

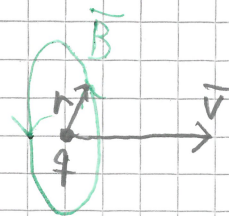
Övning 4

Håkan Wennlöf
hwennlof@kth.se

Magnetism

- Magnetfält från laddning q med hastighet $\vec{v}$:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad [T]$$



Laddning i rörelse ger magnetfält!

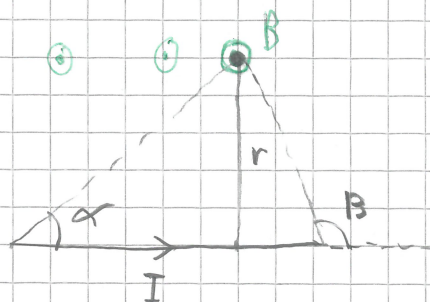
$\hat{r}$ riktn. till punkten på avst. r , där vi mäter.

μ_0 magnetiska konstanten, vakuumpermeabiliteten.

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

- Magnetfält från rak ledare

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \alpha - \cos \beta)$$



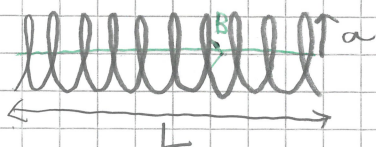
- Magnetfält från lång rakledare

Lång: α liten $\Rightarrow \cos \alpha \approx 1$, $\beta \rightarrow 180^\circ - \alpha \Rightarrow \cos \beta \rightarrow -\cos \alpha$

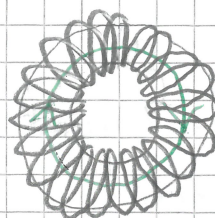
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

- Spolar

— Lång spole och toroidspole:



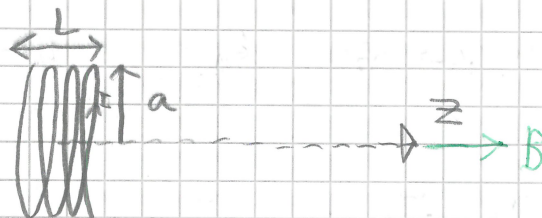
Lång spole: $a \ll L$.



Toroidspole

Fältet inuti: $B = \mu_0 I \cdot \frac{N}{L}$, $\frac{N}{L}$ antal varv per spollängd.

- Kort spole:

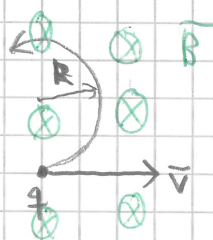


$a \ll L$ (min illustration dölj)

Längs symmetriaxeln z blir fältet

$$B = \frac{\mu_0 N I \cdot a^2}{2(a^2 + z^2)^{3/2}}$$

- Magnetisk kraft Laddning q med hastighet $\vec{v}$ i magnetfält $\vec{B}$ utsätts för kraften $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$.



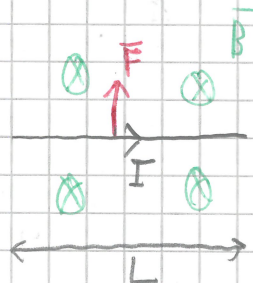
Kröker banan.

Krökningsradie $R = \frac{mv}{|q| \cdot B}$, m partikelmassa.

- Kraft på rak ledare:

Längd L

$$\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}$$



- Magnetisk dipol En ström slinga (spole) med area A , N varv, ström I , har magnetiskt dipolmoment $\vec{\mu} = N \cdot I \cdot A$. (parallell med inre fältet)

Om kärna med μ_r :

$$\vec{\mu} = \mu_r N I A$$

Riktning vinkelrätt ut från ändytan i det skapade fältets riktning. I yttre

magnetfält $\vec{B}$: dipolen

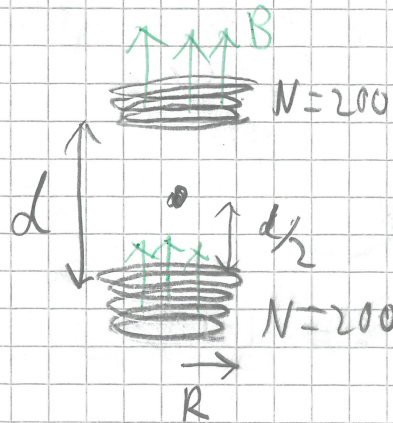
utsätts för kraftmoment $\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$.



Magnetseparation Givet: Kort spole, $R = 2,0 \text{ dm}$, $N = 200$,
 $I = 2,4 \text{ A}$, $d = 2,2 \text{ dm}$ mellan

Sökt: Fältet i punkt mitt emellan spolarna,

Lösning: 2 spolar, axlar sammanfaller, fältbidrag
riktade åt samma håll.



Formel: kort spole, fältet längs symmetri/axeln

$$B_z = \frac{\mu_0 N I R^2}{2 (R^2 + z^2)^{3/2}}$$

Här: två spolar! Båda riktade åt samma håll. Ger
samma bidrag! För båda som

$$B\left(\frac{d}{2}\right) = 2 \cdot \frac{\mu_0 N I R^2}{2 (R^2 + \frac{d^2}{4})^{3/2}} = \frac{200 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot 2,4 \text{ A} \cdot (0,2 \text{ m})^2}{((0,2 \text{ m})^2 + (\frac{0,22 \text{ m}}{2})^2)^{3/2}}$$

$$\approx 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} = \underline{\underline{2 \text{ mT}}}$$

Startmedlar Givet: Spänningen $U = 12 \text{ V}$.
Effekten "bräddelar av 1 kW ".

Sökt: Magnetfält från ledare.

Lösning: Formler:

Antar rät ledare:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \alpha - \cos \beta)$$

Antar lång

$$\Rightarrow \beta = 180^\circ - \alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos(\alpha)$$

$$\alpha \text{ small} \Rightarrow \cos(\alpha) \approx 1$$

Hence we get

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \cdot 2 \cdot \cos(\alpha) \approx \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

I? Från spänning och effekt!

$$P = U \cdot I \Rightarrow I = \frac{P}{U}$$

P bräddelar av 1000 W .

$$\text{Vi antar } P \approx 360 \text{ W} \Rightarrow I = \frac{360 \text{ W}}{12 \text{ V}} = 30 \text{ A}.$$

Antar också att avståndet är ca 60 cm , $r = 0,6 \text{ m}$.

Vi får då magnetfältet

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot 30 \text{ A}}{2\pi \cdot 0,6 \text{ m}} = \underline{\underline{10^{-5} \text{ T}}}.$$

Svar: Magnetfältet uppskattas vara $\sim 10^{-5} \text{ T}$.

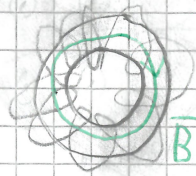
Jordens: $\sim 50 \mu\text{T} \approx 10^{-5} \text{ T}$. Samma storleksordning! Öfverhgt.

Faradayrotator Givet: Vill ha $B = 0,5 \text{ T}$ inuti spolen
Tvärsnittsarean $8,0 \text{ mm}^2$, $I = 1 \text{ A}$,
vill ha minimalt läckfält.

Sökt: Typ av spole, antal varv per meter.

Lösning: B -fält "källfält", så fältlinjerna slutar.
(divergensfält)

toroidspole:



fältet går bara runt
inuti! (ideellt)

Toroidspole ger minst läckfält.

Fältet i toroidspole ges av $B = \mu_0 I \frac{N}{L}$, där
 $\frac{N}{L}$ är antalet varv per längd (vilket är det vi söker).

Vi får
$$\frac{N}{L} = \frac{B}{\mu_0 I} = \frac{0,5 \text{ T}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot 1 \text{ A}} \approx \left\{ [I] = \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \right\} \approx \underline{\underline{400\,000 \text{ varv/m}}}$$

Tvärsnittsarean används inte, eftersom vi söker varv per meter.
 B -fält i spole beroende av spolradie, förläng och toroid.

Kan notera att för toroidspole kan längden skrivas som

$L = 2\pi R$, dvs omkretsen (R radian), så

B -fältformeln är $B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi R}$.

Antalet varv/längd ges då av $\frac{N}{2\pi R}$, så det har

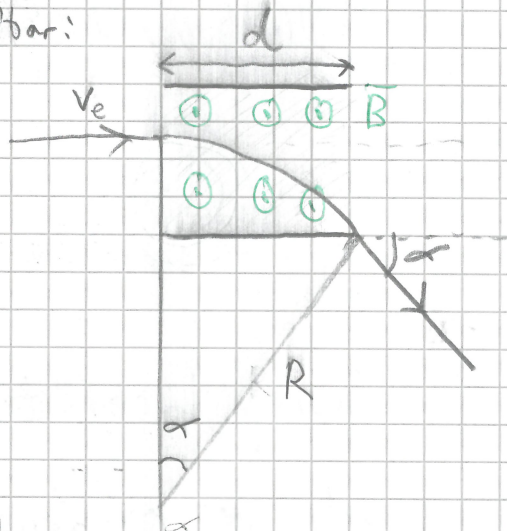
ingen inverkan på den här uppgiften.

Svar: Toroidspole, och $400\,000 \text{ varv/meter}$.

Bildrör 2 Givet: Elektronhastighet $v_e = 5,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$
 Vill böja med $\alpha = 30^\circ$, under längd
 $d = 8 \text{ mm}$.

Sökt: Magnetfältstyrkan som krävs!

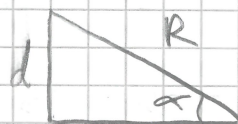
Lösning: Rita:



$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Cirkulär bana!

Krökningsradie R , triangel



$$\sin \alpha = \frac{d}{R} \Rightarrow R = \frac{d}{\sin \alpha}$$

Vi har också att $F = |F| = |q|vB$, och
 att för cirkulär rörelse $F = \frac{mv^2}{R}$

$$\Rightarrow |q|vB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow B = \frac{mv}{|q| \cdot R}$$

I vårt fall får vi då

$$B = \frac{m_e v_e}{e \cdot \frac{d}{\sin \alpha}} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 5,6 \cdot 10^6 \text{ m/s} \cdot \sin(30^\circ)}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \approx$$

$$\approx \left\{ [T] = \frac{\text{kg}}{\text{C} \cdot \text{s}} \right\} \approx \underline{\underline{2,0 \text{ mT}}}$$

Svar: Magnetfältet måste vara $2,0 \text{ mT}$ för 30° böjning.

Hastighetsmätare Givet: Spole, area $A = 1,6 \text{ cm}^2$, $N = 100$ varv
 $\mu_r = 500$, $I = 78 \text{ mA}$,
yttre magnetfält $B = 0,17 \text{ T}$.

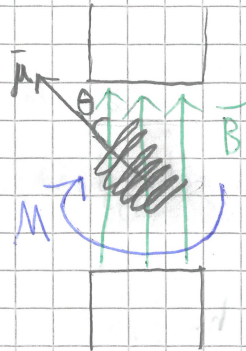
Sök: Maximala vridmomentet på spolen, $M_{\max}$

Lösning: Spolens magnetiska dipolmoment ges av

$$\mu = \mu_r \cdot N \cdot I \cdot A.$$

I ett yttre magnetfält ges kraftmomentet på spolen av

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



Vi får att $M = \mu B \cdot \sin \theta$. Söker maximala!

Blir då $\sin \theta = 1$

$$\Rightarrow M_{\max} = \mu \cdot B = \mu_r \cdot N I A \cdot B =$$

$$= 500 \cdot 100 \cdot 0,078 \text{ A} \cdot 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 0,17 \text{ T}$$

$$\approx \left\{ [T] = \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \right\} \approx \underline{\underline{0,11 \text{ Nm}}}$$

Magnetaccelerator Sökt: Vad har reportern missuppfattat?

Lösning:

Den magnetiska kraften ges av

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}.$$

Denna kraft är alltså vinkelrät mot rörelseriktningen för partikeln.

Arbete ges av $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$, men här är $\vec{F} \perp d\vec{s} \Rightarrow dW = 0$.

En konstant magnetfält utövar inget arbete.

Det kan alltså inte accelerera en partikel i partikels rörelseriktning. Det kan däremot böja banan.

Kan ändra hastighetsriktning, men inte belopp (magnitud).

(Magnetfält som varierar ger dock upphov till $\vec{E}$ -fält som i sin tur kan accelerera)

Extrauppgifter

Växtmagnet Givet: Kort spole, $R = 0,75 \text{ m}$, $I = 1,8 \text{ A}$,
 $N = 100$ varv. höjd $h = 2,2 \text{ m}$.

Sökt: B under spolen.

Lösning: För kort spole har vi att

$$B = \frac{\mu_0 N \cdot I \cdot R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

(vårt fall: z höjden, $z = h$
Resten givet.

Vi får fältet

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot 1,8 \text{ A} \cdot (0,75 \text{ m})^2 \cdot 100}{2((0,75 \text{ m})^2 + (2,2 \text{ m})^2)^{3/2}} \approx \underline{\underline{5,1 \text{ } \mu\text{T}}}$$

Tänkläsning Givet: Laddningspuls på 10 nC, rör sig med några m/s över sträcka ≈ 1 cm.

Sökta: Storleksordning på magnetfältet pulserna ger upphov till.

Lösning: För ett kort segment av en linje har vi

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} ds$$
, där r är avståndet till punkten vi mäter i, och ds är segmentets längd.

Vi ser det här som att en puls är som ett laddningssegment, med längd $ds \approx 1$ cm, $dq = 10$ nC.

Vi mäter utanför skallen, så vi antar att r är av storleksordningen 0,1 m.

För att kunna räkna ut dB behöver vi I ,

I är laddnings förändring per tid, dvs $dI = \frac{dq}{dt}$.

Vi har då att

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \cdot \frac{dq}{dt} \cdot ds = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \cdot dq \cdot \frac{ds}{dt} = \left\{ \frac{ds}{dt} = \text{hastighet } v \right\} = \\ = \frac{\mu_0 \cdot dq \cdot v}{4\pi r^2}.$$

Vi får därmed magnetfältet från en puls som

$$dB = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2} \cdot 10^{-8} C \cdot 1 \text{ m/s}}{4\pi \cdot (0,1 \text{ m})^2} = \underline{\underline{10^{-13} \text{ T}}}$$

Storleksordning!
(väldigt litet)