NP-FULLSTÄNDIGA PROBLEM

ETT BESLUTSPROBLEM Q ÄR NP-FULLSTÄNDIGT OM

1. $Q \in NP$
2. $Q' \leq_p Q$ FÖR ALLA $Q' \in NP$

DÄR $\leq_p$ ÄR EN KARP-REDUKTION SOM GÅR I POLYNOMISK TID.

ETT PROBLEM SOM UPPFYLLER VILLKOR 2 ÄR NP-SVÅRT.

ÄNNU INTE BEVISAD TES:

NP-SVÅRA PROBLEM KAN INTE LÖSAS I POLYNOMISK TID

DVS **$P \neq NP$**

COOKS SATS (1971):

SAT, SATISFIERBARHETSPROBLEMET, ÄR NP-FULLSTÄNDIGT

FÖLJDSATS: $SAT \leq_p Q \Rightarrow Q$ ÄR NP-SVÅRT

NUMRERA M-S TIDSSTEG FRÅN 1 TILL $k \cdot n^c$

VID VARJE TIDPUNKT t BESKRIVS BERÄKNINGEN AV

- AKTUELLT TILLSTÅND q
- BANDETS AKTUELLA INNEHÅLL
- HUVUDETS POSITION PÅ BANDET

OBS: VAD SOM FINNS BORTOM POSITION $k \cdot n^c$ PÅ BANDET ÄR INTE INTRESSANT.

INFÖR BOOLESKA VARIABLER:

x_{qt} $\quad q \in Q,\ 1 \leq t \leq k \cdot n^c$

y_{ijt} $\quad i \in \{0, 1, \#\},\ 1 \leq j \leq k \cdot n^c,\ 1 \leq t \leq k \cdot n^c$

z_{jt} $\quad 1 \leq j \leq k \cdot n^c,\ 1 \leq t \leq k \cdot n^c$

VI VILL ATT

$x_{qt} = 1$ OMM M ÄR I TILLSTÅND q VID TID t

$y_{ijt} = 1$ OMM TECKNET i STÅR I RUTA j PÅ BANDET VID TID t

$z_{jt} = 1$ OMM HUVUDET STÅR I RUTA j VID TID t

BEVIS AV COOKS SATS

1. $SAT \in NP$ (ÄR ENKELT)
2. VISA ATT $Q' \in NP \Rightarrow Q' \leq_p SAT$

$Q' \in NP \Rightarrow$ DET FINNS EN ICKEDETERMINISTISK TURINGMASKIN M SOM ACCEPTERAR Q' I TID $k \cdot n^c$ DÄR n ÄR INDATAS LÄNGD.

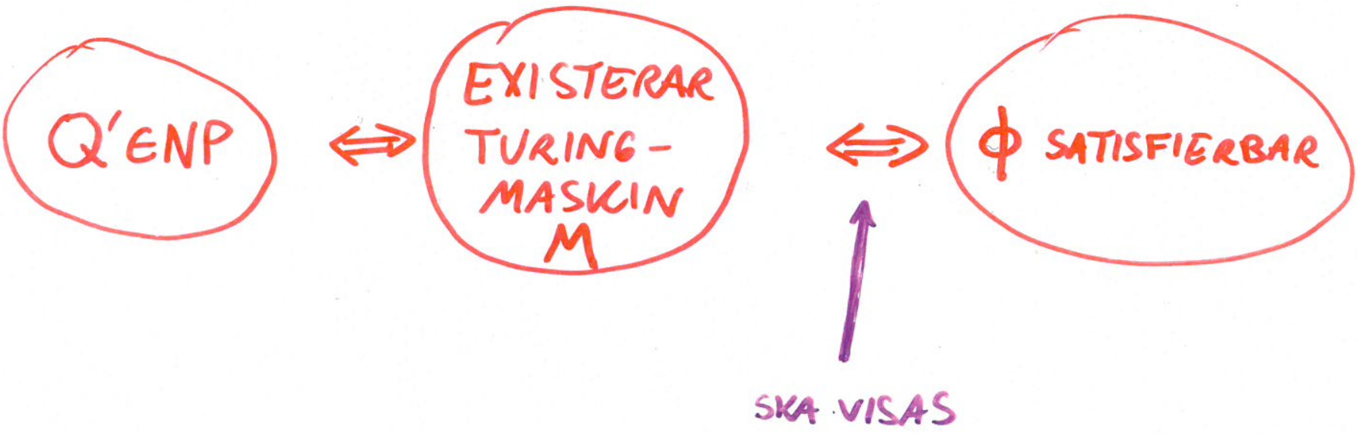
VI KAN ANTA ATT M HAR $\overbrace{\text{ETT}}^{\text{HALVOÄNDLIGT}}$ BAND OCH ALFABET $\{0,1,\#\}$.

GIVET INDATA $(a_1, \ldots, a_n)$, KONSTRUERA EN BOOLESK FORMEL ϕ SÅ ATT $(a_1, \ldots, a_n) \in Q' \Leftrightarrow \phi$ ÄR SATISFIERBAR

$\Updownarrow$

$\exists$ BERÄKNING I TID $k \cdot n^c$: $M(a_1, \ldots, a_n)$ ACCEPTERAR

LÅT OSS FÖRSÖKA BESKRIVA M-S BERÄKNING MED HJÄLP AV EN BOOLESK FORMEL!



"$\exists$ BERÄKNING I TID $k \cdot n^c$: $M(a_1, \ldots, a_n)$ ACCEPTERAR" $\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1. \text{ BERÄKNINGEN BÖRJAR MED } a_1 \ldots a_n \\ 2. \text{ } x, y, z \text{ BESKRIVER EN GILTIG BERÄKNING} \\ 3. \text{ BERÄKNINGEN ACCEPTERAR} \end{cases}$$

1. $$\begin{cases} x_{q,1} = 1 & \text{OM } q = q_0 \\ x_{q,1} = 0 & \text{ANNARS} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_{i,j,1} = 1 & \text{OM } (i = a_j \text{ OCH } 1 \leq j \leq n) \text{ ELLER } (i = \# \text{ OCH } j > n) \\ y_{i,j,1} = 0 & \text{ANNARS} \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_{1,1} = 1 \\ z_{j,1} = 0 & \text{FÖR } j > 1 \end{cases}$$

3. $x_{q_a,1} = 1 \vee x_{q_a,2} = 1 \vee \ldots \vee x_{q_a,k \cdot n^c} = 1$

DÄR q_a ÄR DET ACCEPTERANDE TILLSTÅNDET

2. FÖR VARJE $2 \leq t \leq kn^c$ KONSTRUERA FORMEL SOM BESKRIVER TILLÅTNA SAMBAND MELLAN $x_{q(t-1)}, y_{ij(t-1)}, z_{j(t-1)}$ OCH x_{qt}, y_{ijt}, z_{jt}

EX: ÖVERGÅNGEN

$$q' \xrightarrow{\#/0,R} q''$$

(OM # STÅR I RUTAN, SKRIV 0 OCH FLYTTA HUVUDET ETT STEG ÅT HÖGER)

BESKRIVS SOM

$$x_{q',(t-1)} = 1 \wedge y_{\#,j,(t-1)} = 1 \wedge z_{j,(t-1)} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Big[x_{q'',t} = 1 \wedge \bigwedge_{q \neq q''} x_{q,t} = 0 \wedge$$

$$\wedge\, y_{0,j,t} = 1 \wedge y_{1,j,t} = 0 \wedge y_{\#,j,t} = 0 \wedge$$

$$\wedge \bigwedge_{\substack{i \in \{0,1,\#\} \\ j' \neq j}} y_{i,j',t} = y_{i,j',(t-1)} \wedge$$

$$\wedge\, z_{j+1,t} = 1 \wedge \bigwedge_{j' \neq j+1} z_{j',t} = 0 \Big]$$

FÖR $1 \leq j \leq k \cdot n^c$