

Övning 1 Akustik

Teori: Kap. 16; boken.

Håkan Wennlöf
hwennlof@kth.se

Intensitet är effekt per yta

$$I = \frac{P}{A} \quad \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

där P är effekt, och A ytan den är spridd över.

För ljudvåg gäller

$$I = \frac{1}{2} a^2 \cdot \omega^2 \cdot Z, \quad \text{där}$$

a är förskjutningsamplituden, $\omega = 2\pi f$ är vinkelfrekvensen, och $Z = \rho \cdot c$ är den akustiska impedansen för materialet vägen rör sig i.

ρ är densiteten, c är ljudhastigheten i materialet.

$$Z_{\text{luft}} \approx 420 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}, \quad Z_{\text{vatten}} \approx 1,5 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}.$$

Har även $I = \frac{p_{\text{max}}^2}{2Z}$, där p_{max} är

tryckamplituden $\left[\text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$.

Ljudintensitetsnivå: Logaritmisk skala för intensitet

$$B = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) \quad [\text{dB (enhetslös)}]$$

I_0 är referensintensitet. Oftast satt till threshold of hearing;

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

Övning 2

Håkan Wennlöf
hwennlof@kth.se

Teori

• Coulombs lag

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

ϵ_0 : elektriska konstanten (vakuumpermittivitet)

$$\epsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

• Elektriskt fält $\vec{E}$ [N/C = V/m]

på avstånd r från laddning.

- Punktladdning q :
$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

- Linjeladdning med laddningsstäthet λ [C/m]

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

- Ytladdning med laddningsstäthet σ [C/m²]

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (\text{avståndsoberoende})$$

För linje- och ytladdning: gäller då $r \ll$ längd på linje/höjd.

E -fält superponeras. Lägg i hop för totala!

• Elektrisk dipol Två motsatta laddningar på $\vec{r}$ avstånd d :



$$\text{Dipolmoment } \vec{p} = q \cdot \vec{d} \quad [\text{C} \cdot \text{m}]$$

• Elektrisk kraft på en laddning q :

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}, \quad \vec{E} \text{ är det yttre elektriska fältet}$$

- Gauss sats

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Integraten över sluten Gaussyta ger totala laddningen som innesluts av ytan.

- Spänning Skillnad i elektrisk potential mellan två punkter, a och b .

$$U_{ab} = U_a - U_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad [V]$$

oberoende av väg.

- Potentuell energi hos laddning q på potential U är energi som krävs för att flytta laddningen från potential 0 till potential U

$$W = q \cdot U \quad [J]$$

Mer allmänt, energi för att flytta från startpotentialen U_1 till slutpotentialen U_2 :

$$W = q(U_2 - U_1)$$

Övning 3

Kondensatorer

Håkan Wennlöf
hwennlof@kth.se

Teori

Kondensator



Lagrar laddning Q , och energi W ,
när man lägger spänning U över den.

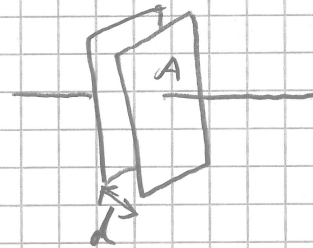
Kapacitans $[F]$ ett mått på lagrade
laddningen $C = \frac{Q}{U}$ $[F = \frac{C}{V}]$

$$W = \frac{1}{2} C U^2$$

$$Q = C U$$

Plattkondensator

Två elektriskt ledande plattor, area A ,
avstånd d mellan



Kapacitans

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

ϵ_r relativa permittiviteten

materialen mellan plattorna. Materialparameter

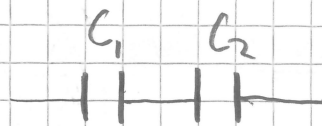
ϵ_0 elektriska konstanten, vakuumpermittiviteten.

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

E - fältstyrkan mellan plattorna

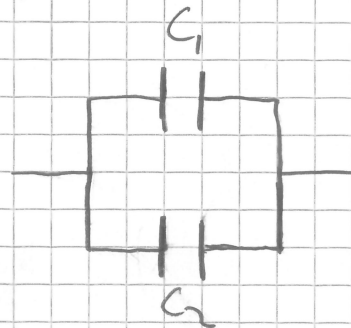
$$E = \frac{U}{d}$$

Seriekoppling av kondensatorer



$$\frac{1}{C_{\text{tot}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Parallellkoppling av kondensatorer



$$C_{\text{tot}} = C_1 + C_2$$

(Så fungerar det med resistorer!)

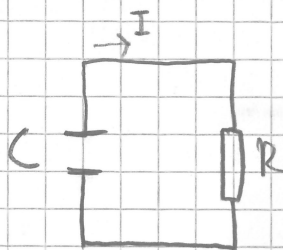
RC-krets Utladdningen (spänningsminskningen) av en kondensator med kapacitans C över en resistor R sker med en tidskonstant $\tau_{RC} = R \cdot C$.

Spänningen sjunker som $U(t) = U_0 \cdot e^{-t/\tau_{RC}}$.

τ_{RC} tiden då spänningen är $\frac{1}{e}$ av ursprungliga värdet.

Kommer av Kirchhoffs strömlag, då strömmen i kondensatorn måste vara samma som strömmen i resistorerna

$$C \cdot \frac{dU}{dt} + \frac{U}{R} = 0 \Rightarrow U(t) = U_0 \cdot e^{-t/R \cdot C}$$



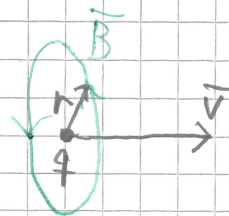
Övning 4

Håkan Wennlöf
hwennlof@kth.se

Magnetism

- Magnetfält från laddning q med hastighet $\vec{v}$:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad [T]$$



Laddning i rörelse ger magnetfält!

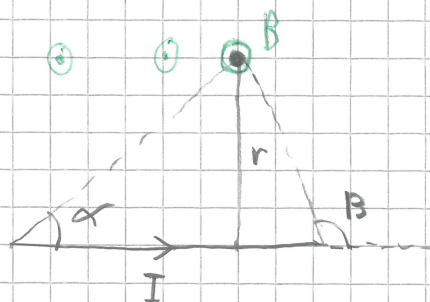
$\hat{r}$ riktn. till punkten på avst. r , där vi mäter.

μ_0 magnetiska konstanten, vakuumpermeabiliteten.

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

- Magnetfält från rak ledare

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \alpha - \cos \beta)$$



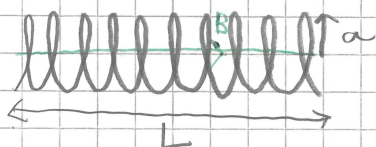
- Magnetfält från lång rakledare

Lång: α liten $\Rightarrow \cos \alpha \approx 1$, $\beta \rightarrow 180^\circ - \alpha \Rightarrow \cos \beta \rightarrow -\cos \alpha$

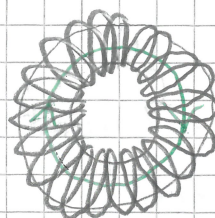
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

- Spolar

— Lång spole och toroidspole:



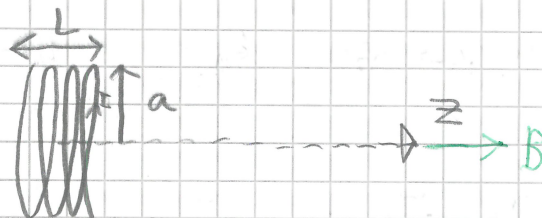
Lång spole: $a \ll L$.



Toroidspole

Fältet inuti: $B = \mu_0 I \cdot \frac{N}{L}$, $\frac{N}{L}$ antal varv per spollängd.

- Kort spole:

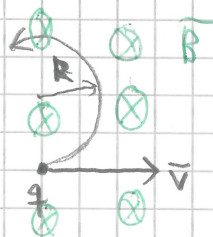


$a \ll L$ (min illustration dölj)

Längs symmetriaxeln z blir fältet

$$B = \frac{\mu_0 N I \cdot a^2}{2(a^2 + z^2)^{3/2}}$$

- Magnetisk kraft Laddning q med hastighet $\vec{v}$ i magnetfält $\vec{B}$ utsätts för kraften $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$.



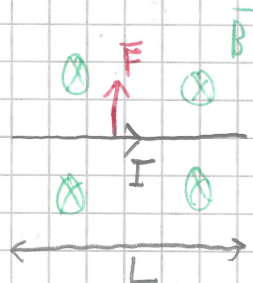
Kröker banan.

Krökningsradie $R = \frac{mv}{|q| \cdot B}$, m partikelmassa.

- Kraft på rak ledare:

Längd L

$$\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}$$



- Magnetisk dipol En ström slinga (spole) med area A , N varv, ström I , har magnetiskt dipolmoment $\vec{\mu} = N \cdot I \cdot A$. (parallell med inre fältet)

Om kärna med μ_r :

$$\vec{\mu} = \mu_r N I A$$

Riktning vinkelrätt ut från ändytan i det skapade fältets riktning. I yttre

magnetfält $\vec{B}$: dipolen

utsätts för kraftmoment $\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$.



Övning 5

Håkan
Wennlöf
hwennlof@kth.se

Induktion

- Magnetiska flödet genom area $\vec{A} = A \cdot \hat{n}$, $\hat{n}$ ytas normalvektor, i magnetfältet $\vec{B}$ ges av

$$\Phi = \vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cdot \cos \theta$$

$$[Wb = Vs = T \cdot m^2]$$



- Inducerade spänningen i slinga/spole ges av

$$U = N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

N antal varv i spolen, Φ magnetiska flödet.
(dvs ändring i magnetiskt flöde ger spänning)

- Ömsesidig induktans mellan två spolar 1 och 2

$$M = N_1 \frac{\Phi_1}{I_2} \quad [H]$$

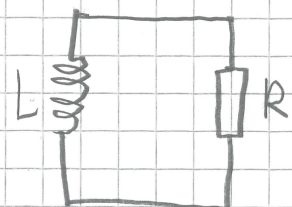
Φ_1 flöde i spole 1, I_2 ström i spole 2.

- RL-krets Ström i spole ökar enligt

$$I(t) = I_0 (1 - e^{-t/\tau_{RL}})$$

Minskar enligt $I(t) = I_0 \cdot e^{-t/\tau_{RL}}$

$$\tau_{RL} = \frac{L}{R}, \quad I_0 = \frac{U}{R}$$



L självinduktansen i spolen.

- Självinduktans

$$L = N \cdot \frac{\Phi}{I} \quad [H]$$

Spolens eget flöde inducerar en ström i den,

Övning 6

Håkan
Wennlöf

hwennlof@kth.se

Geometrisk optik

- Brytningsindex Materialparameter

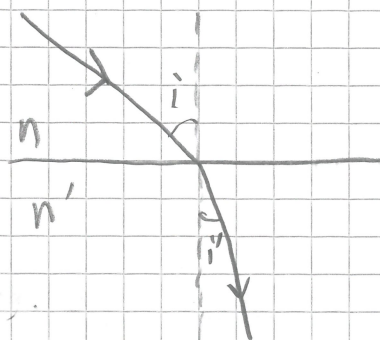
$$n = \frac{c}{v}$$

c ljushastighet i vakuum,
 v ljushastighet i material

- Snells lag Brytning i yta mellan två material med olika brytningsindex.

$$n \sin i = n' \sin i'$$

i, i' vinklarna mot ytans normal.



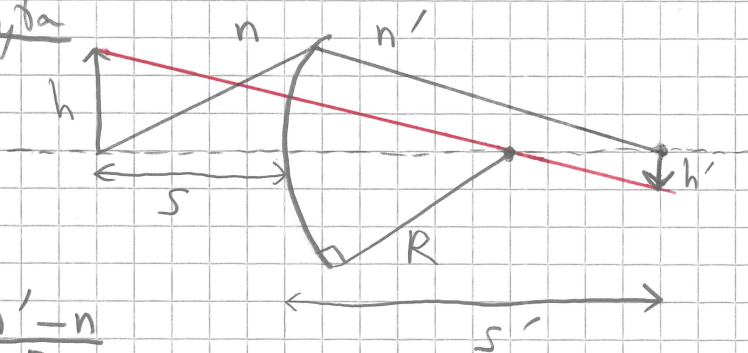
- Totalreflektion sker om $\frac{n \sin i}{n'} > 1$, dvs om det inte finns lösning av snells lag för i' .
Kan då sätta $\sin i' = 1 \Rightarrow i_{\text{gräns}} = \sin^{-1}\left(\frac{n'}{n}\right)$

Om $i > i_{\text{gräns}}$: totalreflektion.

- Sfärisk gränsyta

s objektavstånd

s' bildavstånd



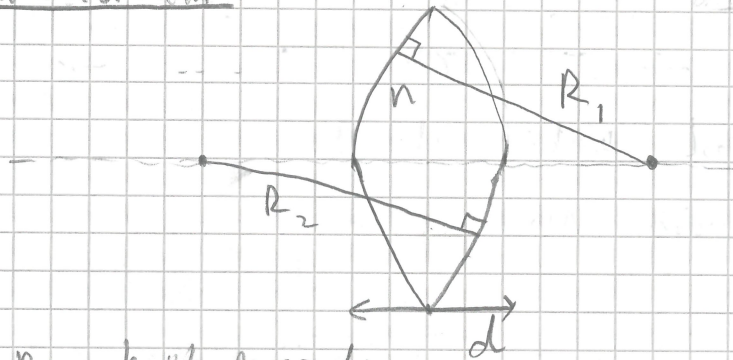
$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{R}$$

Förstoring:

$$M = \frac{h'}{h} = - \frac{n s'}{n' s}$$

— betyder reell bild,
och uppochnad.

• Linsmaker formeln

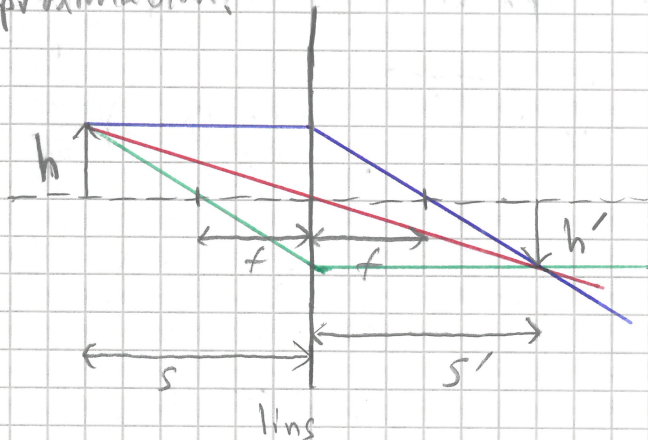


R_1, R_2 krökningsradier,

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n-1)d}{nR_1R_2} \right)$$

Teckenkonvention: R_2 negativ (krökningscentrum till vänster om linsen), R_1 positiv

• Tunn lins Approximation!



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad , \quad f \text{ fokallängd hos linsen,}$$

$$d \rightarrow 0, \quad s \neq 0 \quad \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Förstorng: $M = \frac{h'}{h} = -\frac{s'}{s}$

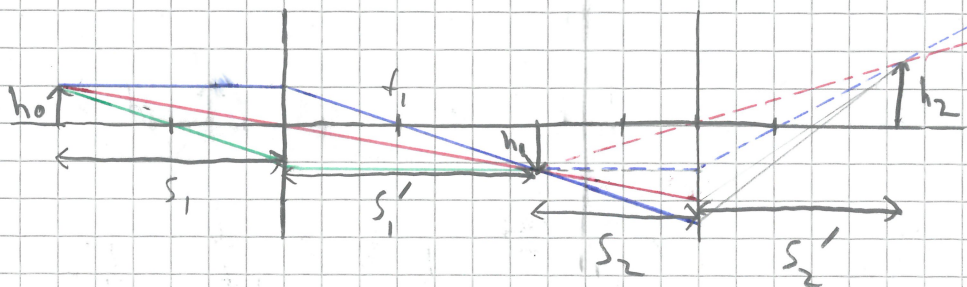
Övning 7

Håkan Wennlöf
hwennlof@kth.se
SK1112

Optiska system

Linsystem Flera linser på rad.

Behandla som en lins i taget! Mellanbilden blir objekt för efterföljande linser.



$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_1'} = \frac{1}{f_1}$$

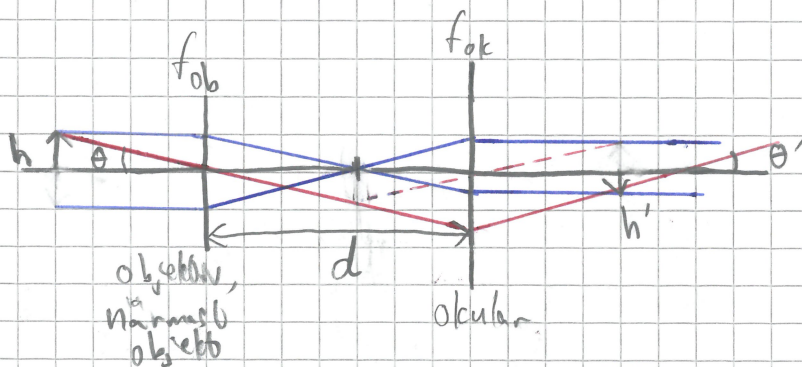
$$h_1 = \frac{s_1'}{s_1} h_0, \text{ dvs förstärkning}$$

$$M_1 = \frac{h_1}{h_0} = \frac{s_1'}{s_1}$$

Afokala system Objekt i oändligheten ger bild i oändlighet.
Parallella strålar in ger parallella strålar ut.

Om två linser; fokus ska sammanfalla!

Avstånd mellan: $d = f_{ob} + f_{ok}$ (objektiv - okular)



Vinkel förstärkning:

$$M_\theta = \frac{\theta'}{\theta} \approx \frac{h}{h'} = - \frac{f_{ob}}{f_{ok}}$$

↑
små vinklar

Systemfokallängd Två tunna linser,

För tillsammans fokallängd f_{sys}

$$\frac{1}{f_{\text{sys}}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

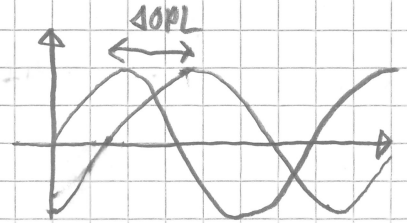
d avstånd mellan linserna, f_1, f_2 fokallängder,

Övning 8

Interferens Optisk väg (optical path length, OPL)

Sträckan ljus färdas genom medium,
viktat med mediets brytningsindex.

ΔOPL skillnad i optisk väg mellan interfererande
ljusstrålar från samma ljuskälla;



Fas skillnad $\Delta\phi$. Hur mycket ljusstrålar är förskjutna
relativt varandra
$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta OPL$$

Interferens om två strålar från samma källa,
Intensitet adderas enligt

$$I_{\text{tot}} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos(\Delta\phi)$$

I_1 intensitet stråle 1, I_2 för stråle 2, $\Delta\phi$ fas skillnaden
mellan dem.

- Maximal konstruktiv interferens: $\Delta\phi = 2\pi \cdot m$

$$\Leftrightarrow \Delta OPL = m \cdot \lambda, \quad m \text{ heltal. } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

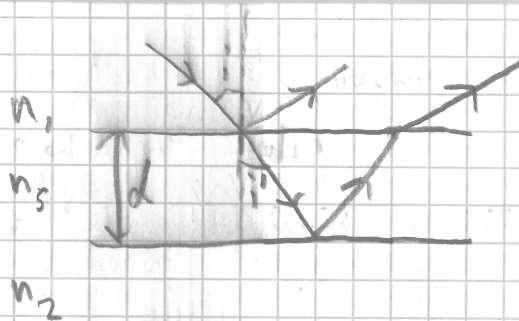
Intensiteten förstärks. Toppar och dalar sammanfaller.

- Maximal destruktiv interferens: $\Delta\phi = 2\pi m + \pi$

$$(\cos\text{-termen ska bli } -1) \Leftrightarrow \Delta OPL = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda, \quad m \text{ heltal.}$$

Toppar på ena sammanfaller
med dalar på andra.

Tunt skikt



Stråle reflekteras i olika gränssytor.

$$\Delta OPL = 2 \cdot n_s \cdot d \cdot \cos(i') + \begin{cases} \frac{\lambda}{2}, & \text{om en av refl. mot} \\ & \text{tätare medium} \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

Tätare medium $\Leftrightarrow$ större n .

ΔOPL vägställnad mellan ljus reflekterat i första resp. andra gränssytor.

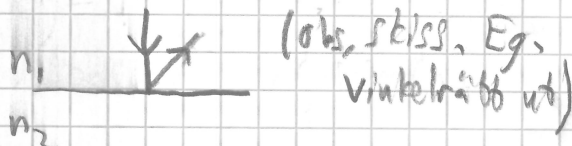
Vinkelrät reflektion i gränssytor

Reflektivitet

$$R = \frac{I'}{I} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$$

där I' är den reflekterade intensiteten, och I den inkommande intensiteten.

n_1, n_2 brytningsindex för de två materialen

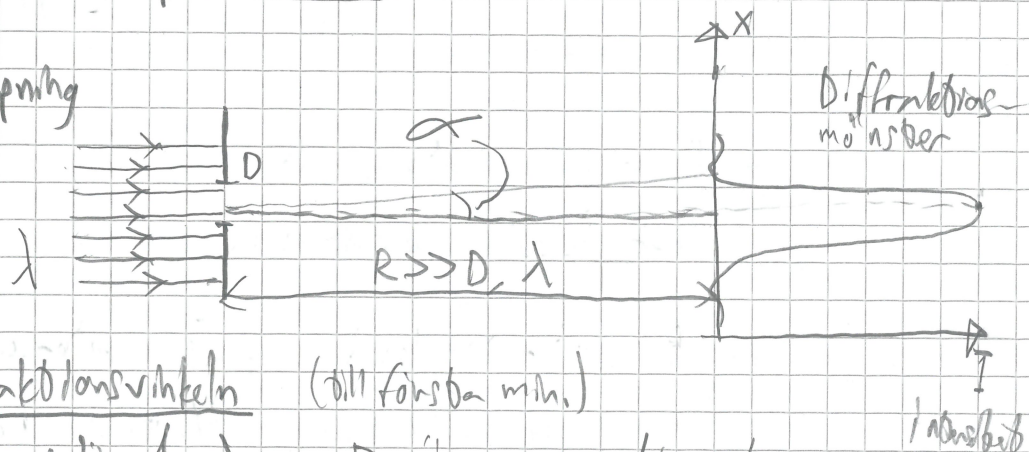


Övning 9

Håkan Wennlöf
hennlot@kth.se

Diffraction och polarisation

• Cirkulär öppning



α diffraktionsvinkeln (till första min.)

Ljus med våglängd λ . D öppningens diameter.

$$\sin \alpha = \frac{1.22 \lambda}{D}$$

• Enkelspalt. Diffraktionsmönster i bara en riktning

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{a}, \quad a \text{ spaltbredd,}$$

• Upplösning. Vinkeln av synfältet som går att upplösa (dvs när man kan skilja en punkt från en annan) ges av Rayleighkriteriet

$$\sin \alpha_R = \frac{1.22 \lambda}{D}$$

(ögar cirkulär öppning, därav likheten).

• Gitter. Får diffraktionsmönster endast i vissa bestämda riktningar (ordningar). Vinkeln α_m till ordning m ges av

$$m \cdot \lambda = d \cdot \sin(\alpha_m), \quad m \text{ heltal.}$$

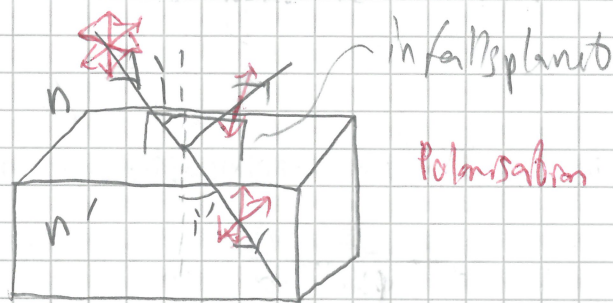
d gitterkonstant (spaltseparationen).

• Polarisation

- Ljus polariseras vid reflektion.
Viss polarisation ger starkare reflektion än andra.

- Polarisationsriktning är riktningen E -fältet hos ljuset varierar i.

- Brewstervinkeln: i Brewstervinkeln i_B (infallande vinkel) reflekteras bara polarisationen vinkelrät mot infallsplanet.



i_B ges av $\tan(i_B) = \frac{n'}{n}$