Övning 1 Akustik

Håkan Wennlöf
hwennlof@kth.se

Teori: Kap. 16 i boken.

Intensitet är effekt per yta

$$I = \frac{P}{A} \quad \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

där P är effekt, och A ytan den är spridd över.

För ljudvåg gäller

$$I = \frac{1}{2} a^2 \cdot w^2 \cdot Z \quad , \quad \text{där}$$

a är förskjutningsamplituden, $w = 2\pi f$ är vinkelfrekvensen, och $Z = \rho \cdot c$ är den akustiska impedansen för materialet vågen rör sig i.

ρ är densiteten, c är ljudhastigheten i materialet.

$Z_{luft} \approx 420 \ \frac{kg}{m^2 s}$, $Z_{vatten} \approx 1{,}5 \cdot 10^6 \ \frac{kg}{m^2 \cdot s}$.

Har även $I = \frac{p_{max}^2}{2Z}$, där p_{max} är tryckamplituden $\left[Pa = \frac{N}{m^2}\right]$.

Ljudintensitetsnivå: Logaritmisk skala för intensitet

$$B = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad [dB \text{ (enhetslös)}]$$

I_0 är referensintensitet. Oftast satt till treshold of hearing;

$I_0 = 10^{-12} \ W/m^2$

Startpistol **Givet:** Hörs med 64 dB 100 m bort.

Sökt: Akustisk effekt den avger.

Lösning:

Vi har β givet, söker effekten P.

Formler: $I = \frac{P}{A}$ och $\beta = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$.

$$\beta = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow \frac{\beta}{10} = \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$\Rightarrow \underline{I = I_0 \cdot 10^{\beta/10}}$$

$P = I \cdot A$. A?

Ljudet sprids sfärisk! $\Rightarrow A = 4\pi r^2$, $r = 100\,m$

(Bortser från reflektioner)

(Om istället asfalt: kan antas hälften så stor area)

Vi får då akustiska effekten

$$P = I_0 \cdot 10^{\beta/10} \cdot 4\pi r^2 = 10^{-12}\,\frac{W}{m^2} \cdot 10^{6,4} \cdot 4\pi \cdot (100\,m)^2$$

$$\approx \underline{\underline{0,32\ W}}.$$

Kameraklick Givet: Membran med radie $r = 1$ mm

40 dB på 1 m avstånd, $d = 1$ m.

Sökt: Hastigheten membranet rör sig med.

Lösning:

Formler: $\beta = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$, $I = \frac{P}{A}$,

$I = \frac{1}{2} a^2 \omega^2 Z$.

Energin bevarad $\Rightarrow$ effekten lika stor en meter bort som vid membranet.

$\beta = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow I_d = I_0 \cdot 10^{\beta/10}$

Effekten vid d $P_d = I_d \cdot A_d = I_d \cdot 4\pi d^2$

(A_d är en sfär med radie d).

Effekten lika stor vid membranet.

Membranet cirkulärt med radie $r \Rightarrow A_m = \pi r^2$.

Vi får intensiteten I_m

$$I_m = \frac{P}{A_m} = \frac{P_d}{A_m} = \frac{I_d \cdot 4\pi \cdot d^2}{\pi r^2} = 4\frac{d^2}{r^2} \cdot I_d.$$

För att hitta maxhastigheten membranet rör sig med: anta sinusrörelse!

x förskjutningen, a förskjutningsamplituden.

$\Rightarrow x = a \cdot \sin(\omega t)$

För hastigheten: derivera! $v = \frac{dx}{dt}$

$\Rightarrow v = a \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) \Rightarrow v_{max} = a\omega$ (då cosinus $= 1$).

Relaterar till intensiteten via

$$I_m = \frac{1}{2} a^2 \omega^2 Z = \frac{1}{2} v_{max}^2 Z \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2 I_m}{Z}} = \frac{d}{r}\sqrt{\frac{8 I_d}{Z}}.$$

Kolla dimensioner! $\left[\frac{d}{r}\sqrt{\frac{8 I_d}{Z}}\right] = \frac{m}{m}\sqrt{\frac{W/m^2}{kg/m^2 s}} = \sqrt{\frac{Ws}{kg}} = \sqrt{\frac{J}{kg}}$

$= \sqrt{\frac{kg\, m^2/s^2}{kg}} = m/s$, som vi vill!

Med $I_d = I_0 \cdot 10^{\beta/10} = 10^{-12}\,\frac{W}{m^2} \cdot 10^4 = 10^{-8}\ W/m^2$

$r = 1\ mm = 10^{-3}\ m$, $d = 1\ m$, $Z = Z_{luft} = 420\ \frac{kg}{m^2 \cdot s}$

så får vi alltså svaret

$$V_{max} = \frac{1\ m}{10^{-3}\ m}\sqrt{\frac{8 \cdot 10^{-8}\ W/m^2}{420\ \frac{kg}{m^2 \cdot s}}} \approx \underline{\underline{0{,}014\ m/s}}.$$

<u>Snödämpning:</u> <u>Givet:</u> $I = \frac{P}{4\pi r^2} e^{-ar}$, $a = 0{,}12\ /m$.

<u>Sökt:</u> dB-minskning när man går från 10 till 20 m, och 20 till 40 m.

<u>Lösning:</u>

Formler: $\beta = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$.

Vill ha: $\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2$.

Algebra!

$$\Delta\beta = 10\left(\log_{10}\left(\frac{I_1}{I_0}\right) - \log_{10}\left(\frac{I_2}{I_0}\right)\right) = \left\{\begin{array}{l}\text{logaritmlag!} \\ \log(x) - \log(y) = \log\left(\frac{x}{y}\right)\end{array}\right\} =$$

$$= 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{\frac{I_1}{I_0}}{\frac{I_2}{I_0}}\right) = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{P}{4\pi r_1^2} e^{-ar_1}}{\frac{P}{4\pi r_2^2} e^{-ar_2}} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \cdot e^{a(r_2 - r_1)}$$

Logaritmlag: $n \cdot \log(x) = \log(x^n)$

$$\Rightarrow \Delta\beta = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{r_2^2}{r_1^2} e^{a(r_2 - r_1)}\right) =$$

$$= \left\{\log(x \cdot y) = \log x + \log y\right\} = 10 \cdot \left(2 \cdot \log_{10}\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \underbrace{a(r_2 - r_1) \cdot \log_{10}(e)}_{\text{faktor från dämpningen}}\right)$$

Mellan 10 och 20 m får vi då

$$\Delta B_{1\to 2} = 10\left(2\cdot\log(2) + 0{,}12\cdot 10\cdot\log(e)\right) \approx \underline{\underline{11{,}2\ dB}}$$

(minskar med 11,2 dB).

Mellan 20 och 40 får vi

$$\Delta B_{2\to 3} = 10\left(2\cdot\log(2) + 0{,}12\cdot 20\cdot\log(e)\right) \approx \underline{\underline{16{,}4\ dB}}$$

<u>Högtalarkraft</u> <u>Givet:</u> Membranyta $A_m = 10\ cm^2$

Ljudintensitetsnivå $B = 65\ dB$ på avstånd $d = 2\ m$.

<u>Sökt:</u> Maximala kraften som membranet utövar på luften.

<u>Lösning:</u>

Formler: $B = 10\cdot\log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$, $I = \frac{p_{max}^2}{2Z}$, $p = \frac{F}{A}$

Effekten samma vid membranet som efter avstånd d bort. $P_m = P_d$.

Intensiteten vid d:

$$I = I_0\cdot 10^{B/10}$$

$$P_d = A_d\cdot I_d = 4\pi d^2\cdot I_0\cdot 10^{B/10}$$

Vid membranet:

$$I_m = \frac{P_m}{A_m} = \frac{4\pi d^2\cdot I_0\cdot 10^{B/10}}{A_m}$$

Vi får det maxtrycket via

$$I_m = \frac{p_{max}^2}{2Z} \Rightarrow p_{max} = \sqrt{2ZI_m} = \sqrt{2Z\cdot\frac{4\pi d^2\cdot I_0\cdot 10^{B/10}}{A_m}}$$

Har att $F = p_{max}\cdot A_m \Rightarrow$

$$\Rightarrow F = \sqrt{8\pi Z d^2\cdot I_0\cdot A_m\cdot 10^{B/10}} = \left\{Z = 420\ \frac{kg}{m^2 s}\right\} =$$

$$= \sqrt{8\pi\cdot 10^{-12}\ \frac{W}{m^2}\cdot 4\ m^2\cdot 10^{-3}\ m^2\cdot 10^{6{,}5}\cdot 420\ \frac{kg}{m^2 s}} \approx \left\{W = \frac{J}{s}\right\} \approx \underline{\underline{0{,}012\ N}}$$

Extranuppgifter

Ohyra Givet: Frekvens $f = 120$ kHz

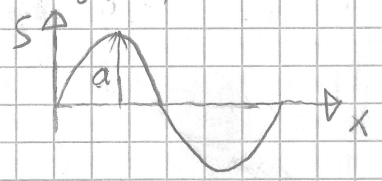
Maxhastighet $v_{max} = 1{,}2$ m/s.

Sökt: Förskjutningsamplitud.

Lösning: Formler:

Förskjutning $s = a \cdot \sin(\omega t - kx)$

(förskjutningen i punkten x vid tiden t)



För hastighet: tidsderivatan!

$$v = \frac{ds}{dt} = a\omega \cdot \cos(\omega t - kx)$$

$\Rightarrow v_{max}$ då $\cos = 1 \Rightarrow v_{max} = a \cdot \omega$.

ω vinkelfrekvensen, $\omega = 2\pi f$.

Vi söker a s.a. $v_{max} = 1{,}2$ m/s vid $f = 120 \cdot 10^3$ 1/s.

$$a = \frac{v_{max}}{2\pi f} = \frac{1{,}2 \text{ m/s}}{2\pi \cdot 120 \cdot 10^3 \frac{1}{s}} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-6} \text{ m} = \underline{\underline{1{,}6 \ \mu m}}$$

Summer Givet: $\beta_0 = 54$ dB, $f_0 = 600$ Hz, $A_1 = 2 \cdot A_0$,

$a_1 = 1{,}5 \cdot a_0$

Sökt: β_1

Lösning: Formler: $\beta = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$, $I = \frac{1}{2} a^2 \omega^2 Z$, $I = \frac{P}{A}$.

Vi har att $\Delta\beta$ ges av

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_0 = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$$

På ett avstånd d har vi intensiteten

$I = \frac{P}{4\pi d^2}$, där P är effekten. Vi kan hitta

effekten vid membranet vi har

$$P = I_m \cdot A_m = \frac{1}{2} a^2 \omega^2 Z \cdot A_m$$

Vi får då att $\frac{I_1}{I_0} = \frac{P_1}{P_0} = \frac{a_1^2 \omega_1^2 \cancel{Z} A_1}{a_0^2 \omega_0^2 \cancel{Z} A_0} = 1{,}5^2 \cdot \left(\frac{900}{600}\right)^2 \cdot 2 =$

$I = \frac{P}{4\pi d^2}$, mätbar vid samma d! $\Rightarrow \frac{I_1}{I_0} = \frac{P_1}{P_0}$

$= 2{,}25 \cdot 2{,}25 \cdot 2 \approx 10{,}1$

$$\Rightarrow \quad \Delta B = 10 \cdot \log_{10}(10{,}1) \approx 10{,}1 \text{ dB}.$$

Vi får då

<u>Svar:</u> $B_1 = B_0 + \Delta B = 54 \text{ dB} + 10{,}1 \text{ dB} = \underline{\underline{64{,}1 \text{ dB}}}$.