CYKELBUDETS PROBLEM

CYKELBUDFIRMAN CYBUD FÅR VARJE DAG EN MÄNGD BREV SOM SKA LEVERERAS TILL OLIKA ADRESSER I STAN.

CYKELBUDET BUD VILL PLANERA SIN CYKELRUTT SÅ ATT DEN TAR SÅ KORT TID SOM MÖJLIGT.

HUR SKA HAN GÖRA?

MODELLERA PROBLEMET

INDATA: $n-1$ STYCKEN PLATSER (ADRESSER) $p_1, \ldots, p_{n-1}$ SAMT BUDFIRMANS BAS p_0

TID ATT TA SEJ FRÅN p_i TILL p_j

$t(p_i, p_j)$

LÖSNING: CYKELRUTT SOM UTGÅR FRÅN p_0 OCH PASSERAR ALLA PLATSER $p_1 \ldots p_{n-1}$ SÅ SNABBT SOM MÖJLIGT,

DVS PERMUTATION $\pi_1, \ldots, \pi_{n-1}$

SOM MINIMERAR

$$t(p_0, p_{\pi_1}) + \sum_{i=1}^{n-2} t(p_{\pi_i}, p_{\pi_{i+1}}) + t(p_{\pi_{n-1}}, p_0)$$

GÅR DET ATT LÖSA OPTIMALT?

NEJ, INTE I POLYNOMISK TID OM INTE P=NP EFTERSOM TSP ÄR NP-FULLSTÄNDIGT.

VAD GÖR MAN DÅ?

1. HITTA APPROXIMATIONSALGORITM
2. HITTA ALGORITM SOM KLARAR SMÅ INDATA
3. FÖRENKLA PROBLEMET GENOM ATT UTNYTTJA EGENSKAPER HOS DET PRAKTISKA PROBLEMET, TA REDA PÅ OM DET FÖRENKLADE PROBLEMET ÄR NP-SVÅRT OCH BÖRJA OM FRÅN 1.

ALGORITM SOM LÖSER TSP EXAKT

ANVÄND DYNAMISK PROGRAMMERING

LÅT ℓ_i^S VARA LÄNGDEN AV KORTASTE STIGEN FRÅN p_0 TILL p_i SOM PÅ VÄGEN PASSERAR p_j FÖR ALLA $j \in S$.

$$OPT = \min_{i \in \{1..n-1\}} \left(\ell_i^{\{1..n-1\}-\{i\}} + t(p_i, p_0) \right)$$

$$\ell_i^{\emptyset} = t(p_0, p_i)$$

$$\ell_j^S = \min_{i \in S} \left(\ell_i^{S-\{i\}} + t(p_i, p_j) \right)$$

BERÄKNA NU ℓ_j^S FÖR STÖRRE OCH STÖRRE DELMÄNGDER S AV $\{1..n-1\}$.

BERÄKNA SEDAN OPT UR FORMELN OVAN.

TID: $O(n^2 2^n)$

UTNYTTJA EGENSKAPER HOS PROBLEMET

BUDFIRMAN LIGGER PÅ MANHATTAN!

$\Rightarrow p_i = (a_i, g_i)$ OCH $t(p_i, p_j) = |a_i - a_j| + |g_i - g_j|$

MYCKET ENKEL METRIK!
(REKTILINJÄR- ELLER MANHATTANMETRIK)

FORTFARANDE NP-FULLSTÄNDIGT?

SLÅ UPP I LITTERATUREN:

[GAREY & JOHNSON: COMPUTERS AND INTRACTABILITY]
PROBLEM ND23

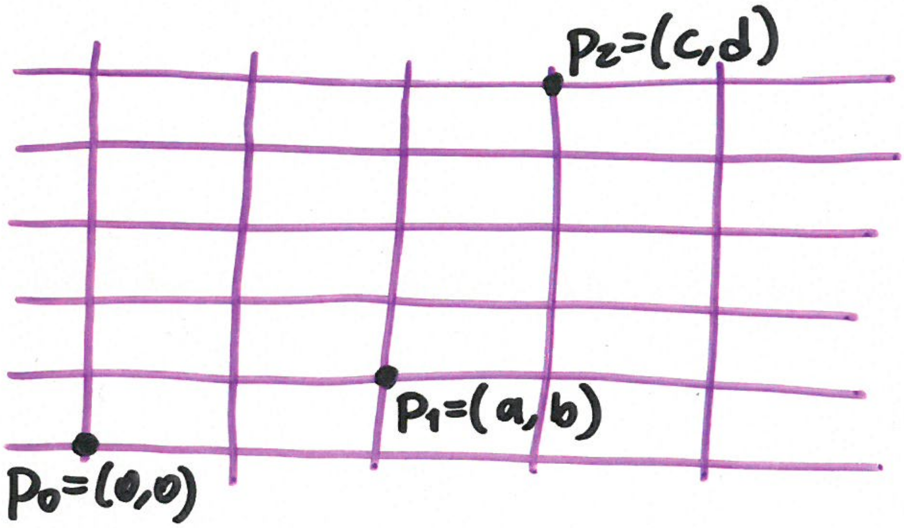
... REMAINS NP-COMPLETE IF THE DISTANCE MEASURE IS REPLACED BY THE L_1 "RECTILINEAR" METRIC [GAREY, GRAHAM, JOHNSON 76]

ATTANS!

KAN DET FÖRENKLADE PROBLEMET APPROXIMERAS?

SLÅ UPP I VIGGOS LISTA MED APPROXIMATIONSRESULTAT:
DÄR STÅR: "TSP MED TRIANGELOLIKHET KAN APPROXIMERAS INOM $\frac{3}{2}$ MED CHRISTOFIDES ALGORITM"

KOLLA OM TRIANGELOLIKHETEN ÄR UPPFYLLD:



VISA $t(p_0,p_2) \le t(p_0,p_1)+t(p_1,p_2)$

$$|c|+|d| \le |a|+|b|+|c-a|+|d-b|$$

$$\left.\begin{array}{l} c \ge a \ge 0 \\ d \ge b \ge 0 \end{array}\right\} \quad c+d \le a+b+c-a+d-b=c+d$$

OK!