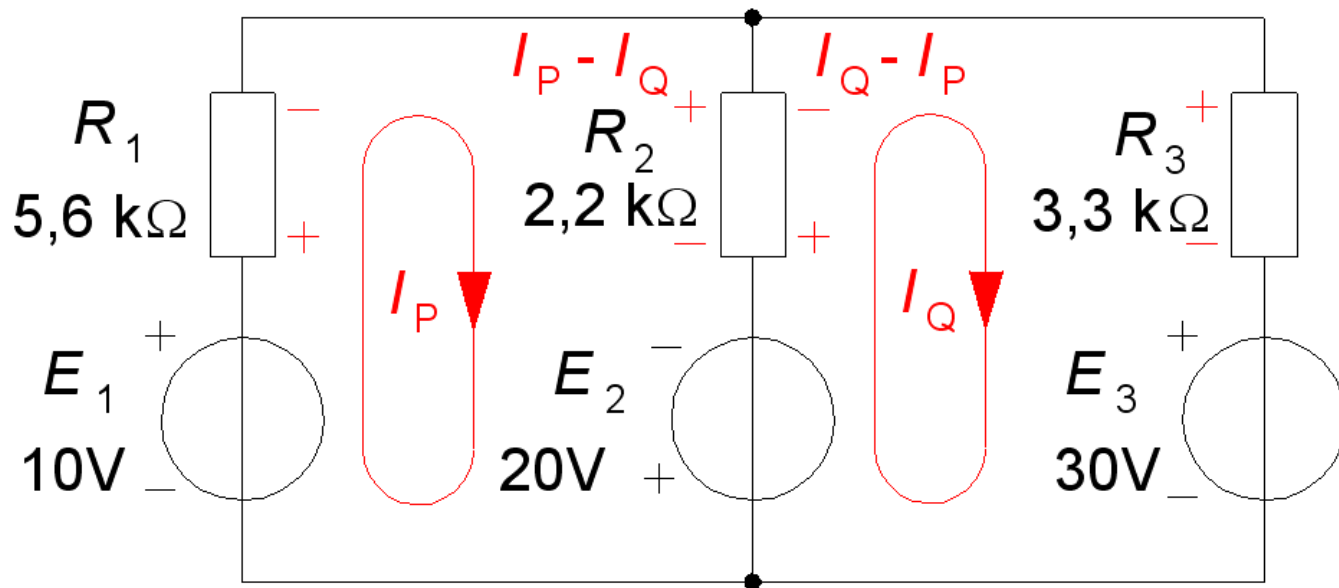


(Maskanalys)

Med maskanalys sparar man in en ekvation inför lösningen av ekvationssystemet. Priset är att maskströmmarna inte är de verkliga strömmarna som man kan mäta upp i kretsen.



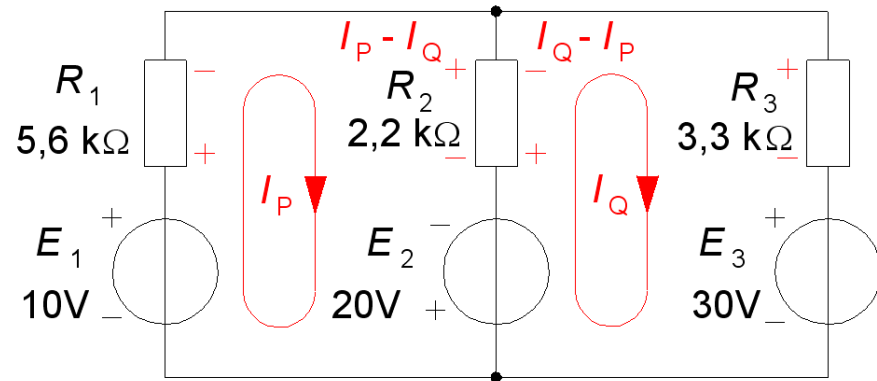
(Maskströmmar och spänningsfall)



(Kirchhoffs spänningslag för maskorna)

OHM's lag med
elektronikprefix:

[V] [kΩ] [mA]



$$\sum_P U = 0 \quad +10 - 5,6 \cdot I_P - 2,2 \cdot (I_P - I_Q) + 20 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -7,8 \cdot I_P + 2,2 \cdot I_Q = -30$$

$$\sum_Q U = 0 \quad -20 - 2,2 \cdot (I_Q - I_P) - 3,3 \cdot I_Q - 30 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2,2 \cdot I_P - 5,5 \cdot I_Q = 50$$

$$\begin{pmatrix} -7,8 & 2,2 \\ 2,2 & -5,5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_P \\ I_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 \\ 50 \end{pmatrix}$$

(Lös ekvationssystemet)

$$\begin{pmatrix} -7,8 & 2,2 \\ 2,2 & -5,5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_P \\ I_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 \\ 50 \end{pmatrix}$$

$$I_P = \frac{\begin{vmatrix} -30 & 2,2 \\ 50 & -5,5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -7,8 & 2,2 \\ 2,2 & -5,5 \end{vmatrix}} = \frac{55}{38,06} = 1,45 \text{ mA}$$

$$I_Q = \frac{\begin{vmatrix} -7,8 & -30 \\ 2,2 & 50 \end{vmatrix}}{38,06} = \frac{-324}{38,06} = -8.51 \text{ mA}$$

Lös ekvationssystemet $\begin{pmatrix} -7,8 & 2,2 \\ 2,2 & -5,5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_p \\ I_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 \\ 50 \end{pmatrix}$

The screenshot shows a Mozilla Firefox browser window titled "2x2 System - Mozilla Firefox". The address bar displays the URL "http://math.cowpi.com/systemsolver/2x2.htm". The page features a blue header with the text "Math @ CowPi". Below the header, there are tabs for "System Solver", "2 x 2", "3 x 3", "4 x 4", and "5 x 5". The main content area is titled "System of Two Equations & Two Unknowns". It contains two input fields for equations: "-7.8 x + 2.2 y = -30" and "2.2 x + -5.5 y = 50". Below these fields are "Solve" and "Clear" buttons. The solution is displayed as "x = 1.4450867052" and "y = -8.512874408". At the bottom, there is a text input field for the "Limit size of fractional solutions to" set to "0" digits in numerator or denominator.

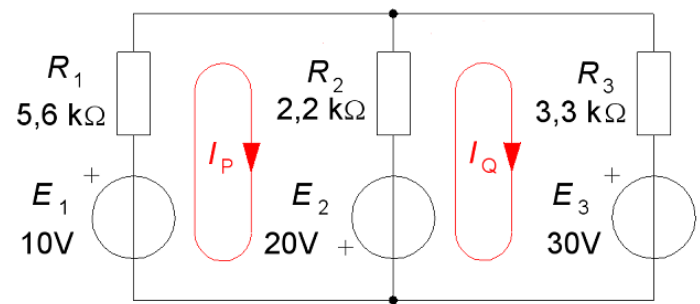
$$I_p = 1,45 \text{ mA} \quad I_Q = -8,51 \text{ mA}$$

William Sandqvist william@kth.se

(Snabbuppställning)

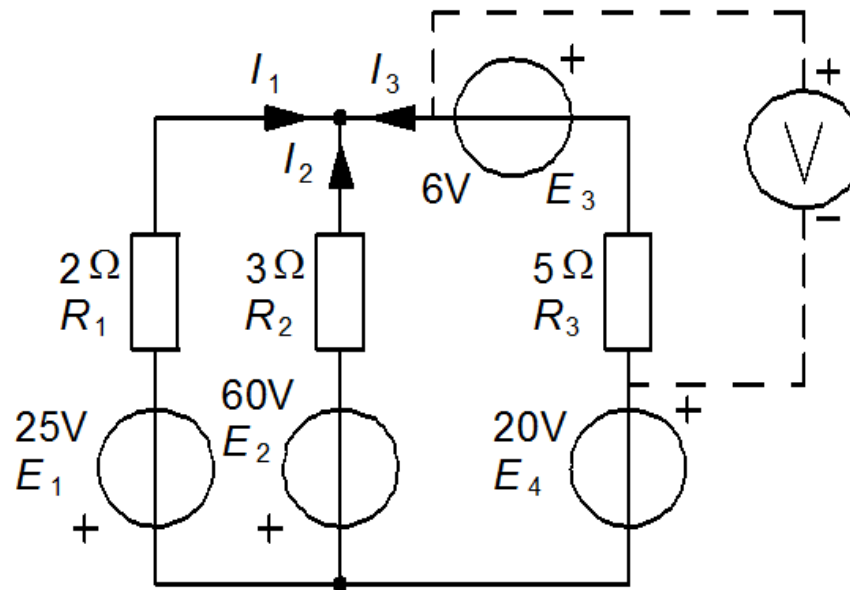
$$\sum_{\mathbf{P}} U = 0 \quad \underbrace{\sum_{\mathbf{P}} R}_{(5,6 + 2,2)} I_{\mathbf{P}} - \underbrace{\text{avdrag gemensamt med Q}}_{2,2} I_{\mathbf{Q}} = \underbrace{\sum_{\mathbf{P}} U}_{(10 + 20)}$$

$$\sum_{\mathbf{Q}} U = 0 \quad \underbrace{\sum_{\mathbf{Q}} R}_{(2,2 + 3,3)} I_{\mathbf{Q}} - \underbrace{\text{avdrag gemensamt med P}}_{2,2} I_{\mathbf{P}} = \underbrace{\sum_{\mathbf{Q}} U}_{(-20 - 30)}$$



För den som yrkesmässigt ställer upp och beräknar kretsar med handräkning är naturligtvis ett räkneknep som ”snabbuppställning” värdefullt. För den som har skollicensen på Mathematica finns ju andra möjligheter ...

Kirchhoffs lagar (7.4)

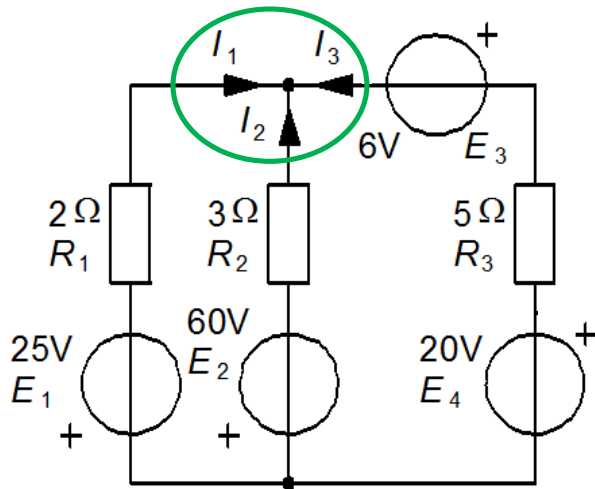


a) Ställ med hjälp av Kirchhoffs två lagar upp ett ekvationssystem med vars hjälp de tre strömmarna I_1 , I_2 och I_3 kan beräknas. Hyfsa ekvationerna. (Du behöver således *inte* lösa ekvationssystemet)

Kirchhoffs lagar (7.4)

Kirchhoffs strömlag:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$



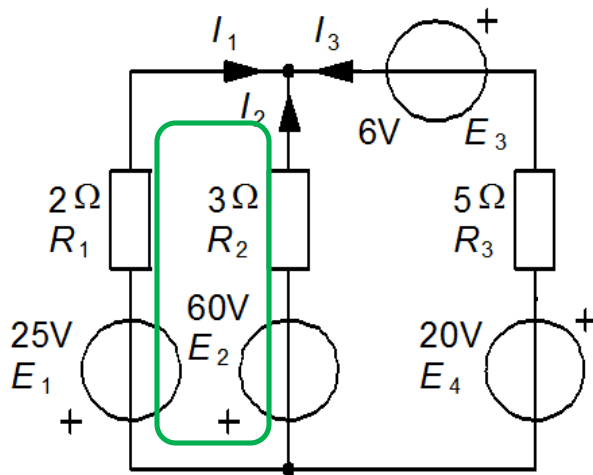
Kirchhoffs lagar (7.4)

Kirchhoffs strömlag:

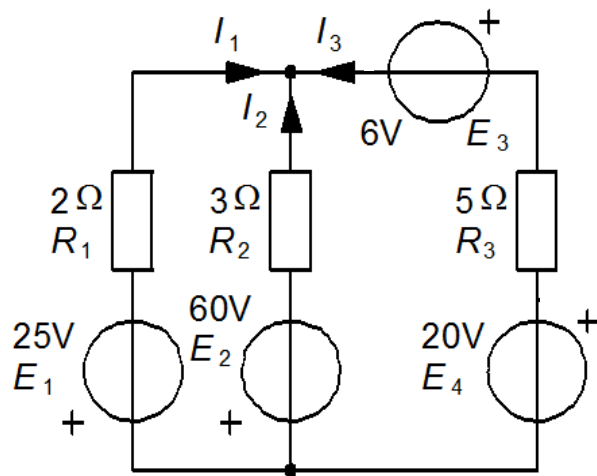
$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Kirchhoffs spänningslag (vänstra slingan):

$$-25 - 2 \cdot I_1 + 3 \cdot I_2 + 60 = 0$$



Kirchhoffs lagar (7.4)



Kirchhoffs strömlag:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

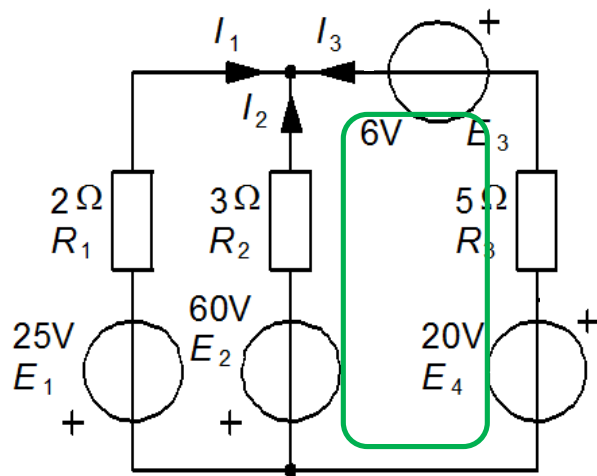
Kirchhoffs spänningslag (vänstra slingan):

$$-25 - 2 \cdot I_1 + 3 \cdot I_2 + 60 = 0$$

hyfsa:

$$-2 \cdot I_1 + 3 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 = -35$$

Kirchhoffs lagar (7.4)



Kirchhoffs strömlag:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Kirchhoffs spänningslag (vänstra slingan):

$$-25 - 2 \cdot I_1 + 3 \cdot I_2 + 60 = 0$$

hyfsa:

$$-2 \cdot I_1 + 3 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 = -35$$

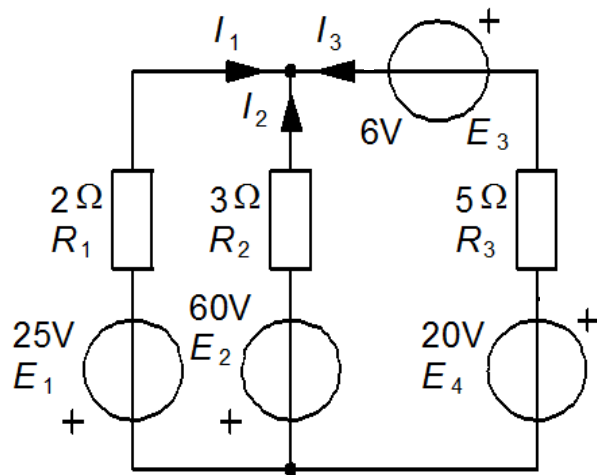
Kirchhoffs spänningslag (högra slingan):

$$-60 - 3 \cdot I_2 + 6 + 5 \cdot I_3 - 20 = 0$$

hyfsa:

$$0 \cdot I_1 - 3 \cdot I_2 + 5 \cdot I_3 = 74$$

Kirchhoffs lagar (7.4)



$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$-2 \cdot I_1 + 3 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 = -35$$

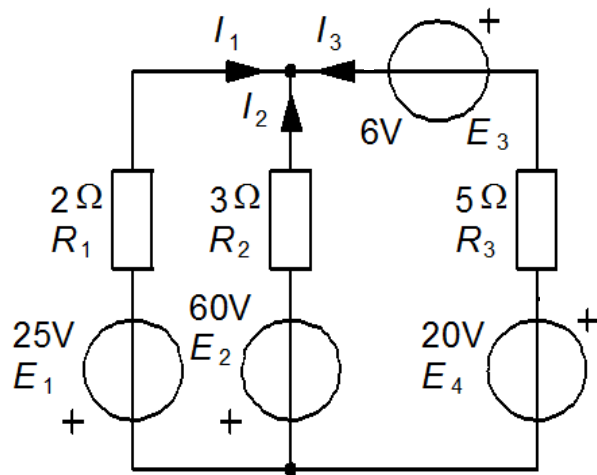
$$0 \cdot I_1 - 3 \cdot I_2 + 5 \cdot I_3 = 74$$

$$R \cdot I = U$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -35 \\ 74 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,87 \\ -10,4 \\ 8,55 \end{pmatrix}$$

Kirchhoffs lagar (7.4)



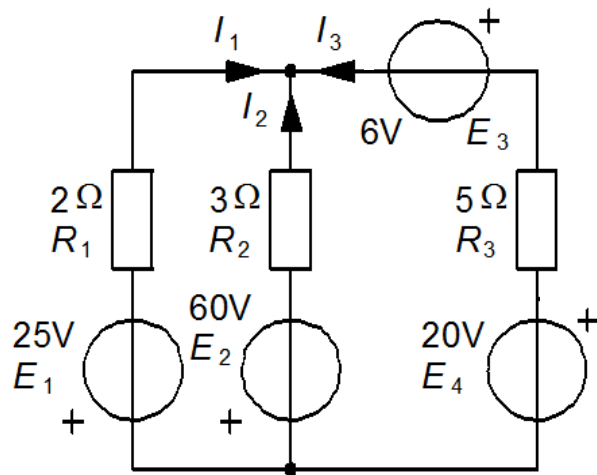
$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$-2 \cdot I_1 + 3 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 = -35$$

$$0 \cdot I_1 - 3 \cdot I_2 + 5 \cdot I_3 = 74$$

Utan matrisalgebra?

Kirchhoffs lagar (7.4)



$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$-2 \cdot I_1 + 3 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 = -35$$

$$0 \cdot I_1 - 3 \cdot I_2 + 5 \cdot I_3 = 74$$

Utan matrisalgebra?

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow -I_1 = (I_2 + I_3)$$

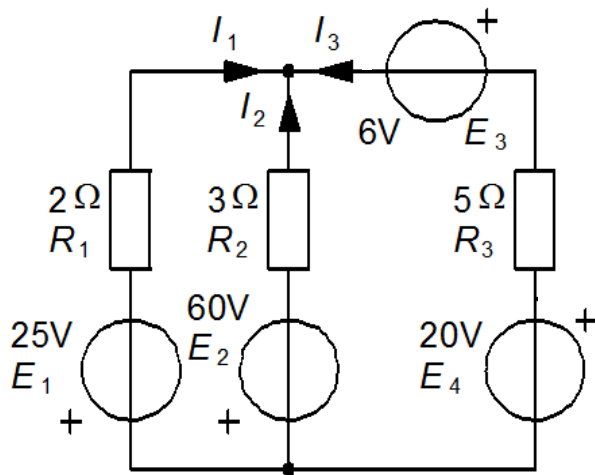
$$-2 \cdot I_1 + 3 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 = -35 \Rightarrow 5I_2 + 2I_3 = -35$$

$$[5I_2 + 2I_3 = -35] \times (-2,5) \Rightarrow -12,5I_2 - 5I_3 = 87,5$$

$$\begin{array}{r} -12,5I_2 - 5I_3 = 87,5 \\ + \quad -3 \cdot I_2 + 5 \cdot I_3 = 74 \\ \hline -15,5I_2 = 161,5 \end{array}$$

$$I_2 = -\frac{161,5}{15,5} = -10,4 \text{ A}$$

Kirchhoffs lagar (7.4)



$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$-2 \cdot I_1 + 3 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 = -35$$

$$0 \cdot I_1 - 3 \cdot I_2 + 5 \cdot I_3 = 74$$

Utan matrisalgebra?

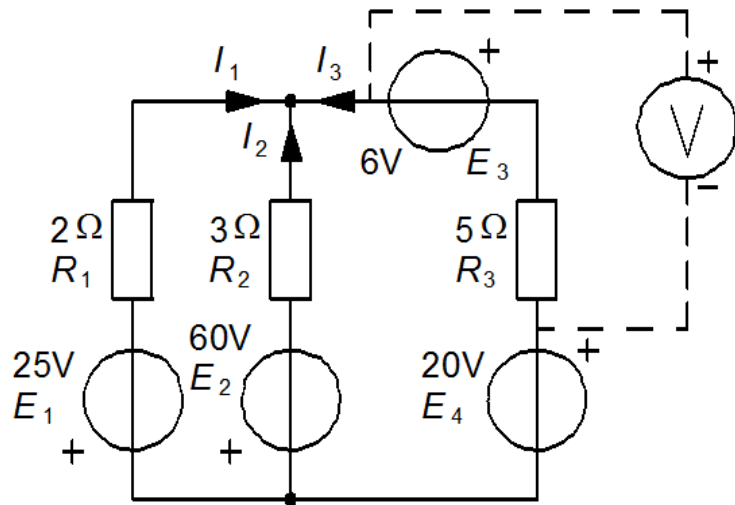
$$I_2 = -\frac{161,5}{15,5} = -10,4 \text{ A}$$

$$0 \cdot I_1 - 3 \cdot I_2 + 5 \cdot I_3 = 74 \Rightarrow (-3) \cdot (-10,42) + 5 \cdot I_3 = 74 \Rightarrow$$

$$I_3 = \frac{74 - 31,2}{5} = 8,55 \text{ A}$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow I_1 = -(I_2 + I_3) = -(-10,4 + 8,55) = 1,87 \text{ A}$$

Kirchhoffs lagar (7.4)

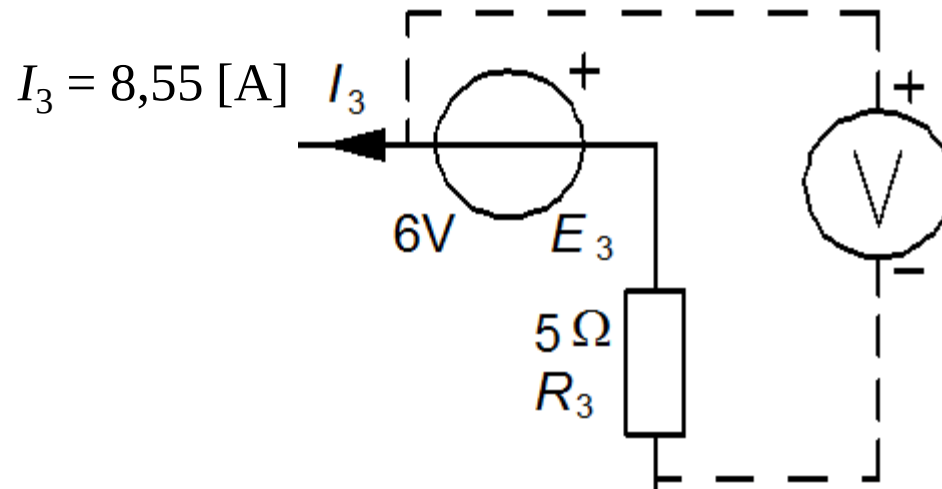


Om ekvationssystemet löses får man:

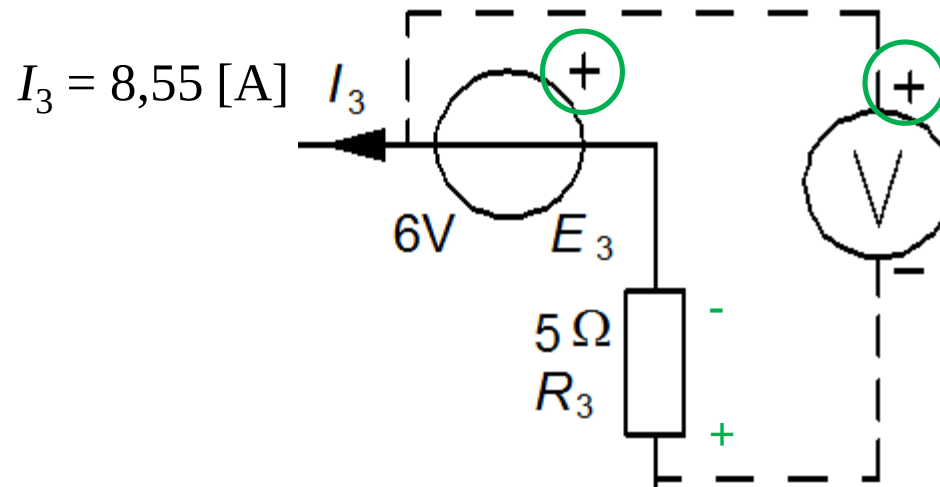
$$I_1 = 1,87 \quad I_2 = -10,4 \quad I_3 = 8,55 \text{ [A]}.$$

b) Vad visar voltmeteren längst till höger i figuren (ange både spänningens belopp och tecken) [V]?

Kirchhoffs lagar (7.4)



Kirchhoffs lagar (7.4)



Spänningen över voltmetern

$$U = -R_3 \cdot I_3 - E_3 \Rightarrow U = -6 - 5 \cdot 8,55 = -48,75 \text{ V}$$

