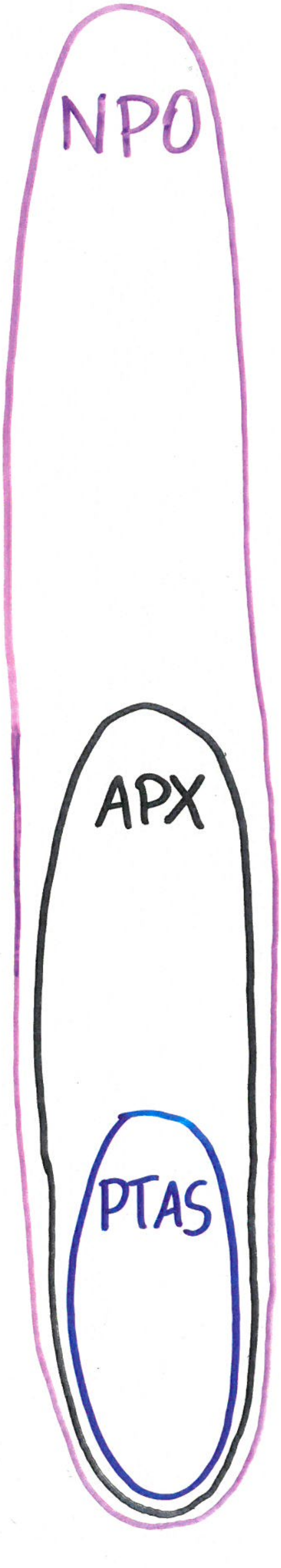
PROBLEMKLASSER FÖR APPROXIMATION



NPO = { OPTIMERINGSPROBLEM I NP }

EXEMPEL: TSP
MAX KLICK
MIN MÄNGDTÄCKNING

APX = { PROBLEM SOM KAN APPROXIMERAS INOM NÅGON KONSTANT }

EXEMPEL: MIN HÖRNTÄCKNING
TSP MED TRIANGELOLIKHET
MAX 3CNFSAT

PTAS = { PROBLEM SOM KAN APPROXIMERAS INOM VARJE KONSTANT $1+\varepsilon$ }

EXEMPEL: MAX DELMÄNGDSSUMMA
TSP I PLANET

POLYNOMIAL TIME APPROXIMATION SCHEME

CHRISTOFIDES ALGORITM

FÖR APPROXIMATION AV TSP MED TRIANGELOLIKHET INOM $\frac{3}{2}$.

INDATA: KOMPLETT GRAF $G = \langle V, E \rangle$ MED KANTVIKTER SOM UPPFYLLER TRIANGELOLIKHETEN

ALGORITM:

- $E_T \leftarrow$ (MINIMALT SPÄNNANDE TRÄD FÖR G)
- $V' \leftarrow$ {HÖRN I V MED UDDA GRADTAL I TRÄDET E_T}
- $E_M \leftarrow$ (MINIMAL MATCHNING I $G|_{V'}$ DVS GRAFEN INDUCERAD AV V')
- KONSTRUERA EULERCYKEL I $E_T \cup E_M$

  (GÅR BRA EFTERSOM VARJE HÖRN HAR JÄMNT GRADTAL)

- GÖR OM EULERSKA TUREN TILL EN TSP-TUR GENOM ATT SNEDDA FÖRBI HÖRN SOM REDAN BESÖKTS TIDIGARE I TUREN.

TIDSKOMPLEXITET:

LÅT $n = |V|$, DÅ ÄR $|E| \in \Theta(n^2)$

$$O(\underbrace{n^2 \log n}_{\text{SPÄNNANDE TRÄD}} + \underbrace{n}_{\text{HÖRN MED UDDA GRADTAL}} + \underbrace{n^4}_{\text{MINIMAL MATCHNING}} + \underbrace{n^2}_{\text{EULERSK TUR}} + \underbrace{n^2}_{\text{SNEDDNING}}) = O(n^4)$$

AKTUELL FORSKNING I APPROXIMATION

- VISA ÖVRE OCH UNDRE GRÄNSER SOM ÄR SÅ NÄRA VARANDRA SOM MÖJLIGT FÖR OLIKA PROBLEM

- FÖRKLARA VARFÖR NP-FULLSTÄNDIGA PROBLEM BETER SEJ OLIKA VID APPROXIMATION — HITTA PROBLEM-EGENSKAPER SOM FÖRKLARAR APPROXIMATIONSEGENSKAPERNA.

LISTA MED DOM BÄSTA APPROXIMATIONS-GRÄNSERNA FÖR ALLA OPTIMERINGSPROBLEM:

http://www.nada.kth.se/~viggo/problemlist/

ANALYS AV CHRISTOFIDES

VI VILL VISA ATT $\|\text{PRODUCERAD TUR}\| < \frac{3}{2}\text{OPT}$.

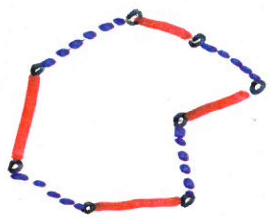
$\|\bullet\|$ BETYDER LÄNGDEN AV $\bullet$.

OBS ATT $\|\underbrace{\text{MST}}_{\text{MINIMALT SPÄNNANDE TRÄD}}(G)\| < \text{OPT}$

$$\|\text{PRODUCERAD TUR}\| \leq \|\text{EULERTUR}\| = \underbrace{\|\text{MST}(G)\|}_{<\text{OPT}} + \underbrace{\|E_M\|}_{\text{MÅSTE VISAS VARA} \leq \frac{\text{OPT}}{2}}$$

BETRAKTA GRAFEN $G|_{V'}$ DVS GRAFEN INDUCERAD AV V'.

$$\|\text{MINIMAL TSP}(G|_{V'})\| \leq \text{OPT} \quad \text{EFTERSOM } V' \subseteq V$$



VARJE TSP-TUR GENOM JÄMNT ANTAL HÖRN DEFINIERAR TVÅ MATCHNINGAR M_1 OCH M_2

$$\|M_1\| + \|M_2\| = \|\text{MINIMAL TSP}(G|_{V'})\|$$

E_M ÄR MINIMAL MATCHNING FÖR $G|_{V'}$ SÅ

$$\|E_M\| \leq \|M_1\| \quad \text{OCH} \quad \|E_M\| \leq \|M_2\|$$

$$\Rightarrow \|E_M\| \cdot 2 \leq \|M_1\| + \|M_2\| = \|\text{MINIMAL TSP}(G|_{V'})\| \leq \text{OPT}$$

$$\Rightarrow \|\text{PRODUCERAD TUR}\| \leq \|\text{MST}(G)\| + \|E_M\| < \text{OPT} + \frac{\text{OPT}}{2} = \frac{3}{2}\text{OPT}$$

$\times$

APPROXIMATION AV TSP

VISA ATT TSP $\notin$ APX DVS ATT DET INTE KAN APPROXIMERAS.

ANTA MOTSATSEN, DVS ATT TSP KAN APPROX. INOM f.

REDUKTION FRÅN HAMILTONSK KRETS:

HAMILTONIANCIRCUIT$(G = \langle V, E \rangle) =$

$n \leftarrow |V|$

FOR $(v_i, v_j) \in E$ DO

$\quad t(p_i, p_j) \leftarrow 1;\ t(p_j, p_i) \leftarrow 1$

FOR $(v_i, v_j) \notin E$ DO

$\quad t(p_i, p_j) \leftarrow |V| \cdot f$

IF TSPAPPROX$(\{p_i\}, t) \leq |V| \cdot f$ THEN

$\quad$ RETURN TRUE

ELSE RETURN FALSE

OM TSPAPPROX KAN APPROXIMERA TSP INOM FAKTORN f SÅ AVGÖR OVANSTÅENDE ALGORITM IFALL DET FINNS EN HAMILTONSK KRETS I G, VILKET ÄR NP-FULLSTÄNDIGT. MOTSÄGELSE!