



SF1625 Envariabelanalys
Tentamen
Fredagen den 10 juni 2016

Skrivtid: 08.00-13.00

Tillåtna hjälpmedel: inga

Examinator: Lars Filipsson

Tentamen består av nio uppgifter som vardera ger maximalt fyra poäng. Del A på tentamen utgörs av de första tre uppgifterna. Till antalet erhållna poäng från del A adderas dina bonuspoäng, upp till som mest 12 poäng. Poängsumman på del A kan alltså bli högst 12 poäng, bonuspoäng medräknade. Bonuspoängen beräknas automatiskt och antalet bonuspoäng framgår av din resultatsida.

De tre följande uppgifterna utgör del B och de sista tre uppgifterna del C, som främst är till för de högre betygen.

Betygsgränserna vid tentamen kommer att ges av

| Betyg | A | B | C | D | E | Fx |
|------------------|----|----|----|----|----|----|
| Total poäng | 27 | 24 | 21 | 18 | 16 | 15 |
| varav från del C | 6 | 3 | - | - | - | - |

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng.

Var god vänd!

DEL A

1. Derivera nedanstående funktioner med avseende på x och ange för vilka x derivatan existerar. Endast svar krävs.

A. $f(x) = \arctan \frac{1}{x}$

B. $g(x) = 2^x$

C. $h(x) = xe^{-x^2}$

D. $k(x) = \frac{\sqrt{x}}{\ln x}$

2. Beräkna nedanstående integraler och förenkla svaren så långt som möjligt.

A. $\int \tan x \, dx$ (använd substitutionen $u = \cos x$)

B. $\int x^2 \cos x \, dx$ (använd upprepad partiell integration)

3. Avgör om funktionen $f(x) = |2x - 1| + \arcsin x$ antar något största respektive minsta värde och bestäm i så fall dessa. Svaret ska förenklas så långt som möjligt.
-

DEL B

4. Antag att funktionen f är tre gånger deriverbar på hela reella axeln. Antag vidare att $f(1) = 2$, $f'(1) = -3$ och $|f''(x)| \leq 5$ för alla x .
- A. Bestäm ett närmevärde till $f(1.1)$ med hjälp av linjär approximation (Taylorpolynom av grad 1).
 - B. Bestäm så noggrant som möjligt en gräns för felet i ditt närmevärde.

5. Beräkna integralen

$$\int_0^{\sqrt{3}} \arctan x \, dx.$$

(För full poäng krävs att integralen beräknas exakt, men delpoäng kan ges för en approximativ beräkning. Svaret ska förenklas så långt som möjligt.)

6. Betrakta kurvan som ges av ekvationen $2x^2 + 4xy + 3y^2 + 2y = 10$.
- A. Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan i punkten $(x_0, y_0) = (-1, 2)$.
 - B. Bestäm med hjälp av tangenten ett närmevärde för y -koordinaten till en punkt på kurvan vars x -koordinat är -0.8 .
 - C. Kan det finnas mer än en punkt på kurvan som har x -koordinat -0.8 ?
-

Var god vänd!

DEL C

7. Betrakta funktionen f som ges av

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{när } x \neq 0 \\ 1 & \text{när } x = 0 \end{cases}$$

- A. Är f udda? Är f jämn?
- B. I vilka punkter är f kontinuerlig?
- C. I vilka punkter är f deriverbar?
- D. Är f integrerbar på intervallet $-\pi \leq x \leq \pi$?

8. Bestäm det minsta tal M sådant att $|f''(x)| \leq M$ för alla $x \in \mathbb{R}$, om $f(x) = \arctan x$.

9. Kurvorna $y = x^{2/3}$ och $y = x^{3/2}$ begränsar ett område i första kvadranten. Beräkna längden av områdets begränsningskurva.
