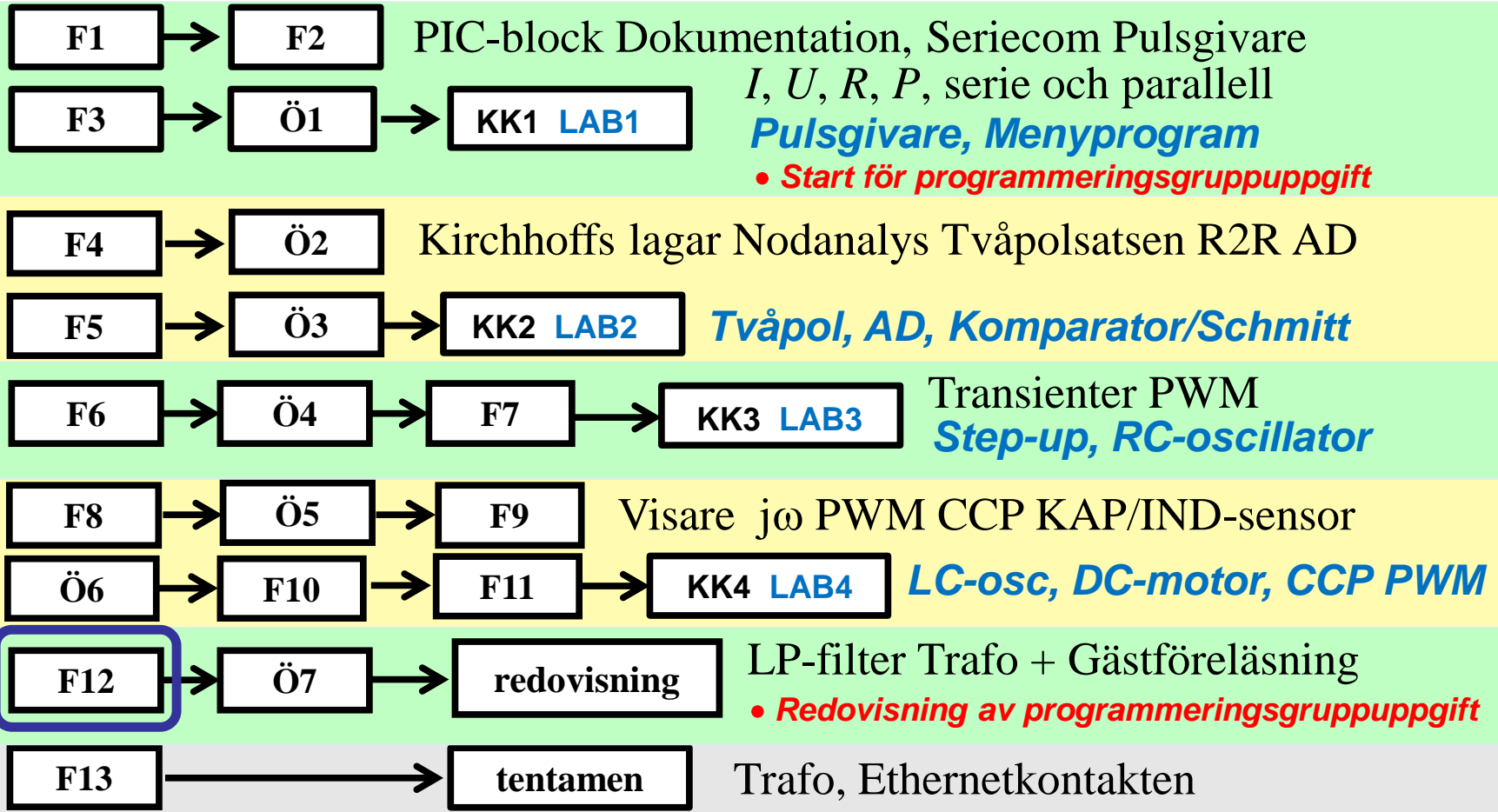
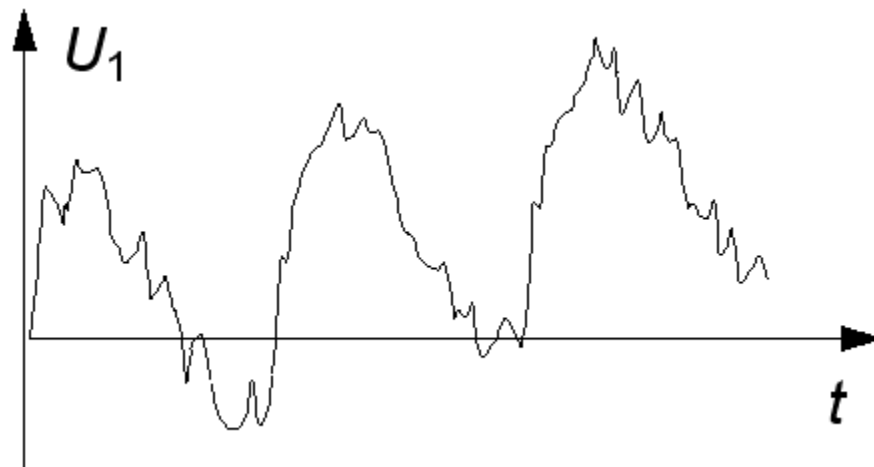


IE1206 Inbyggd Elektronik



En verklig signal ...



Verkliga signaler är svårtolkade. De är ofta störda av brus och brum.

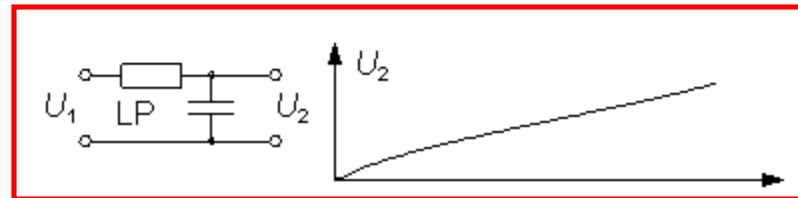
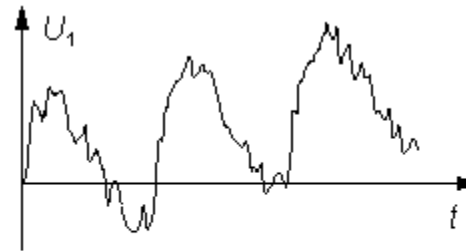
Brum är vårt 50 Hz nät som inducerats in i signalledningarna.

Brus är slumpmässiga störningar från förstärkare (eller t.o.m. resistorer).

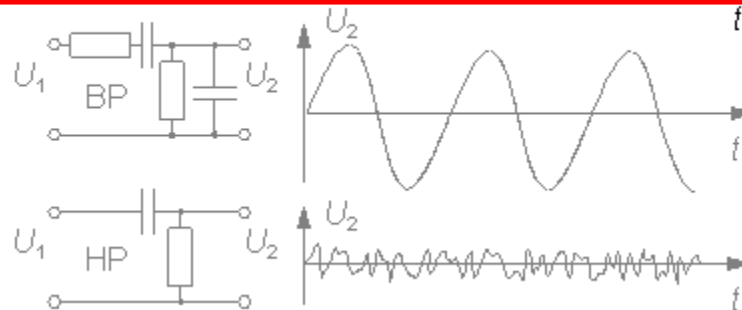
Kanske likspänning ...

Kanske är signalen en långsamt ökande **likspänning** från tex. en temperaturgivare?

I så fall kan störningarna bestå av 50 Hz *brum* och högfrekvent *brus*.



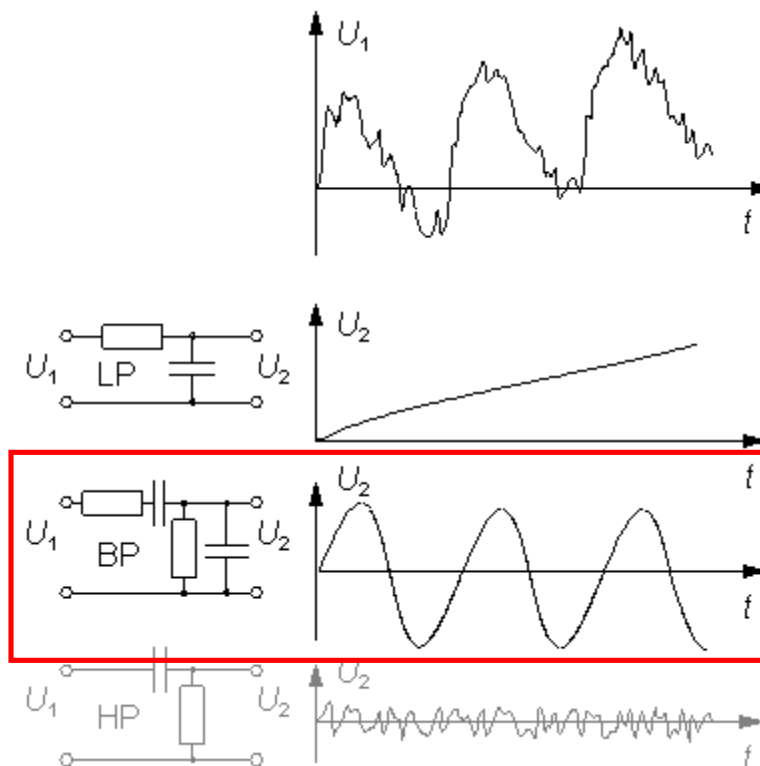
Ett **LP-filter** (=LågPass) filtrerar bort störningarna och lyfter fram signalen



Kanske sinuston ...

Kanske är signalen en *sinuston*?

I så fall kan störningarna bestå av att likspänningsnivån långsamt ändrar sig, *drift*, och att *brus* tillkommit.

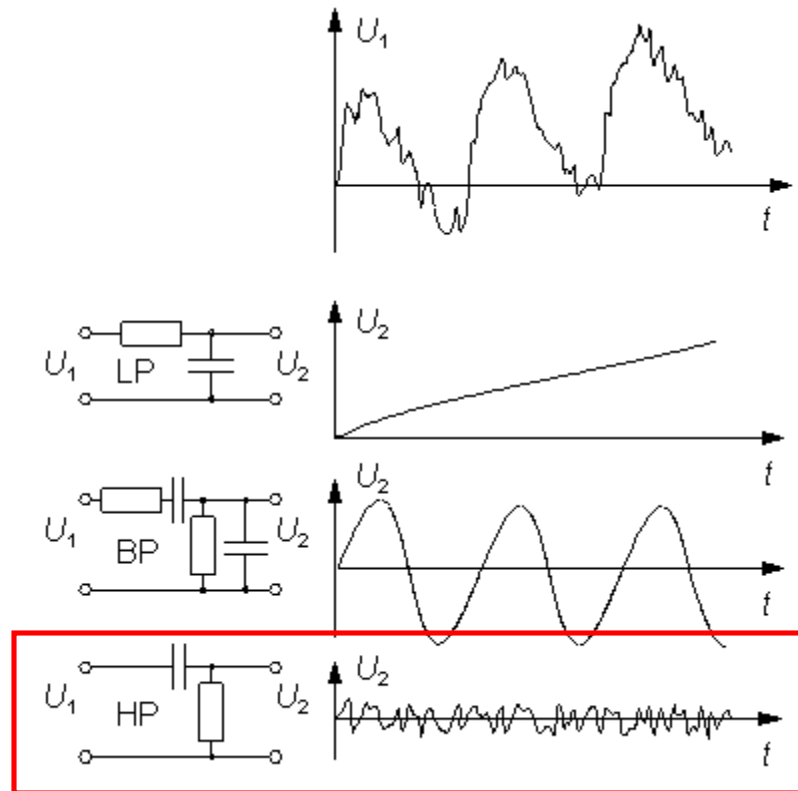


Ett **BP-filter** (BandPass) blockerar driften och filtrerar bort bruset.

Kanske snabba variationer ...

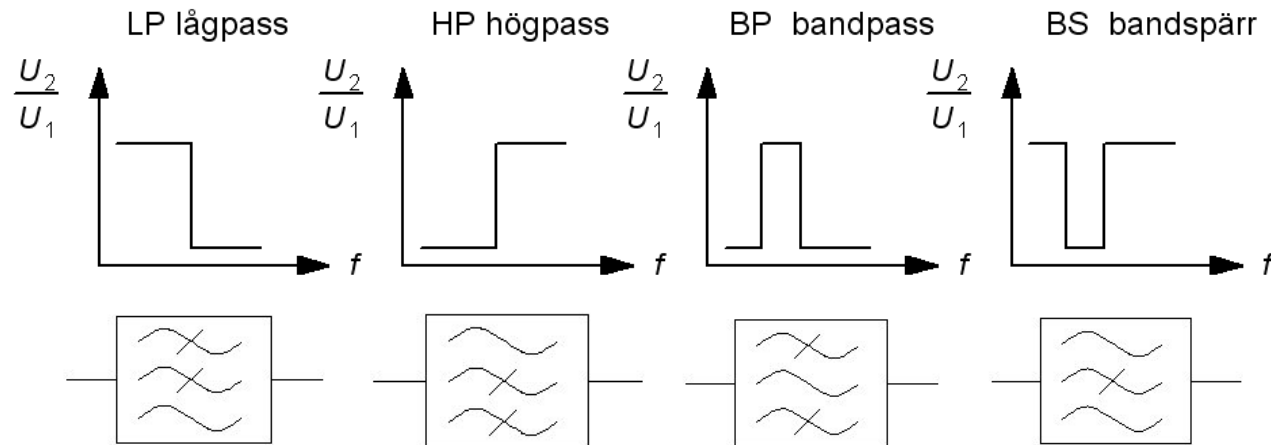
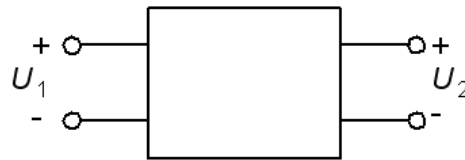
Kanske är signalen de *snabba variationerna*?

I så fall kan störningarna bestå av att likspänningsnivån långsamt ändrar sig, *drift*, och att *brum* tillkommit.



Ett **HP-filer** (HögPass) filtrerar bort störningarna och lyfter fram signalen.

LP HP BP BS

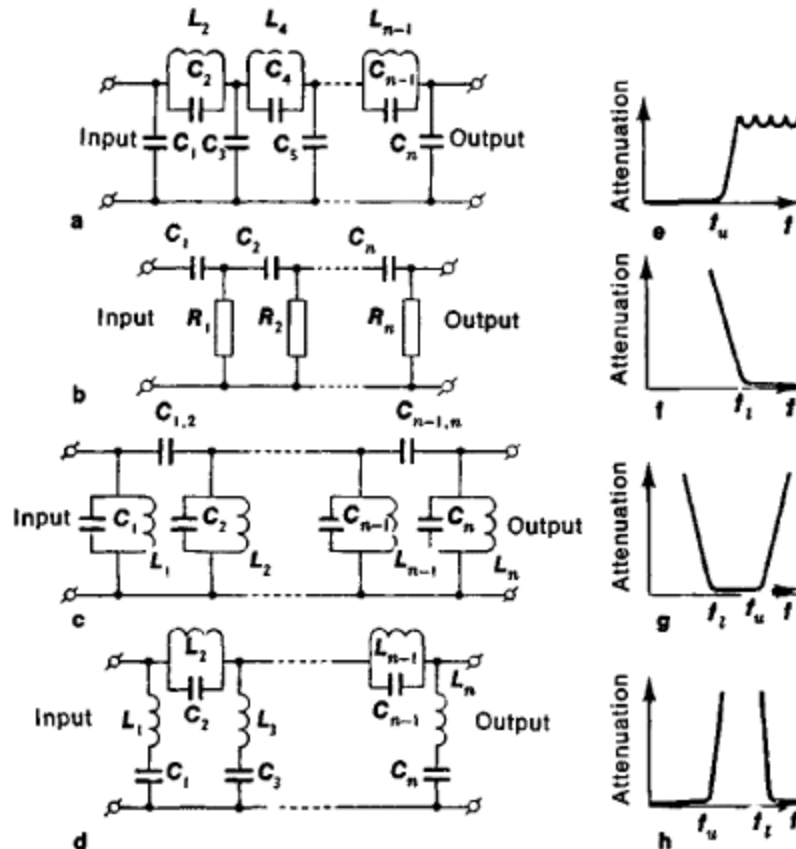


BP eller BS filtren kan ses som olika kombinationer av LP och HP filter.

William Sandqvist william@kth.se

(RLC-Filter)

Med R L och C kan man bygga effektiva **filter**, och detta var förr en av de viktigaste grenarna inom elektroniken.



Enkla Filter

Induktanser är mer komplicerade att tillverka än kondensatorer och resistorer, därför används oftast bara kombinationen R och C .

Snabba datorer kan filtrera signaler digitalt. Att beräkna en signals *löpande medelvärde* kan tex. motsvara LP-filtrering.

Numera dominerar den digitala filtertekniken över den analoga.

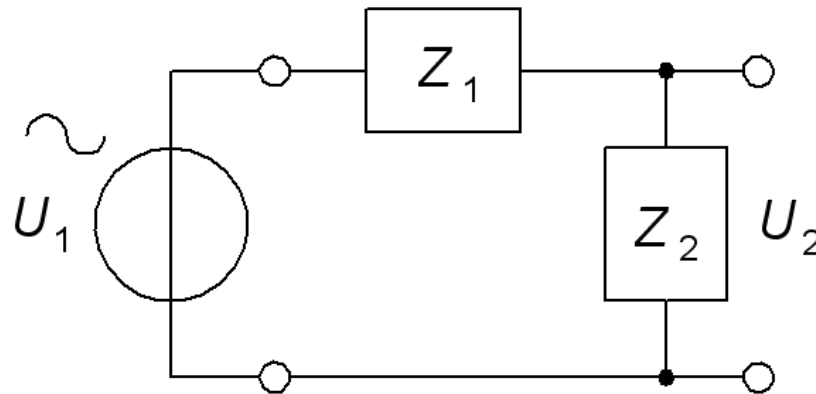
Enkla RC-filter ingår naturligt i de flesta mätinstrument, eller t.o.m. uppkommer av ”sig självt” när man kopplar samman utrustningar.

Detta är anledningen till att man måste känna till och kunna räkna på enkla RC-länkar, trots att de som filter betraktat är *mycket ofullständiga*.

William Sandqvist william@kth.se

Spänningsdelarens överföringsfunktion

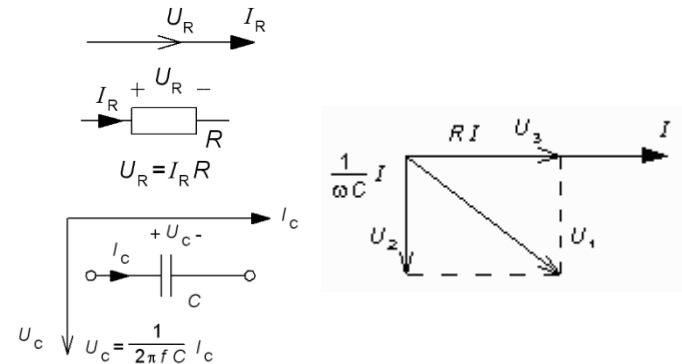
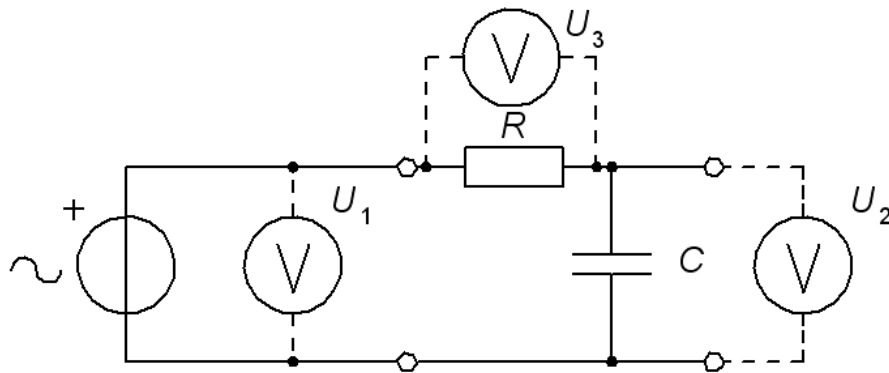
Enkla filter är ofta utformade som spänningsdelare. Ett filters **överföringsfunktion**, $H(\omega)$ eller $H(f)$, är kvoten mellan utspänning och inspänning. Den kvoten får man *direkt* från spänningsdelningsformeln!



$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \Rightarrow \boxed{\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}}$$

William Sandqvist william@kth.se

RC LP-filtret, visare

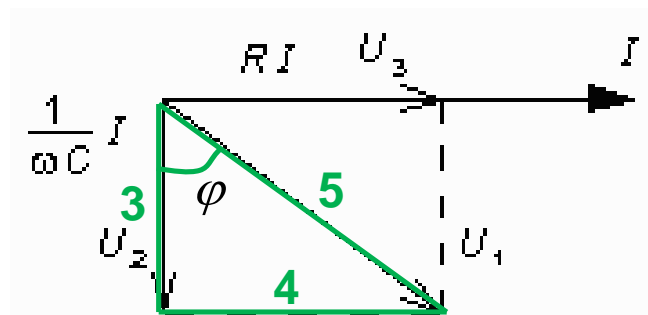


Visardiagram: R och C har strömmen I gemensamt. Spänningen över resistorn och spänningen över kondensatorn blir därför vinkelräta.

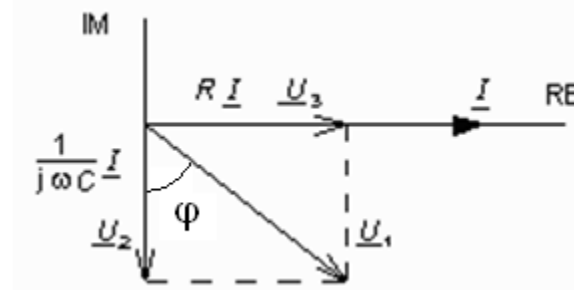
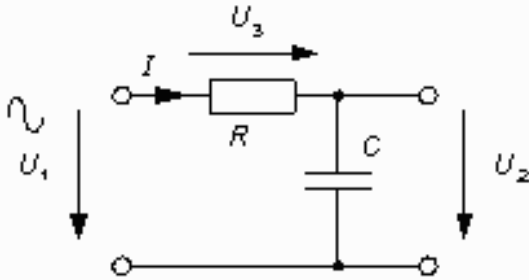
Pythagoras sats kan användas:

$$U_1^2 = U_3^2 + U_2^2$$

$$|\varphi| = \arctan \frac{U_2}{U_3}$$



RC LP-filtret, $j\omega$

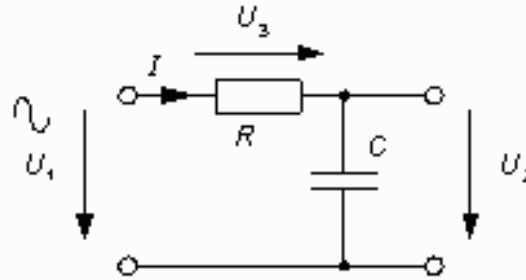


$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{j\omega C}{j\omega C} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

$$\varphi = \arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right) = \arg(1) - \arg(1 + j\omega RC) = 0 - \arctan\left(\frac{\omega RC}{1}\right) = -\arctan(\omega RC)$$

RC LP-filtret, $H(\omega)$



$$\underline{H} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

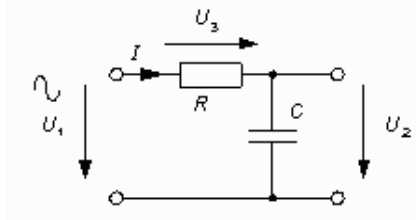
$$\text{abs}(\underline{H}) = H = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

$$\arg(\underline{H}) = -\arctan(\omega RC)$$

Vid den vinkelfrekvens då $\omega RC = 1$, blir nämnarens realdel och imagindel lika. Detta är filtrets gränsfrekvens.

$\omega \approx 0$	$\omega \approx \frac{1}{RC}$ $\omega RC = 1$	$\omega \gg \frac{1}{RC}$	$\omega \rightarrow \infty$
$\frac{U_2}{U_1} \approx \frac{1}{\sqrt{1+0}} \approx 1$	$\frac{U_2}{U_1} \approx \frac{1}{\sqrt{1^2+1^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,71$	$\frac{U_2}{U_1} \approx \frac{1}{\omega RC}$ avtar med ω 0,1ggr/dekad	$\frac{U_2}{U_1} \rightarrow 0$
$\arg\left(\frac{U_2}{U_1}\right) \approx \arctan 0 \approx 0^\circ$	$\arg\left(\frac{U_2}{U_1}\right) \approx 0 - \arctan 1 = -45^\circ$	$\arg\left(\frac{U_2}{U_1}\right) \approx -\arctan(\omega RC)$	$\arg\left(\frac{U_2}{U_1}\right) \rightarrow -90^\circ$

LP-Beloppsfunktionen

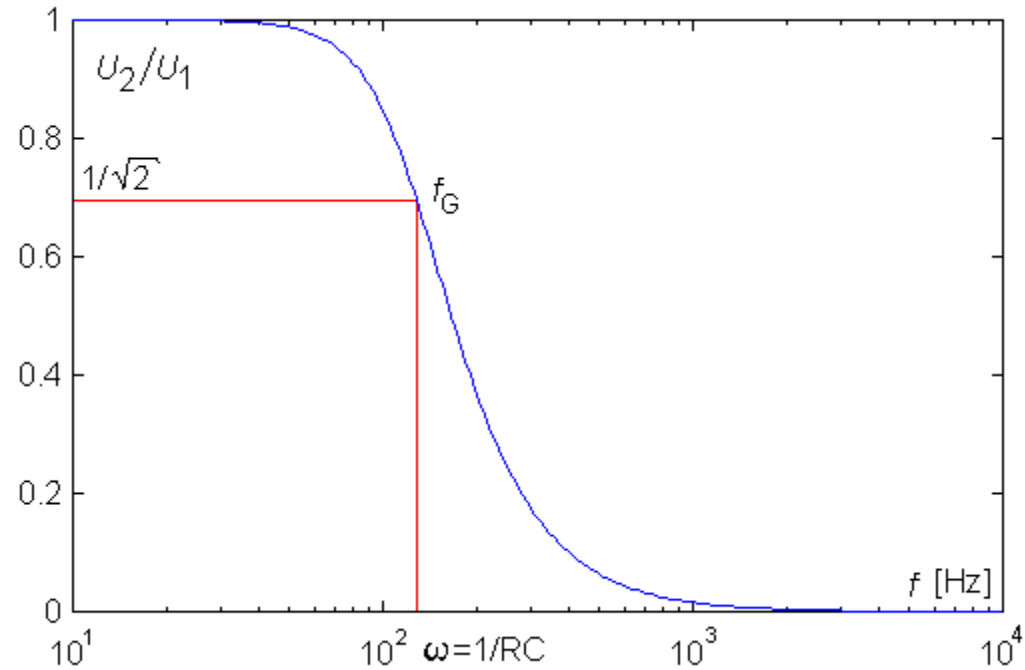


$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

$$C = 1 \text{ }\mu\text{F}$$

$$f_G = \frac{1}{2\pi \cdot 1 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}$$

$\approx 160 \text{ Hz}$

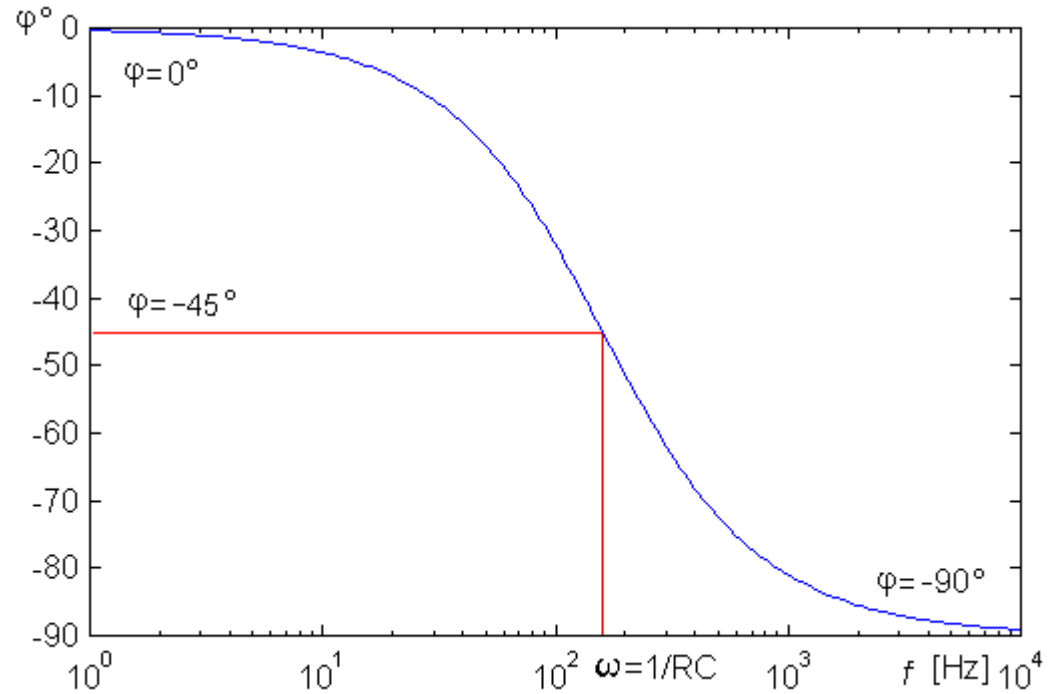
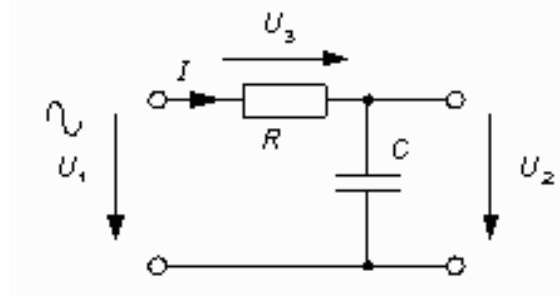


$$H = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

$$\omega_G = \frac{1}{RC}$$

$$f_G = \frac{1}{2\pi RC}$$

LP-Fasfunktionen

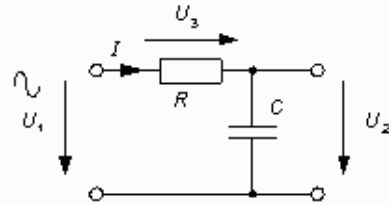


$$\varphi = \arg(\underline{H}) = -\arctan(\omega RC)$$

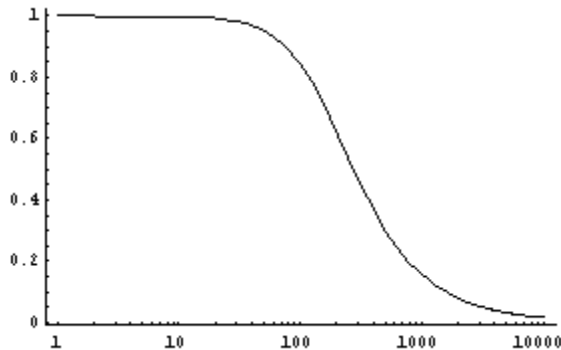
Grafik med Mathematica

Mathematica har kommandon för komplexa tals belopp (**abs[]**) och argument (**arg[]**, i radianer).

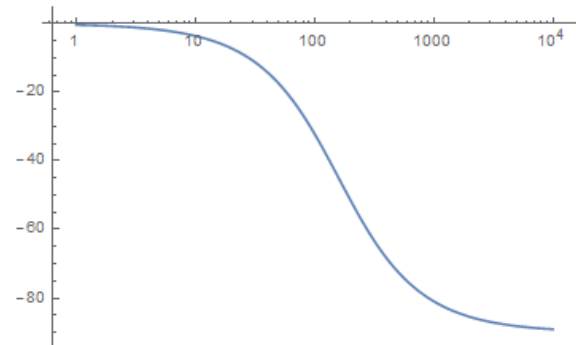
```
r=1*10^3;  
c=1*10^-6;  
u2u1[f_]:=1/(1+I*2*Pi*f*r*c);  
LogLinearPlot[Abs[u2u1[f]],{f,1,10000},PlotRange->All,PlotPoints->100];  
LogLinearPlot[(180/Pi)*Arg[u2u1[f]],{f,1,10000},  
PlotRange->All,PlotPoints->100];
```



Tryck **SHIFT + ENTER** för att utföra beräkningen.



Beloppskurvan

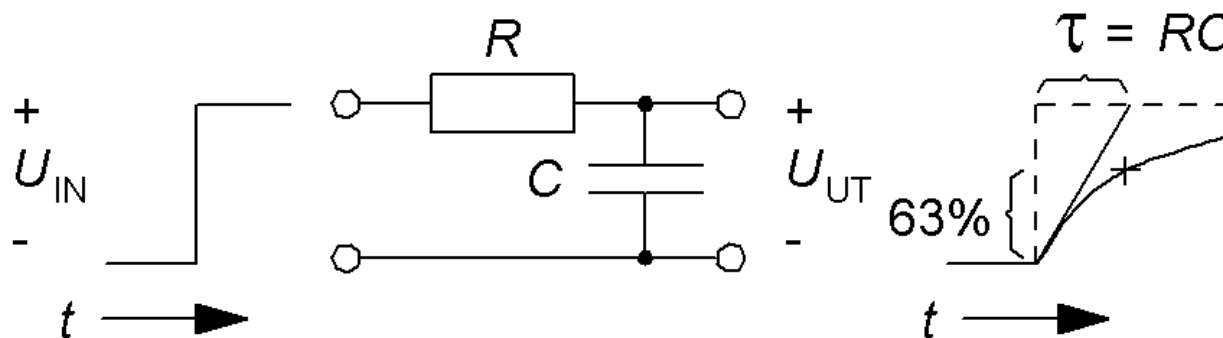


Faskurvan [grader] ($[\text{rad}] \times 180/\pi$)

RC Två sidor av samma mynt

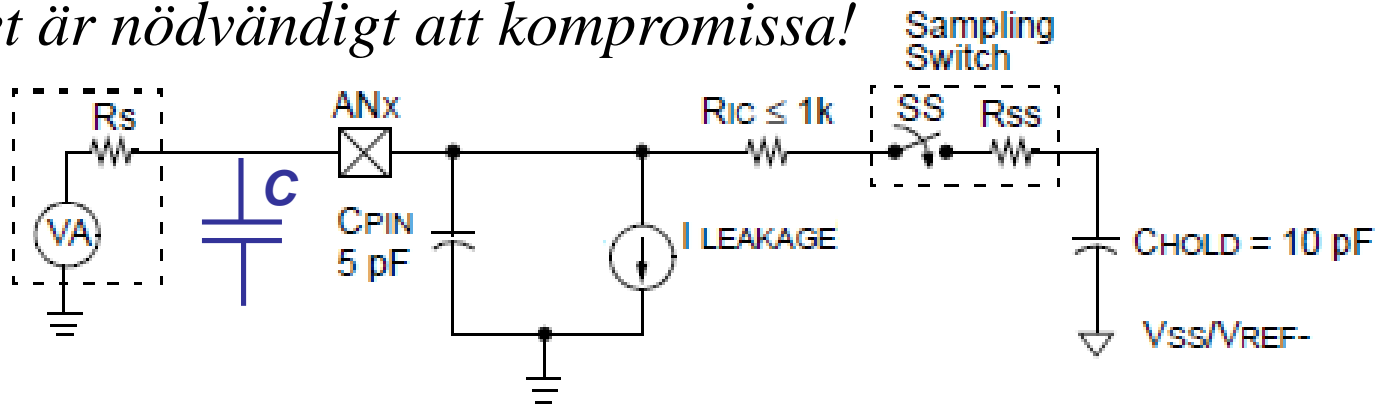
$$\omega_G = \frac{1}{RC} \quad \tau = RC$$

Låg **gränsfrekvens** ω_G undertrycker störningar bra, men det innebär en lång **tidkonstant** τ som gör att det tar lång tid innan U_{UT} når slutvärdet och kan avläsas.



(AD-omvandlarens LP-filter)

- *Det är nödvändigt att kompromissa!*

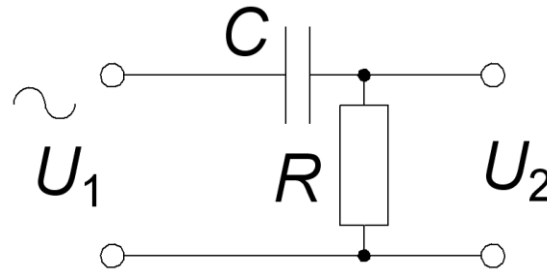


För att ta bort brus i insignalen till AD-omvandlaren brukar man lägga till en kondensator C .

- R_S får inte ha större värde än $10\text{k}\Omega$ – då riskerar man att förlora *noggrannhet* på grund av läckströmmen I_{LEAKAGE} .
- Vid samplingen tas laddning från C till samplingskondensatorn C_{HOLD} . C bör därför vara åtminstone 1024 ggr större än C_{HOLD} (10pF) om man inte vill förlora *noggrannhet*.
- $C \cdot R_S$ ger gränshfrekvensen för hur *snabba* signaler AD-omvandlaren kan följa.

William Sandqvist william@kth.se

RC HP-filtret, $j\omega$

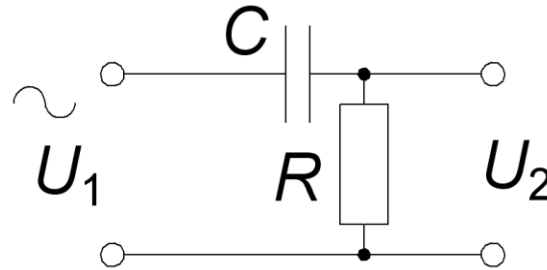


$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{j\omega C}{j\omega C} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad = \text{arccot}()$$

$$\arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right) = \arg(j\omega RC) - \arg(1 + j\omega RC) = 90^\circ - \arctan\left(\frac{\omega RC}{1}\right) = \arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right)$$

RC HP-filtret, $H(\omega)$

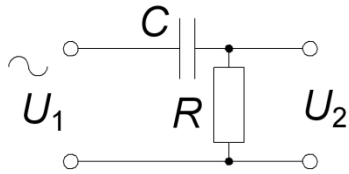


$$\underline{H} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \quad \text{abs}(\underline{H}) = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad \text{arg}(\underline{H}) = \arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right)$$

Vid den vinkelfrekvens då $\omega RC = 1$, blir nämnarens realdel och imagindel lika. Detta är filtrets gränsfrekvens.

$\omega \approx 0$	$\omega \ll \frac{1}{RC}$	$\omega = \frac{1}{RC}$	$\omega \rightarrow \infty$
$\frac{U_2}{U_1} \approx 0$	$\frac{U_2}{U_1} \approx \frac{\omega RC}{1+0} \approx \omega RC$ stiger med ω 10ggr/dekad	$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,71$	$\frac{U_2}{U_1} \rightarrow 1$
$\arg\left(\frac{U_2}{U_1}\right) \approx \arg\left(\frac{\approx j}{1+0 \cdot j}\right) = \arg j = 90^\circ$	$\arg\left(\frac{U_2}{U_1}\right) \approx 90^\circ - \arctan(\omega RC)$	$\arg\left(\frac{U_2}{U_1}\right) \approx 90^\circ - \arctan 1 = 45^\circ$	$\arg\left(\frac{U_2}{U_1}\right) = 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$

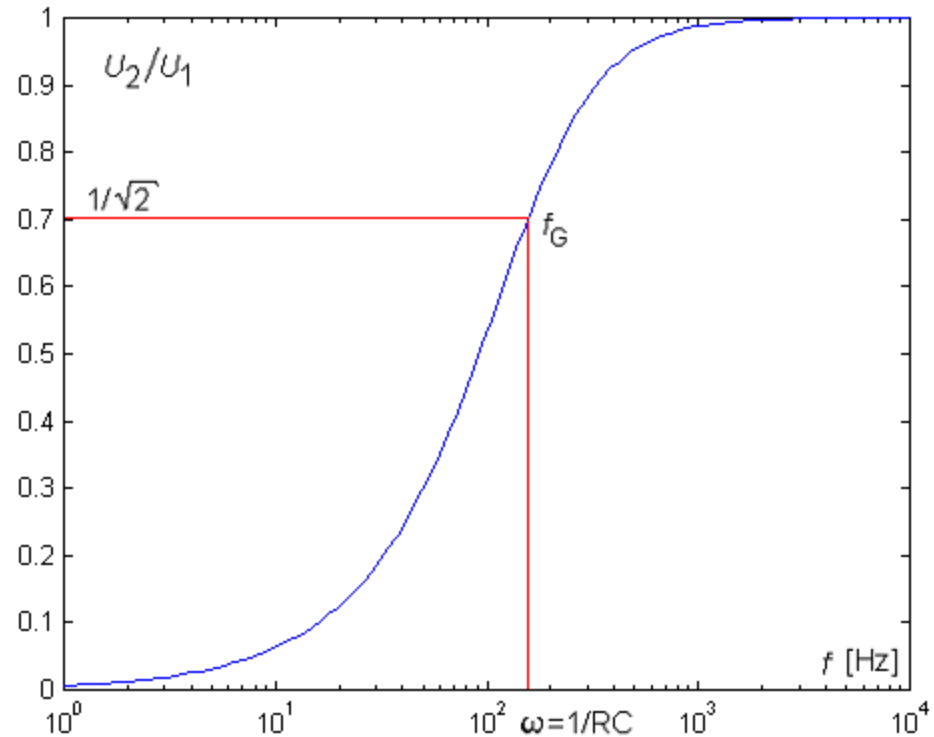
HP-Beloppsfunktioner



$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

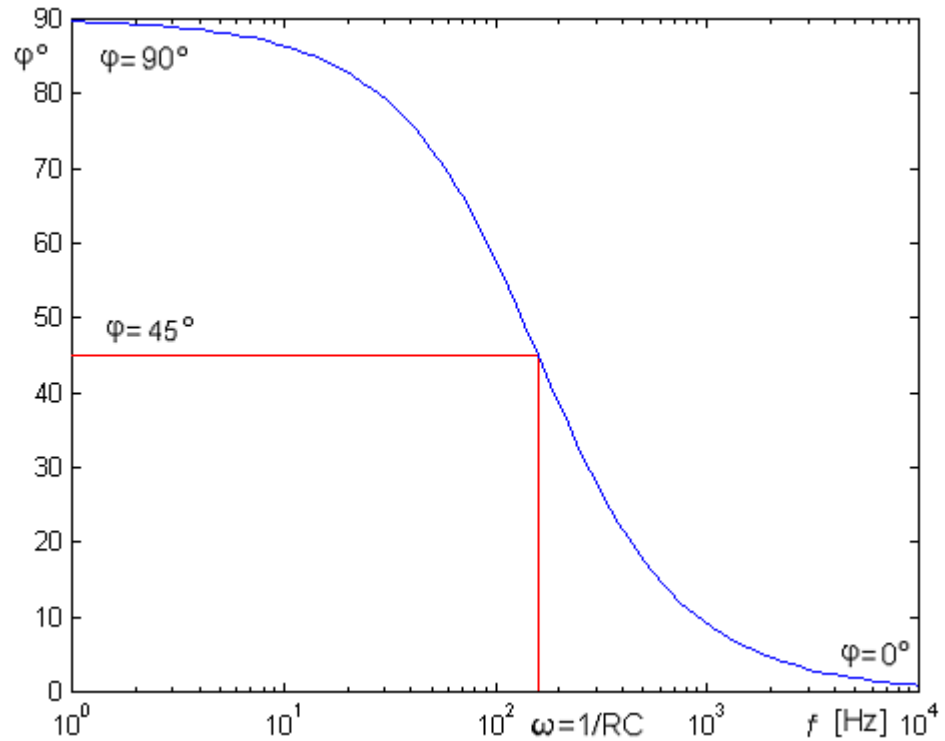
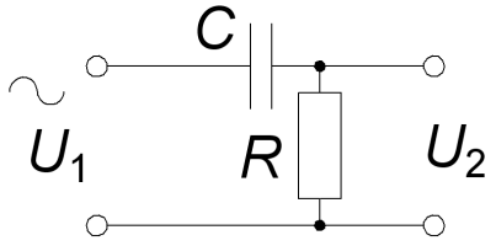
$$C = 1 \text{ }\mu\text{F}$$

$$f_G = \frac{1}{2\pi \cdot 1 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}$$
$$\approx 160 \text{ Hz}$$



$$\text{abs}(\underline{H}) = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

HP-Fasfunktionen

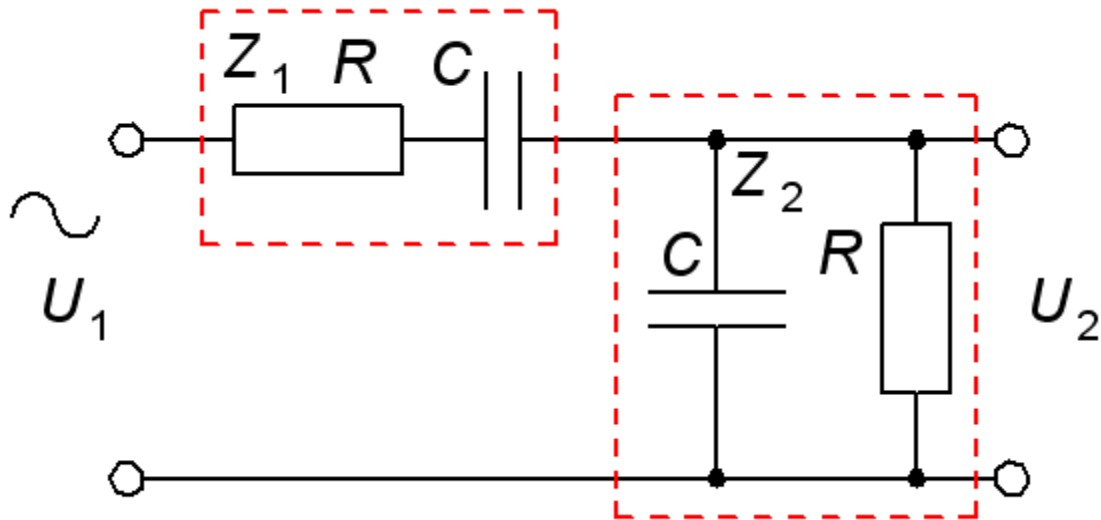


$$\varphi = \arg(\underline{H}) = \arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right)$$

William Sandqvist william@kth.se

Wienbryggan (14.5)

Undersöktes av Max Wien 1891

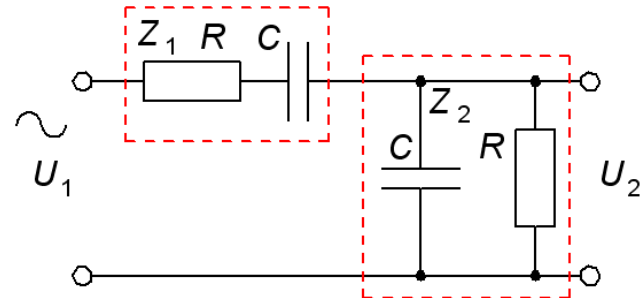


För en viss frekvens är U_1 och U_2 i fas. Vilken?

Wienbryggan

$$\underline{Z}_1 = R + \frac{1}{j\omega C}$$

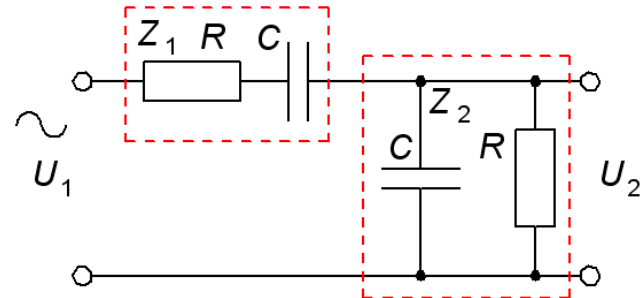
$$\underline{Z}_2 = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{j\omega C}{j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$



U_1 och U_2 är i fas om överföringsfunktionens imaginärdel är 0!

Wienbryggan

$$\underline{Z}_1 = R + \frac{1}{j\omega C}$$
$$\underline{Z}_2 = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{j\omega C}{j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$



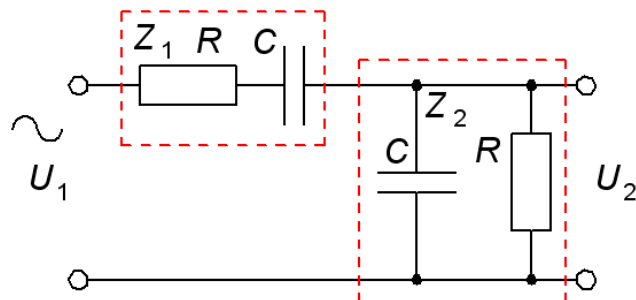
U_1 och U_2 är i fas om överföringsfunktionens imaginärdel är 0!

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{R}{1 + j\omega RC}}{R + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R}{1 + j\omega RC}}$$

Wienbryggan

$$\underline{Z}_1 = R + \frac{1}{j\omega C}$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{j\omega C}{j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$



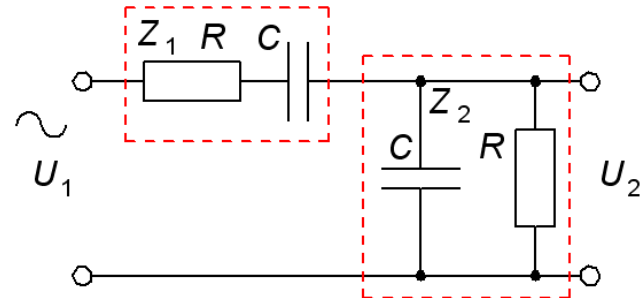
U_1 och U_2 är i fas om överföringsfunktionens imaginärdel är 0!

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{R}{1 + j\omega RC}}{R + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R}{1 + j\omega RC}} \cdot \frac{(1 + j\omega RC)}{R} = \frac{1}{R \cdot \frac{(1 + j\omega RC)}{R} + \frac{1}{j\omega C} \cdot \frac{(1 + j\omega RC)}{R} + 1} =$$

Wienbryggan

$$\underline{Z}_1 = R + \frac{1}{j\omega C}$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{j\omega C}{j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$



U_1 och U_2 är i fas om överföringsfunktionens imaginärdel är 0!

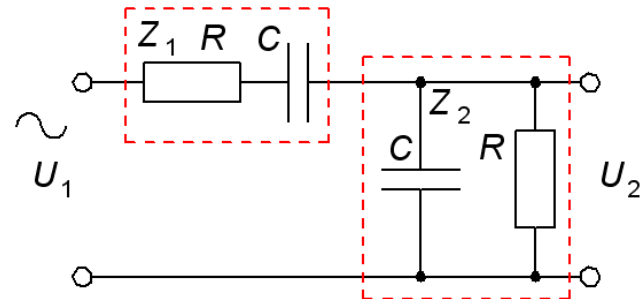
$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{1 + j\omega RC + \frac{1}{j\omega RC} + 1 + 1} = \frac{1}{3 + j\omega RC + \frac{1}{j\omega RC}} = \frac{1}{3 + j\left(\omega RC - \frac{1}{\omega RC}\right)}$$

$$= 0$$

Wienbryggan

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{3 + j(\omega RC - \frac{1}{\omega RC})} \Rightarrow$$

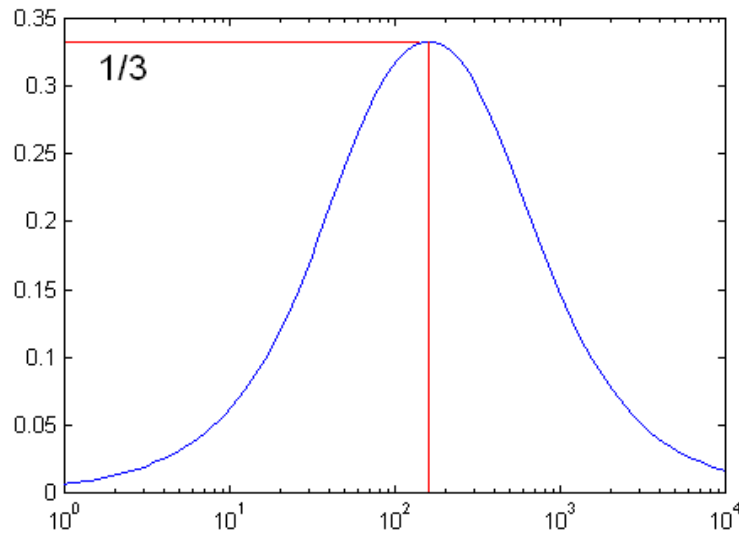
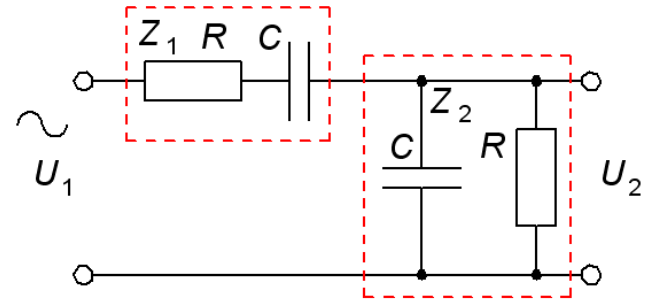
$$\omega RC - \frac{1}{\omega RC} = 0 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{RC}$$



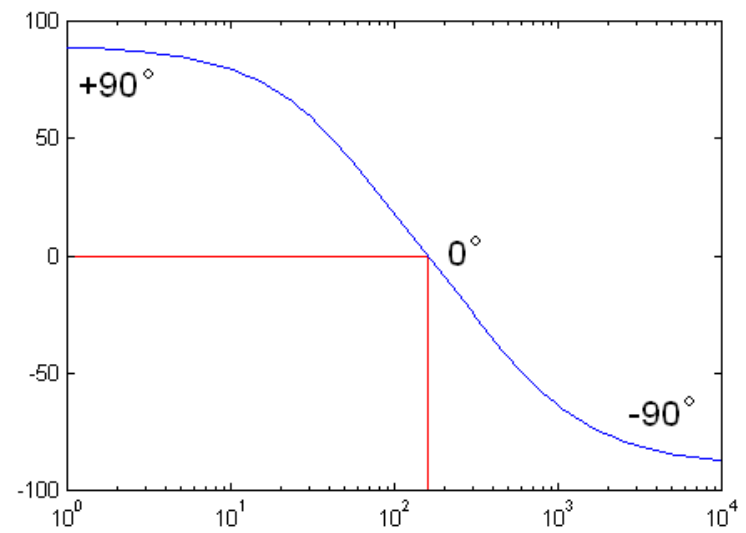
$\omega \approx 0$	$\omega = \frac{1}{RC} \quad (\omega RC - \frac{1}{\omega RC}) = 0$	$\omega \approx \infty$
$\frac{U_2}{U_1} \approx \frac{1}{\sqrt{\dots + (-\infty)^2}} \approx 0$	$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\sqrt{3^2 + 0^2}} = \frac{1}{3} \approx 33\%$	$\frac{U_2}{U_1} \approx \frac{1}{\sqrt{\dots + (\infty)^2}} \approx 0$
$\arg\left(\frac{U_2}{U_1}\right) \approx \arg\left(\frac{1}{\dots + (-\infty \cdot j)}\right) = 90^\circ$	$\arg\left(\frac{U_2}{U_1}\right) = \arg\left(\frac{1}{1 + j \cdot 0}\right) = 0^\circ$	$\arg\left(\frac{U_2}{U_1}\right) \approx \arg\left(\frac{1}{\dots + \infty \cdot j}\right) \approx -90^\circ$

Wienbryggan

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$



Beloppskurva

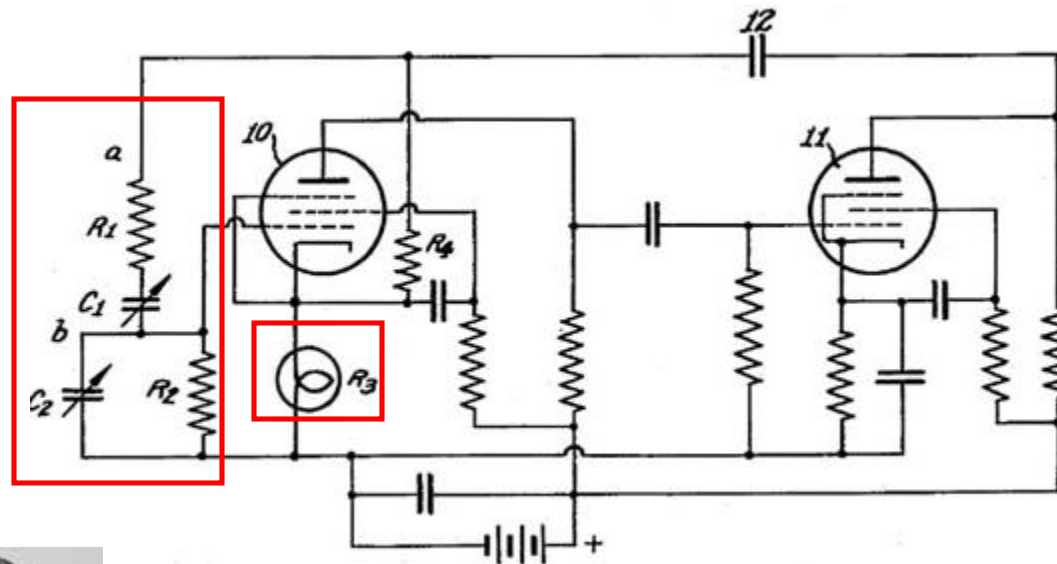


Faskurva

Wienbryggan är ett bandpassfilter.

William Hewletts examensarbete

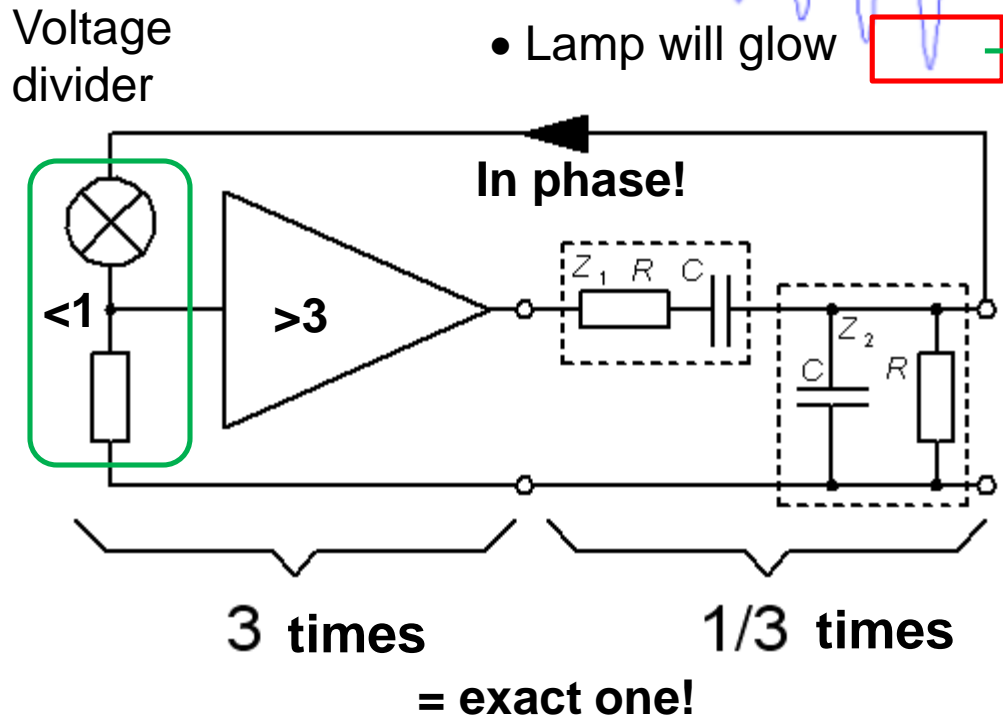
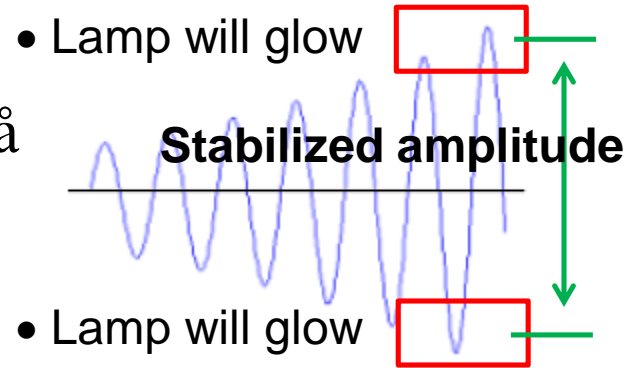
Masteruppsats 1930. Wienbrygga med glödlampa!



William Hewletts examensarbete

Hewlett konstruerade en tongenerator. Wienbryggan dämpar signalen till $1/3$ så han behövde en stabil förstärkare med *exakt* tre gångers förstärkning.

Glödlampan stabiliserar signalen. Om amplituden blir för stor värms glödlampan upp och då *dämpas* signalen i spänningsdelaren på förstärkarens ingång.



The Palo Alto garage the birthplace of **Silicon Valley**



*Vilket världsföretag kommer Du att grunda med **ditt** exjobb?*

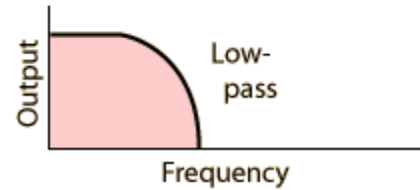
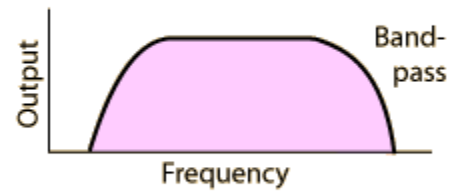
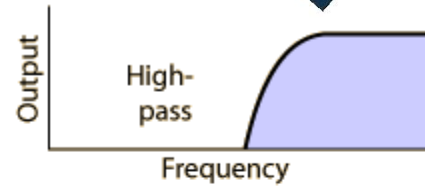
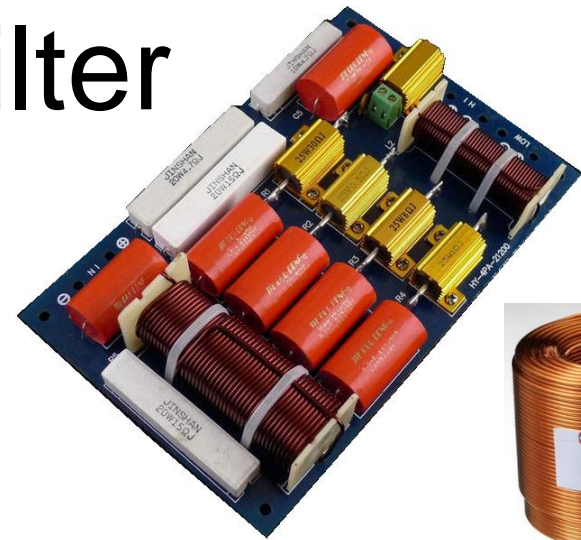
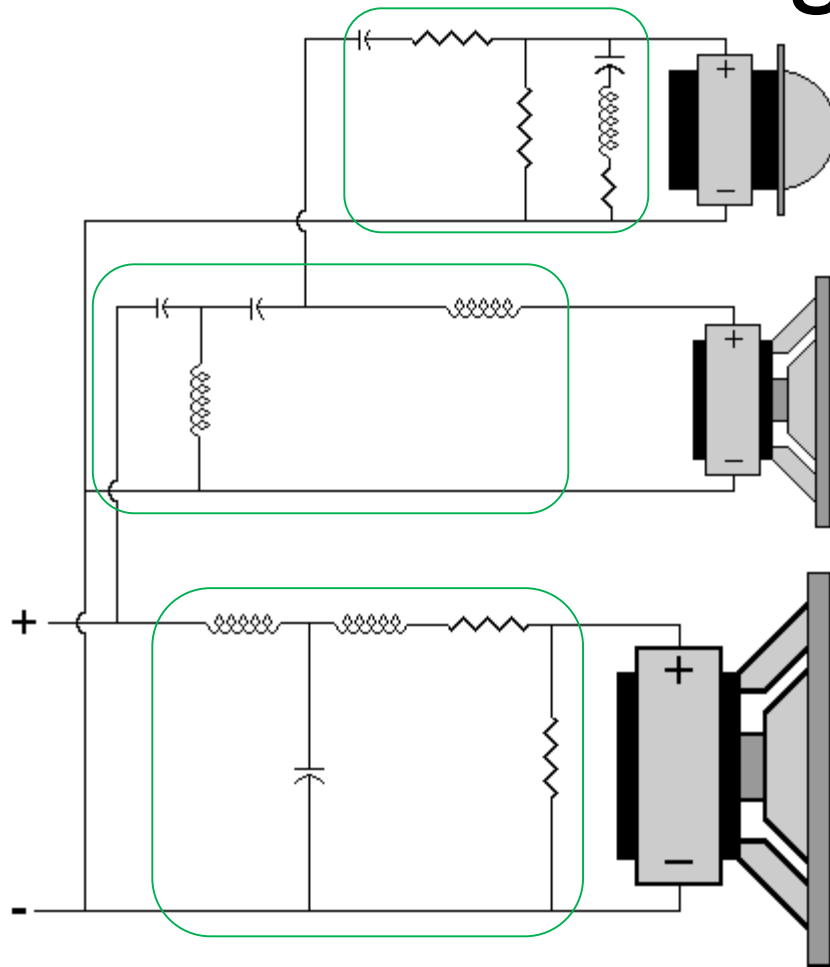
William Sandqvist william@kth.se

När används filter?



En högtalare kan inte ensam klara alla toner!

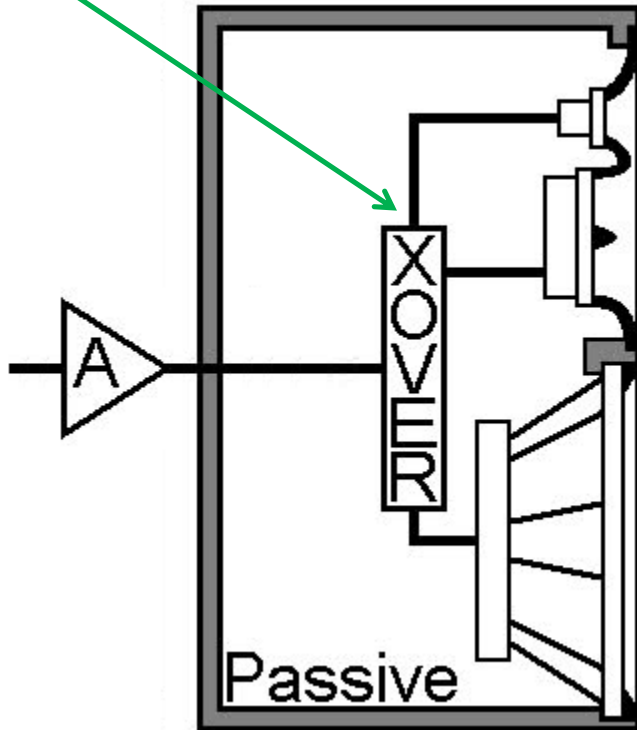
Delningsfilter



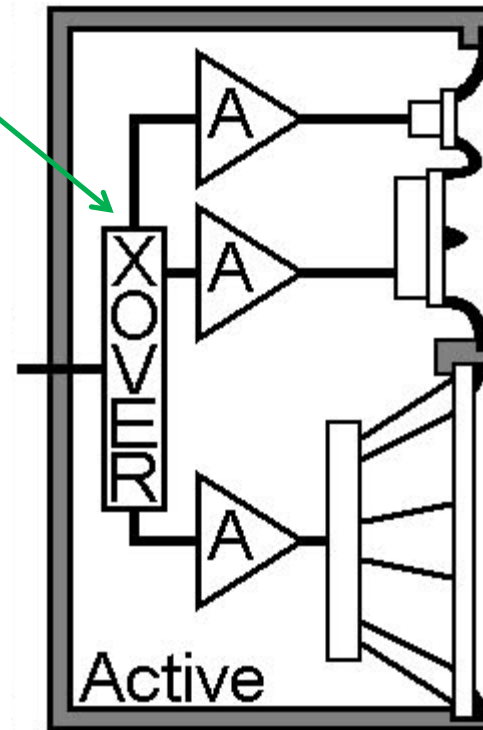
Delningsfiltret **fördelar** tonerna mellan högtalarna.

Passiv/Aktiv högtalare

- Analogt delningsfilter $R L C$



- Digitalt delningsfilter = datorprogram

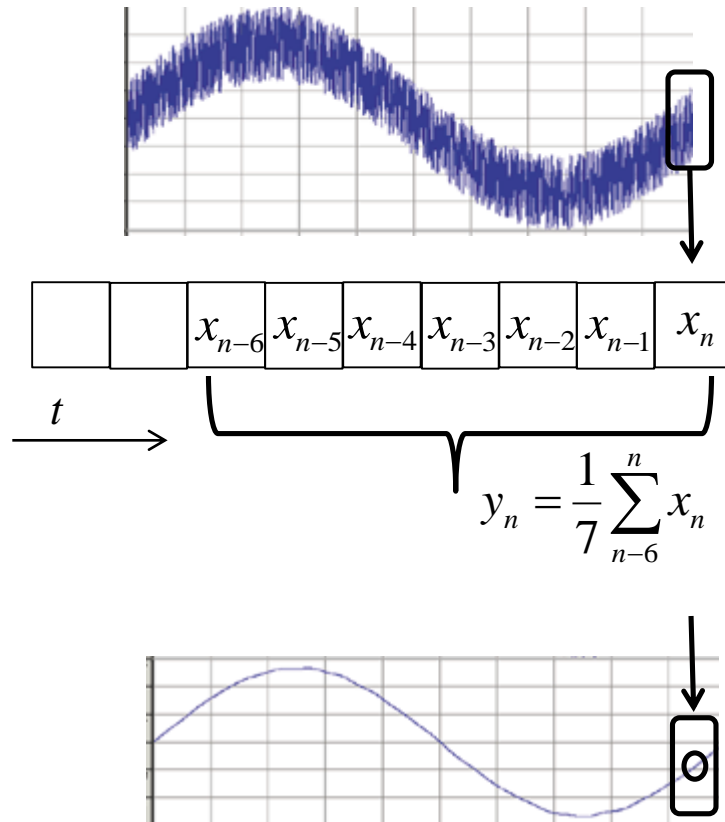


När förstärkaren är inbyggd i högtalaren blir det möjligt att använda digitala delningsfilter. (XOVER = crossover filter)

William Sandqvist william@kth.se

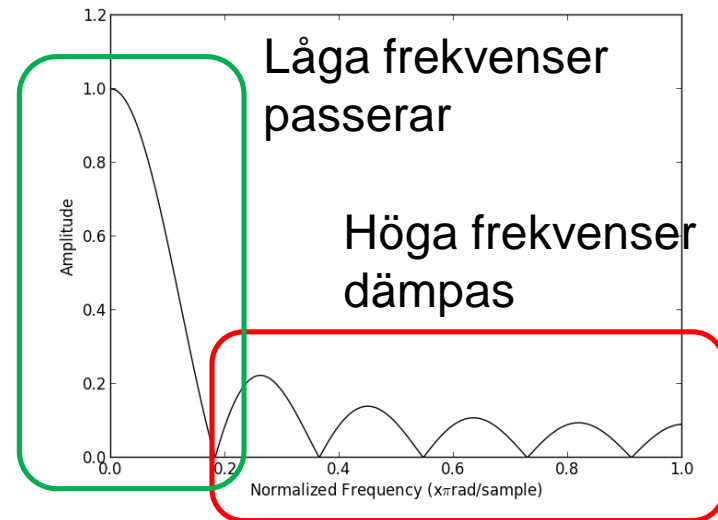
(Digitalt filter)

Ex. ett "rullande" medelvärde med de 7 senaste mätvärdena.



- Brusig signal

LP-filter



- Filtrerad signal

Det finns mycket bättre digitala filter än detta ...

William Sandqvist william@kth.se