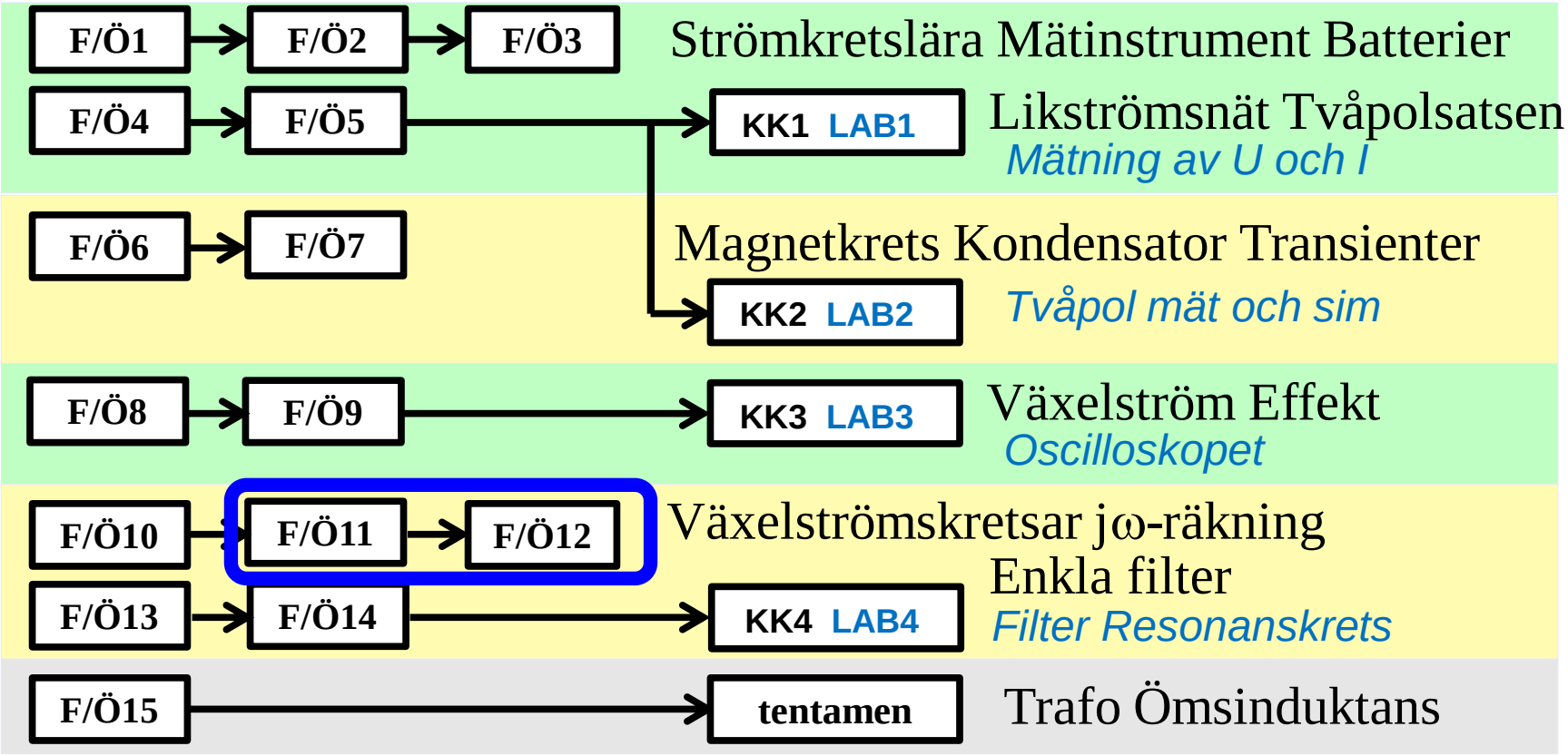
IF1330 Ellära

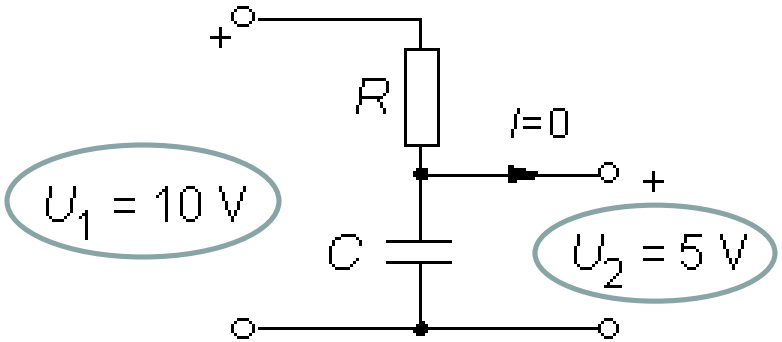


Föreläsningar och övningar bygger på varandra! Ta alltid igen det Du missat!
Läs på i förväg – delta i undervisningen – arbeta igenom materialet efteråt!

William Sandqvist william@kth.se

13.3 ω för halva spänningen

U_1 är en sinusformad växelspänning med vinkelfrekvensen ω. Bestäm produkten $R \cdot C$.
(Ingen ström tas ut vid U_2).



$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot \frac{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} \cdot \frac{(\mathrm{j}\omega C)}{(\mathrm{j}\omega C)} = \underline{U}_1 \cdot \frac{1}{1 + \mathrm{j}\omega RC} \quad \Rightarrow \quad \frac{U_1}{U_2} = \sqrt{1 + R^2\omega^2 C^2} = \frac{10}{5} = 2$$

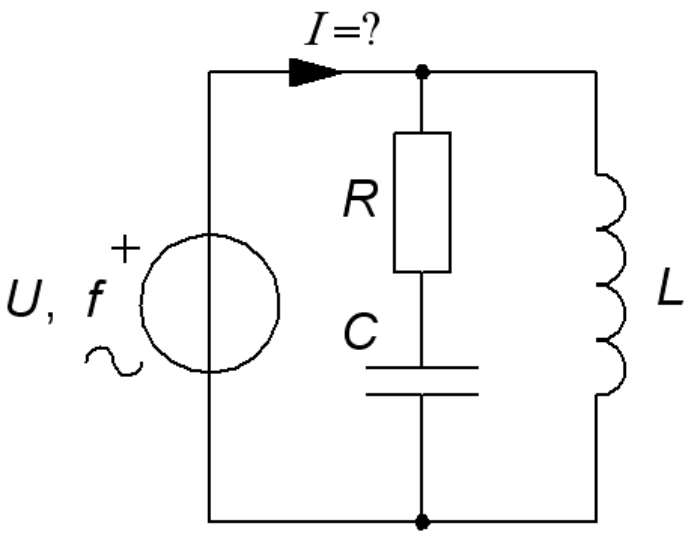
$$1 + R^2\omega^2 C^2 = 4 \quad \Leftrightarrow \quad R\omega C = \sqrt{3} \quad \Leftrightarrow \quad RC = \frac{\sqrt{3}}{\omega}$$

William Sandqvist william@kth.se

13.7 Ställ upp komplexa strömmen *I*.

Ställ upp komplexa strömmen *I* (med *U* som riktfas).

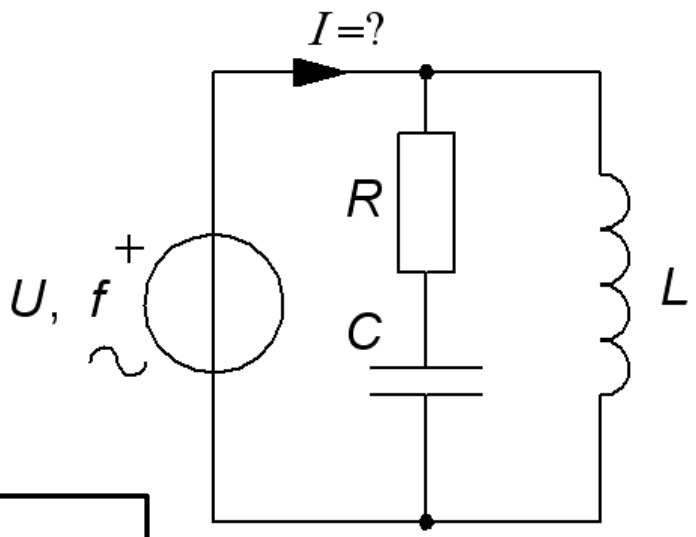
Observera! Man behöver inte alltid ange svaret på formen *a*+j*b*. Samma information, men med mindre möda, finns om svaret uttryckes som en kvot av komplexa tal. Belopp och argument kan vid behov tas från nämnare och täljare direkt.



13.7 Ställ upp komplexa strömmen *I*.

Ställ upp komplexa strömmen *I* (med *U* som riktfas).

Observera! Man behöver inte alltid ange svaret på formen *a*+j*b*. Samma information, men med mindre möda, finns om svaret uttryckes som en kvot av komplexa tal. Belopp och argument kan vid behov tas från nämnare och täljare direkt.

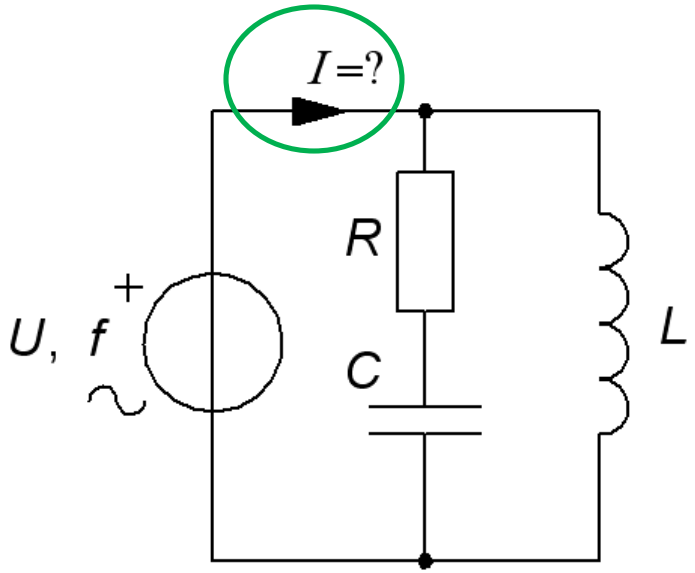


$$\underline{I} = \frac{a + \mathrm{j}b}{c + \mathrm{j}d} \qquad I = \frac{|a + \mathrm{j}b|}{|c + \mathrm{j}d|} \qquad \arg(\underline{I}) = \arg(a + \mathrm{j}b) - \arg(c + \mathrm{j}d)$$

OBSERVERA!

13.7 Ställ upp komplexa strömmen *I*.

Ställ upp komplexa strömmen *I* (med *U* som riktfas).



$$\underline{Z} = \frac{(R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}) \cdot \mathrm{j}\omega L}{R + \mathrm{j}\omega L + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} = \frac{\frac{L}{C} + \mathrm{j}\omega LR}{R + \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

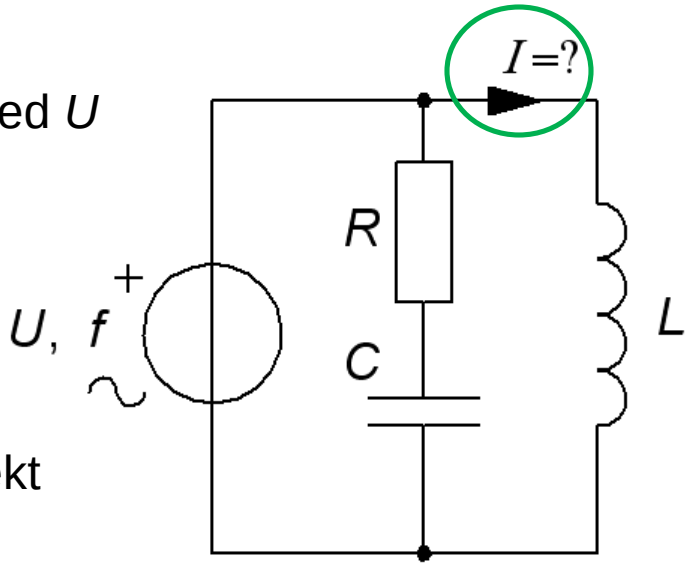
$$\underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}} = U \frac{R + \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{\frac{L}{C} + \mathrm{j}\omega LR}$$

William Sandqvist william@kth.se

William Sandqvist william@kth.se

13.8 Ställ upp komplexa strömmen *I*.

Ställ upp komplexa strömmen *I* till spolen (med *U* som riktfas).



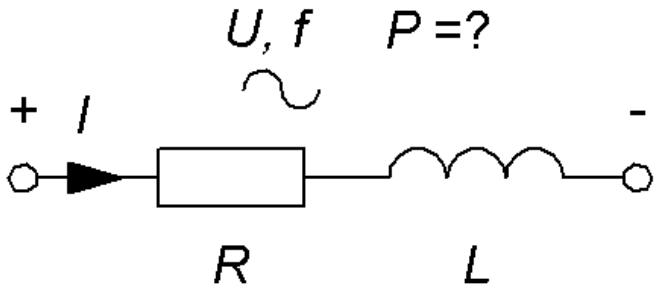
Nu blir det enklare! Spänningen *U* ligger direkt över parallellgrenen med induktansen *L*.

$$\underline{I} = \frac{U}{\mathrm{j}\omega L} = -\mathrm{j}\frac{U}{\omega L}$$

William Sandqvist william@kth.se

14.4 Aktiv effekt i impedans

Ställ upp ett utryck för den aktiva effekten *P* för denna impedans.



Antag *U* riktfas, reell.

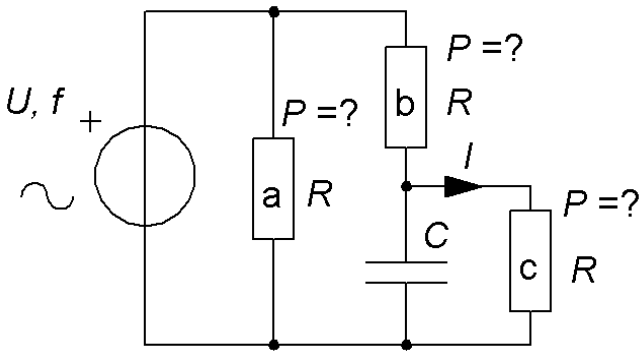
$$P = I^2 \cdot R \qquad \underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}} = \frac{U}{R + \mathrm{j}\omega L} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

$$P = R \cdot \frac{U^2}{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{RU^2}{R^2 + (\omega L)^2}$$

William Sandqvist william@kth.se

14.5 Komplexa strömmen och effekt.

a) Tag fram ett uttryck för den komplexa strömmen *I*.



Resistor **a** är parallell med övriga kretsen och kommer *inte* att kunna påverka strömmen *I*. Spänningen över kondensatorn fås med spänningsdelning:

$$\underline{Z}_{\mathrm{R||C}} = \frac{R \cdot \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}} \cdot \frac{(\mathrm{j}\omega C)}{(\mathrm{j}\omega C)} = \frac{R}{\mathrm{j}\omega RC + 1}$$

$$\underline{U}_{\mathrm{C}} = U \frac{\dfrac{R}{\mathrm{j}\omega RC + 1}}{R + \dfrac{R}{\mathrm{j}\omega RC + 1}} = U \frac{1}{\mathrm{j}\omega RC + 2} \quad \Rightarrow \quad \underline{I} = \frac{\underline{U}_C}{R} = \frac{U}{R \cdot (\mathrm{j}\omega RC + 2)}$$

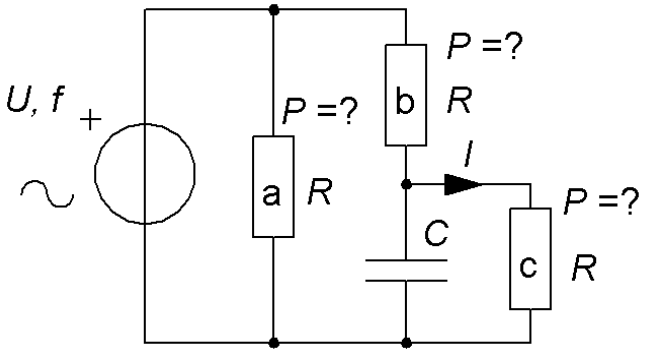
William Sandqvist william@kth.se

14.5 Komplexa strömmen och effekt.

b) Antag att kapacitansen C fördubblas.

Hur förändras effekterna i resistorerna **a b** och **c**?

Ökar? Minskar? Oförändrad?



- P_{Ra} ? Oförändrad!

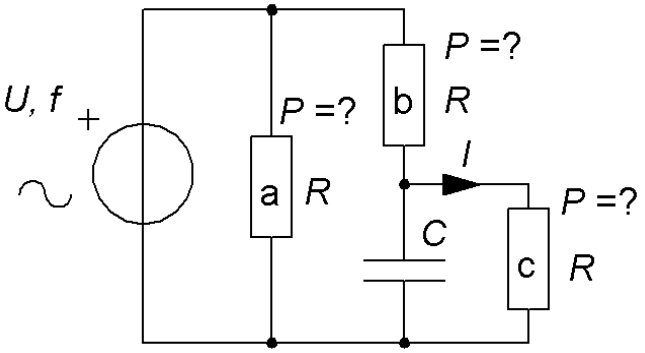
- P_{Rc} ? $\underline{U}_{\text{C}} = U \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega RC + 2}$ $\quad P_{Rc} = \dfrac{U_C^2}{R_C} \quad C \to 2C \;\Rightarrow\; U_C \downarrow \;\Rightarrow\; P_{Rc} \downarrow$

14.5 Komplexa strömmen och effekt.

b) Antag att kapacitansen C fördubblas.

Hur förändras effekterna i resistorerna **a b** och **c**?

Ökar? Minskar? Oförändrad?



- P_{Rb} ?

$$\underline{U}_{\text{C}} = U\frac{1}{\text{j}\omega RC+2} \quad \Rightarrow \quad U-\underline{U}_C = U\left(1-\frac{1}{\text{j}\omega RC+2}\right) =$$

$$= U\left(\frac{\text{j}\omega RC+1}{\text{j}\omega RC+2}\right)$$

2*C*

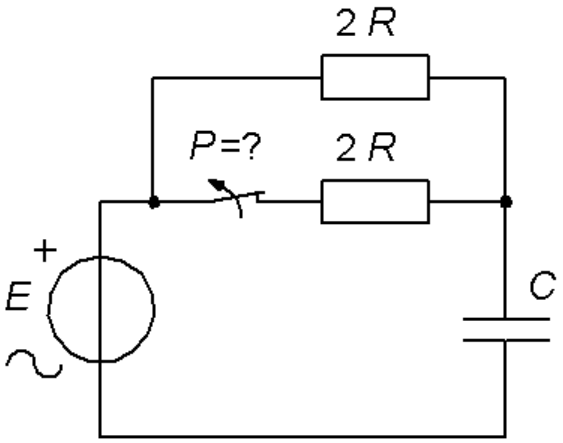
Obetydlig skillnad! (**Oförändrad**?)

Omöjligt att gissa! Man måste ställa upp uttrycken.

William Sandqvist william@kth.se

14.3 Aktiv effekt i RC-krets

Kretsen i figuren matas med växelspänning. Beloppet av kondensatorns reaktans är lika stor som resistorns resistans.



$$R = \frac{1}{\omega C}$$

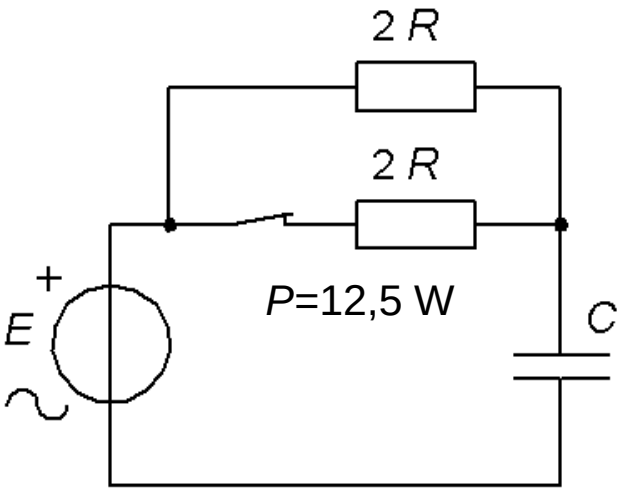
När strömställaren står i till-läge är den aktiva effekten som utvecklas i kretsen 12,5 W.

- Hur stor effekt utvecklas när strömställaren står i från-läge?

14.3 Aktiv effekt i RC-krets

Strömställare i till-läge P_1 = 12,5 W.

All effekt i resistanser! $2R||2R = R$



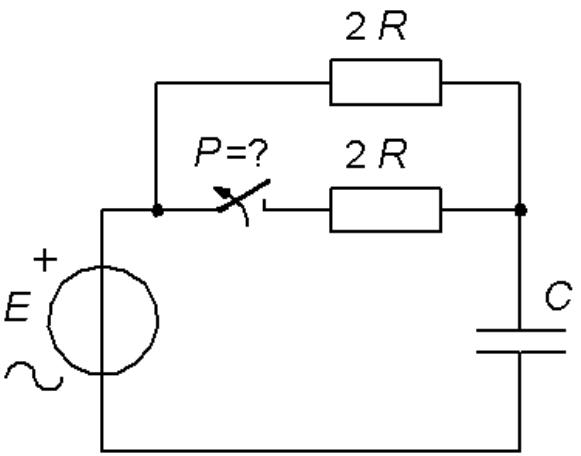
$$I_1 = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{E}{R\sqrt{2}}$$

$$P_1 = RI_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{E^2}{R} = 12{,}5 \qquad \frac{E^2}{R} = 25$$

14.3 Aktiv effekt i RC-krets

Strömställare i från-läge P_2 = ? W.

All effekt i resistanser! 2*R*



$$I_2 = \frac{E}{\sqrt{(2R)^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{E}{R\sqrt{5}}$$

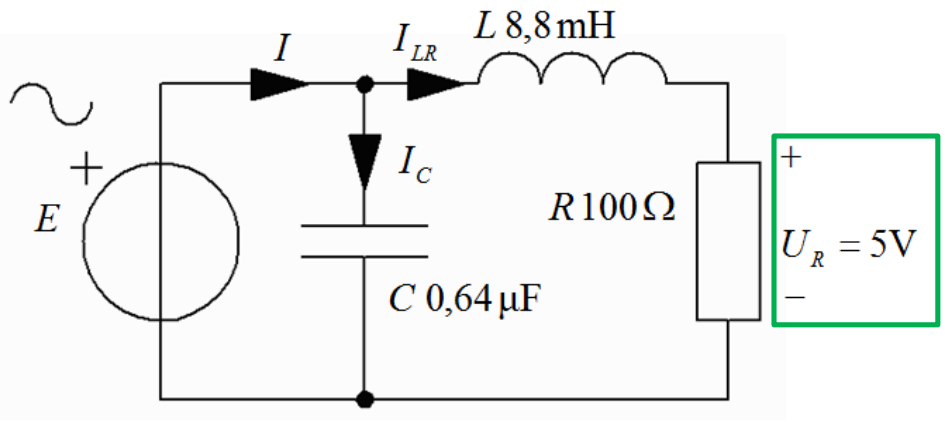
$$P_2 = 2RI^2 = \frac{2}{5} \cdot \frac{E^2}{R} = ? \qquad \frac{E^2}{R} = 25 \quad \Rightarrow \quad P_2 = \frac{2}{5} \cdot 25 = 10 \text{ W}$$

William Sandqvist william@kth.se

Kvalifikationstal vid tentamen

En växelspänning E med frekvensen f = 2 kHz matar ett nät med en parallell kapacitans C = 0,64 µF och en induktans L = 8,8 mH i serie med en resistans R = 100 Ω.
Man mäter spänningen U_R = 5 V.

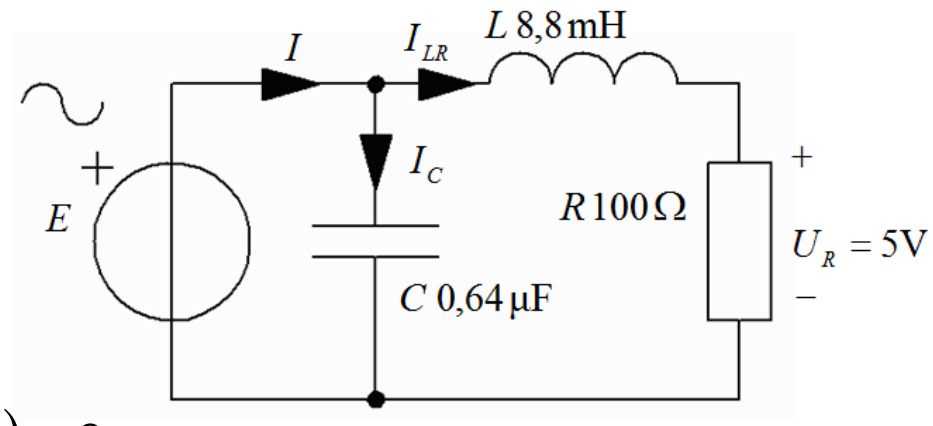
a) Beräkna I_{LR} [mA]
b) Beräkna E [V]
c) Beräkna I_C [mA]
d) Beräkna I [mA]
e) Rita principiellt visardiagram.
(I I_{LR} I_C E U_R)



William Sandqvist william@kth.se

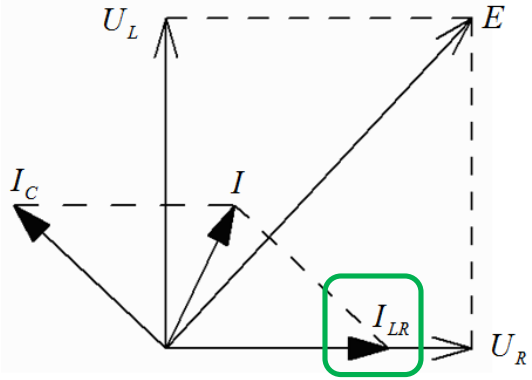
Kvalifikationstal vid tentamen

a) Beräkna I_{LR} [mA]



a) $\underline{U}_R$ *is reference* $\arg(\underline{U}_R) = 0$

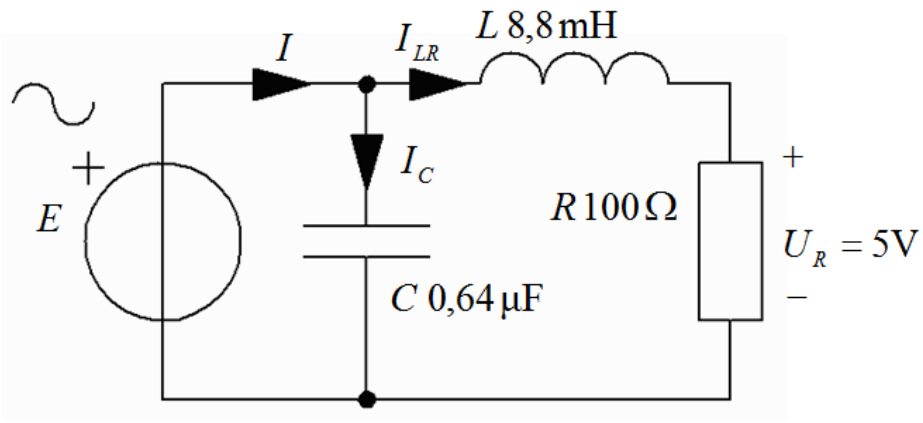
$$U_R = 5 \quad I_{LR} = \frac{5}{100} = 50 \text{ mA}$$



William Sandqvist william@kth.se

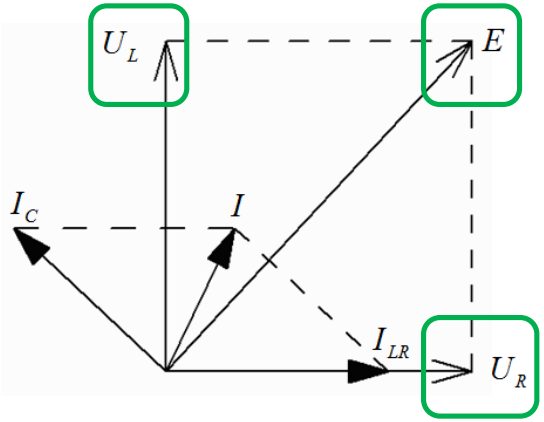
Kvalifikationstal vid tentamen

b) Beräkna E [V]



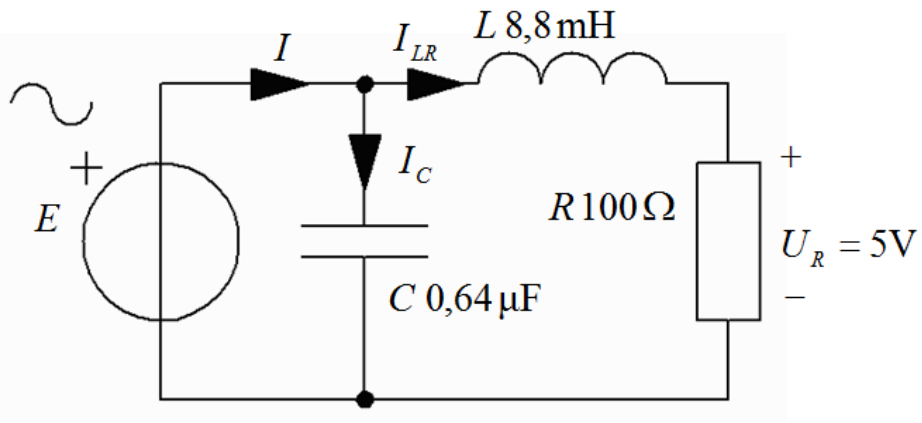
b) $\underline{E} = \underline{U}_L + U_R = I_{LR} \cdot j \cdot 2\pi \cdot 2000 \cdot 8{,}8 \cdot 10^{-3} + 5 =$

$= 5{,}53\,j + 5 \quad E = \sqrt{5{,}53^2 + 5^2} = 7{,}45 \text{ V}$



Kvalifikationstal vid tentamen

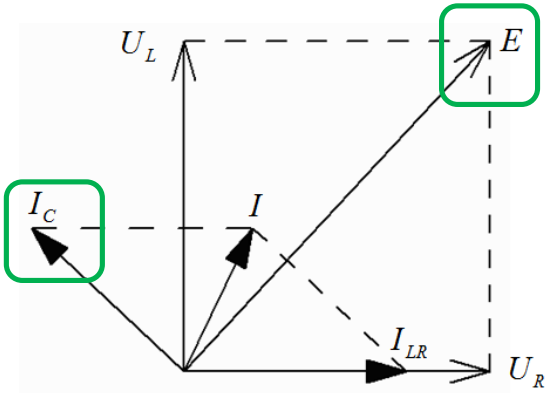
c) Beräkna I_C [mA]



c) $\underline{I}_C = \dfrac{\underline{E}}{1/j\omega C} = \underline{E} \cdot j\omega C =$

$= (5{,}53j + 5) \cdot j \cdot 2\pi \cdot 2000 \cdot 0{,}64 \cdot 10^{-6} =$

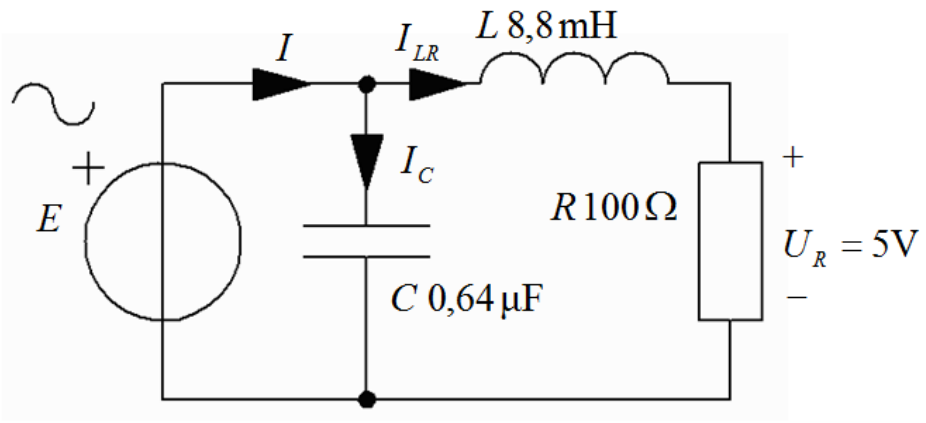
$= (-45 + 40j) \cdot 10^{-3} \quad I_C = \sqrt{40^2 + 45^2} \cdot 10^{-3} = 60 \text{ mA}$



William Sandqvist william@kth.se

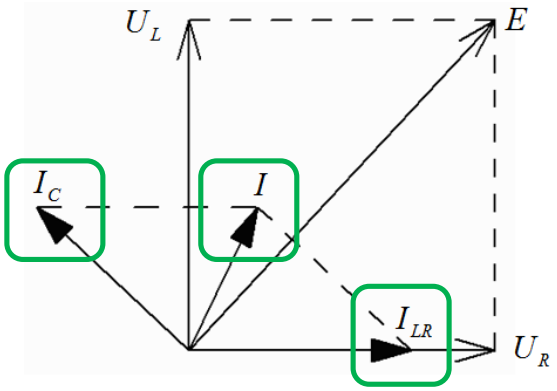
Kvalifikationstal vid tentamen

d) Beräkna I [mA]

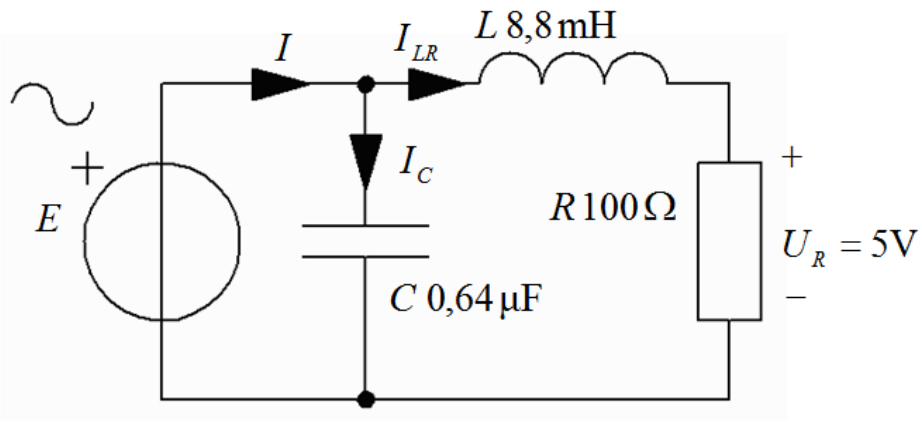


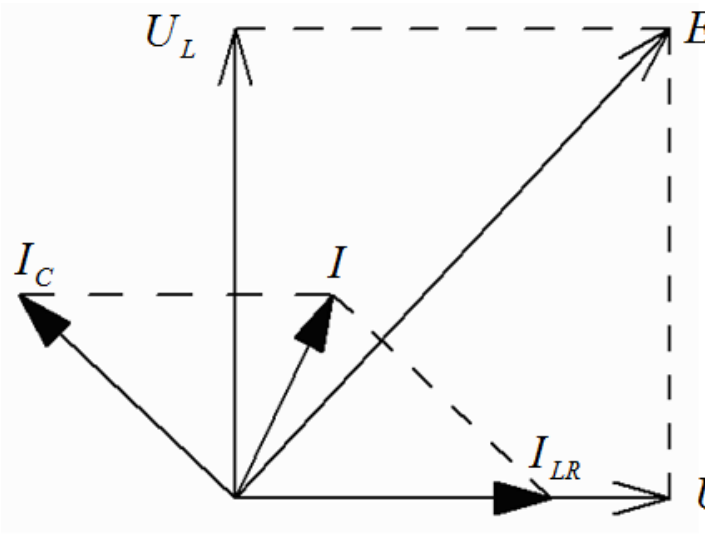
d) $\underline{I} = I_{LR} + \underline{I}_C = (50 - 45 + 40j) \cdot 10^{-3} =$

$= (5 + 40j) \cdot 10^{-3} \quad I = 10^{-3} \cdot \sqrt{5^2 + 40^2} = 40{,}3 \text{ mA}$



Kvalifikationstal vid tentamen





William Sandqvist william@kth.se

William Sandqvist william@kth.se