

OM MAN MÅSTE LÖSA ETT NP-FULLSTÄNDIGT  
PROBLEM, VAD GÖR MAN DÅ ?

1. BEGRÄNSA PROBLEMET — VISSA TYPER AV  
INDATA KANSKE ÄR ENKLARE
2. LÖS BARA FÖR SMÅ INDATA MED EN  
EXPONENTIELL ALGORITM
3. ANVÄND EN APPROXIMATIONSALGORITM  
SOM GARANTERAT GER EN LÖSNING SOM  
ÄR NÄRA DEN OPTIMALA
4. ANVÄND EN HEURISTIK SOM GER EN  
LÖSNING SOM FÖRHOPPNINGSVIS ÄR BRA.  
PROVA HURST FLERA HEURISTIKER.
5. KOMBINERA 1 MED 2, 3 ELLER 4.

# APPROXIMERBARHET

NP-FULLSTÄNDIGA PROBLEM KAN (NOG) INTE LÖSAS I POLYNOMISK TID.

MÅNGA NP-FULLSTÄNDIGA PROBLEM ÄR EGENTLIGEN OPTIMERINGSPROBLEM.

KAN MAN I POLYNOMISK TID APPROXIMERA ETT OPTIMERINGSPROBLEM, DVS HITTA EN LÖSNING SOM SÄKERT ÄR NÄRA DEN OPTIMALA LÖSNINGEN?

SVAR: JA, FÖR VISSA PROBLEM, MEN INTE FÖR ALLA.

EXEMPEL: MINIMAL HÖRNTÄCKNING

APPROXIMATIONSSALGORITM:

1. WHILE  $E \neq \emptyset$
2. PLOCKA KANT  $(v_1, v_2)$  FRÅN  $E$
3.  $S \leftarrow S \cup \{v_1, v_2\}$
4. PLOCKA BORT ALLA KANTER I  $E$  SOM HAR ÄNDPUNKT I  $v_1$  ELLER  $v_2$
5. RETURN  $S$



# ANALYS AV APPROXIMATIONSALGORITMEN:

## TIDSKOMPLEXITET:

VARJE KANT I  $E$  BEHANDLAS BARA EN GÅNG  
INGET ANNAT ARBETE GÖRS.  
 $\Rightarrow O(|E|)$

## KORREKTHET:

LÖSNINGEN  $S$  ÄR EN HÖRNTÄCKNING AV GRAFEN TY  
VARJE KANT I GRAFEN PLOCKAS BORT FRÅN  $E$  OCH  
EN KANT PLOCKAS BARA BORT DÅ MINST EN AV DESS  
ÄNDPUNKTER STOPPAS IN I  $S$ .

## APPROXIMATION:

DEN FUNNA LÖSNINGEN INNEHÅLLER HÖGST DUBBELT  
SÅ MÅNGA HÖRN SOM DEN OPTIMALA LÖSNINGEN, TY

$$\underbrace{OPT_G}_{\text{ANTALET HÖRN I DEN OPTIMALA LÖSNINGEN AV URSRUNGS-PROBLEMET}} \geq \underbrace{OPT_M}_{\text{ANTALET HÖRN I DEN OPTIMALA LÖSNINGEN PÅ DEN DELGRAF SOM BARA BESTÅR AV DOM PLOCKADE KANTERNA I GRAFEN.}} = \frac{1}{2} \cdot \underbrace{APPROX}_{\text{ANTALET HÖRN I LÖSNINGEN SOM APPROXIMATIONS-ALGORITMEN RETURNERAR.}}$$

ANTALET HÖRN  
I DEN OPTIMALA  
LÖSNINGEN AV  
URSRUNGS-  
PROBLEMET

ANTALET HÖRN  
I DEN OPTIMALA  
LÖSNINGEN PÅ DEN  
DELGRAF SOM BARA  
BESTÅR AV DOM  
PLOCKADE KANTERNA  
I GRAFEN.

ANTALET HÖRN I  
LÖSNINGEN SOM  
APPROXIMATIONS-  
ALGORITMEN  
RETURNERAR.

# MÅTT PÅ APPROXIMERBARHET

APPROXIMATIONSKVOTEN FÖR EN ALGORITM ÄR

$$\frac{\text{APPROX}}{\text{OPT}}$$

FÖR MINIMERINGSPROBLEM,

$$\frac{\text{OPT}}{\text{APPROX}}$$

FÖR MAXIMERINGSPROBLEM.

APPROXIMATIONSKVOTEN ÄR ALLTID  $\geq 1$

EXEMPEL: APPROXIMATIONSALGORITMEN FÖR MINIMAL HÖRNTÄCKNING HAR APPROXIMATIONSKVOTEN 2.

ALGORITMEN APPROXIMERAR MINIMAL HÖRNTÄCKNING  
INOM FAKTORN 2.

PROBLEMET MINIMAL HÖRNTÄCKNING  
KAN APPROXIMERAS INOM FAKTORN 2.