

TENTAMEN, DEL 1
DN1212-DN1215, DN1240-DN1243, SF1517
NUMERISKA METODER OCH GRUNDLÄGGANDE PROGRAMMERING
Måndag 22 augusti 2016 kl 9.00-12.00

Namn:

Personnummer:..... **Program och årskurs:**

Max antal poäng är 20. Gränsen för godkänt/betyg E är 14 poäng. Endast ett korrekt svar per uppgift. Om denna del av tentamen (del 1) blir godkänd så rättas även del 2, vilket ger möjlighet till högre betyg.

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).

Skriv svaren på dessa papper.

- (2p) 1. Ekvationen $x = 0.2e^{2x}$ har en rot mellan 0 och 1. En iteration med Newtons metod och startgissning $x_0 = 0$ ger x_1 lika med

☐ $\frac{1}{2}$

☒ $\frac{1}{3}$

☐ -3

☐ $-\frac{1}{3}$

☐ 3

☐ $-\frac{1}{7}$

☐ $\frac{1}{7}$

☐ 0

- (1p) 2. Vilken konvergensordning har Newtons metod för lösning av $f(x) = 0$ där x är en enkelrot?

☐ Ingen

☐ Oregelbunden

☐ Kubisk

☒ Kvadratisk

☐ Linjär

- (2p) 3. Trapetsregeln $T(h)$, där h är steglängden, för beräkning av en integral $I = \int_a^b f(x) dx$ har noggrannhetsordning 2. Det innebär att

☒ felet $T(h) - I$ är i stort sett proportionellt mot h^2 .

☐ steglängden $h = 2$ har använts.

☐ avrundningsfelet minskar med en faktor 2 för varje delintervall.

☐ antalet korrekta decimaler kvadreras.

4. Man vill uppskatta integralen

$$\int_0^1 \frac{\sin(\pi x)}{x+1} dx$$

- (2p) med trapetsregeln. Intervallet delas i 2 lika stora delar. Vad blir värdet?

☒ $\frac{1}{3}$

☐ $\frac{3}{2}$

☐ 1

☐ 3

☐ $\frac{2}{3}$

☐ 0

☐ $\frac{1}{2}$

☐ 2

5. Minstakvadratanpassning av en rät linje till 8 punkter ger upphov till ett system av normalekvationer $A^T A c = A^T b$. Vilken storlek (antal rader $\times$ antal kolumner) har matrisen $A^T A$?

(2p)

- ☐ 3×3
☐ 2×8
☐ 8×8
☐ 3×2
☐ 8×2
☒ 2×2
☐ 8×3
☐ 3×8

6. Punkterna (1,3) och (5,-5) är givna och anger (x-värde, y-värde). Interpolera ett polynom av lägsta möjliga gradtal genom punkterna. Vad blir interpolationspolynomets y -värde då $x = 2$?

(1p)

- ☐ -1
☐ 0
☐ 2
☐ -2
☒ 1
☐ -4
☐ 1.5
☐ -1.5

7. För att lösa randvärdesproblemet $y''(x) = \sin(\pi x)y(x)$, $y(0) = 0$, $y(1) = 1$ med finita differensmetoden med centraldifferenser och steglängden h behöver vi

(1p)

- ☒ lösa ett linjärt ekvationssystem.
☐ lösa ett olinjärt ekvationssystem.
☐ lösa ett överbestämt linjärt ekvationssystem.
☐ lösa ett överbestämt olinjärt ekvationssystem.

8. Givet begynnelsevärdesproblemet $y'(t) + 2y(t) = 4$ och $y(0) = 0$. Vad blir approximationen av $y(1)$ med Euler framåt med steglängd $h = 1$?

(2p)

- ☐ 0
☐ 0.5
☐ -1
☐ 2.2
☐ 3
☒ 4
☐ 2
☐ 5

9. Vilken noggrannhetsordning har Eulers metod?

(1p)

- ☒ 1
☐ 0.5
☐ 3
☐ 2

10. Differentialekvationsproblemet

$$y''' - 2yy'' + 4x(y + y'') = 10$$

- skrivs om som ett system av n stycken första ordningens differentialekvationer. Vad blir n ?

(2p)

- ☐ 1
☐ 2
☒ 3
☐ 4
☐ 5
☐ 6

11. Ekvationssystemet bestående av ekvationerna

$$\begin{aligned}x - y^3 &= 0 \\ x^2 + y^2 - 1 &= 0\end{aligned}$$

(1p) ska lösas med Newtons metod. Ett av Jacobianmatrisens element som betecknas med (rad,kolumn) är lika med 1. Vilket?

- | | | |
|---|--------------------------------|--------------------------------|
| ☒ (1,1) | ☐ (2,1) | ☐ (3,2) |
| ☐ (3,1) | ☐ (2,2) | ☐ (1,2) |

12. Om man vill lösa en icke-linjär ekvation $F(x) = 0$ och man inte har tillgång till derivatan av $F(x)$ då kan man använda

- ☐ Runge-Kuttas metod
- ☒ Sekantmetoden
- ☐ Richardsonextrapolation
- ☐ Simpsons formel
- ☐ Gausselimination
- ☐ Trapetsregeln

13. För en iterativ metod uppskattas felen e_n i iterationerna till

$$e_7 = 0.2102, \quad e_8 = 0.099, \quad e_9 = 0.0491, \quad e_{10} = 0.0250$$

(2p) Vilken konvergensordning motsvara detta?

- | | |
|--|-------------------------------------|
| ☐ Oregelbunden | ☐ Kvadratisk |
| ☐ Kubisk | ☐ Ingen |
| ☒ Linjär | |