DD1350 Logik för dataloger

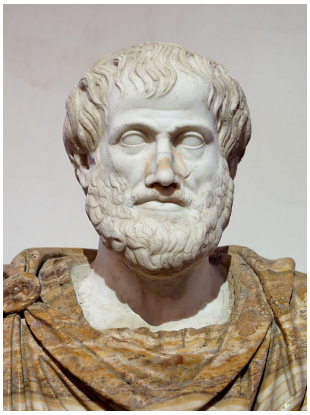
Fö 1 - Introduktion

Vad är logik?

Vetenskapen som studerar hur man bör **resonera** och **dra slutsatser** utifrån givna påståenden (=utsagor, satser).

Aristoteles (384-322 f.Kr)

- Logik studerades först av Aristoteles för mer än 2300 år sedan.
- Korrekta resonemang har speciella **mönster**, som är oberoende av vad vi resonerar om.
- Dessa mönster kallades **syllogismer**.



Alla svanar är vita.

Några fåglar är svanar.

_____

Alltså är några fåglar vita.

Alla studenter är flitiga.

Några människor är studenter.

_____

Alltså är några människor flitiga.

Alla x är y.

Några z är x.

Premisser

_____

Alltså är några z y. ← Slutsats

Korrekt?

Alla x är y.

Några y är z.

Premisser

_____

Alltså är några x z. ← Slutsats

Korrekt?

Alla svanar är vita.

Några vita saker är fåglar.

_____

Alltså är några svanar fåglar.

Korrekt?

Alla svanar är vita.

Några vita saker är kylskåp.

_____

Alltså är några svanar kylskåp.

Ett resonemang

Om tåget kommer för sent och det inte finns någon taxi vid stationen, så blir John försenad till sitt möte.

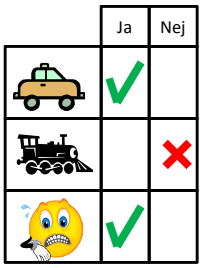
John blev inte försenad till sitt möte .

Tåget kom för sent .

Därför fanns det en taxi vid stationen.

Möjliga situationer

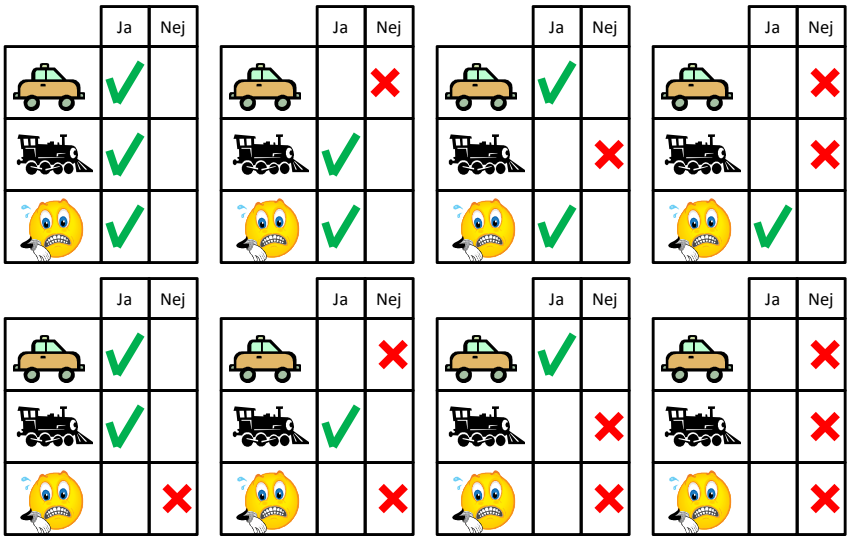
En möjlig situation:



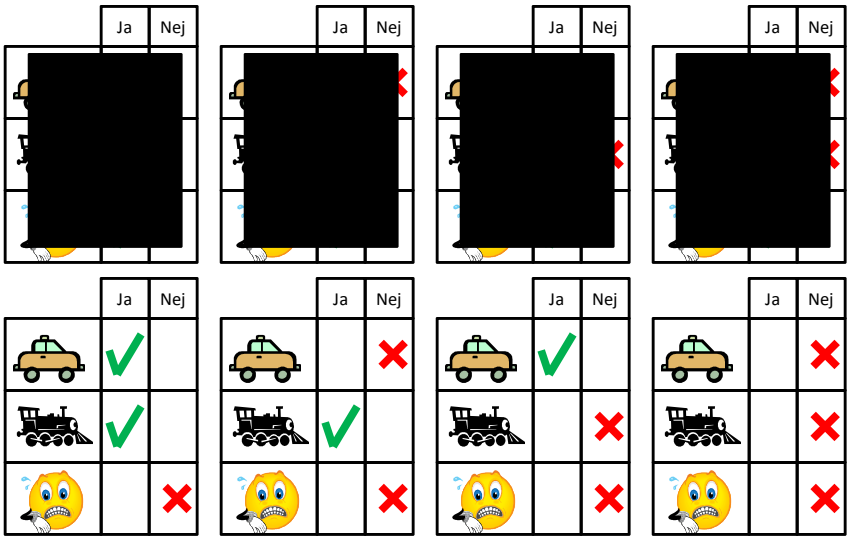
= det fanns taxibilar vid stationen

= tåget var inte försenat

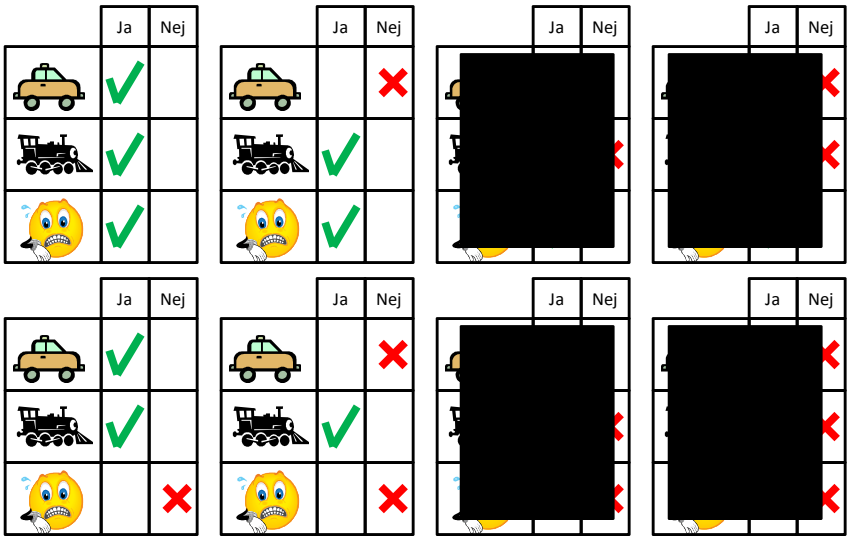
= John kom försent till mötet



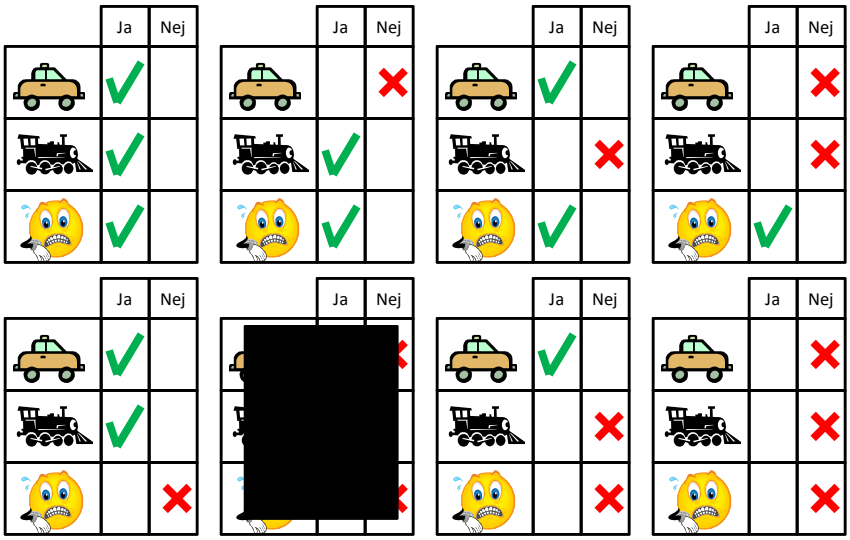
John kom inte försent till mötet

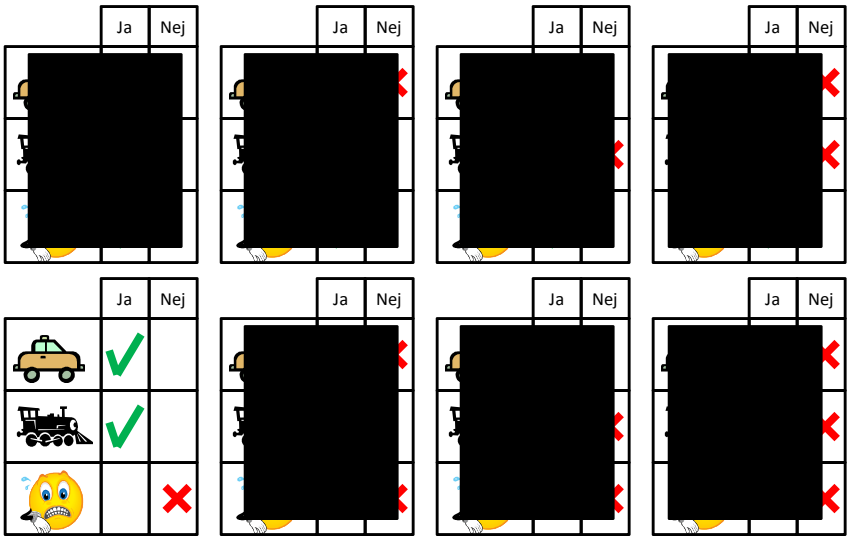


Tåget var försenat



Om tåget kommer för sent och det inte finns någon taxi vid stationen, så blir John försenad till sitt möte.





Ett (semi-)formellt bevis

Vi vet att tåget var försenat. Antag nu att det **inte** fanns en taxi vid stationen. Vi vet att om tåget är försenat, och det inte finns någon taxi, så blir John försenad till sitt möte.

Men John blev inte försenad till mötet. Alltså måste vårt antagande vara felaktigt, dvs det **fanns** en taxi vid stationen.

Formalisering av tåg-resonemanget

Om tåget kommer för sent och det inte finns någon taxi vid stationen, så blir John försenad till sitt möte. (*premiss*)

John blev inte försenad till sitt möte. (*premiss*)

Tåget kom för sent. (*premiss*)

Därför fanns det en taxi vid stationen. (*slutsats*)

$p \wedge \neg q \rightarrow r,\quad \neg r,\quad p \quad \vdash \quad q$ (*sekvent*)

Bevis i naturlig deduktion

1	$p \wedge \neg q \rightarrow r$	premiss
2	$\neg r$	premiss
3	p	premiss
4	$\neg q$	antagande
5	$p \wedge \neg q$	$\wedge$i 3, 4
6	r	$\rightarrow e$ 5, 1
7	$\bot$	$\neg e$ 6, 2
8	$\neg \neg q$	$\neg i$ 4-7
9	q	$\neg \neg e$ 8

Vad kursen handlar om

Hur kan vi uttrycka våra utsagor på ett exakt sätt utan mångtydigheter? (*Formalisering*)

Givet några utsagor vi vet är sanna, vilka utsagor måste då också vara sanna? (*Logisk konsekvens*)

Kan vi definiera regler så vi kan mekaniskt kan hitta dessa slutsatser? (*Bevis*)

Varför ska datatekniker läsa logik?

Specifikation: Kunna uttrycka på ett exakt sätt vad vi vill att våra program och system ska göra.

Verifiering: Kunna bevisa att ett program uppfyller specifikationen, eller att ett datorsystem aldrig uppnår oönskade tillstånd (t.ex. deadlock).

Artificiell intelligens: Kunna skriva program som resonerar och drar slutsatser för att lösa svåra problem.

Bevis-verktyg: Många problem kan uttryckas med logiska formler. Ett system som kan göra logiska bevis blir därför en generell problemlösare.

Allmänt: Kunna resonera korrekt. Känna till logikens möjligheter och gränser.

Deduktion

I all **deduktion** gäller:

Om premisserna är sanna så är slutsatsen sann.

Induktion

Alternativet är **induktion** (generalisering från observationer), vilket **inte** garanterar sanna slutsatser.

Vetenskap framskrider genom en kombination av induktion (för att generera hypoteser och teorier) och deduktion (för att generera förutsägelser från dessa teorier).

Induktion är ett mycket ”hett” område inom datavetenskap (kallas ofta ”machine learning”, ”data mining”, etc.).

Denna kurs kommer att behandla **deduktion** enbart.

Matematisk induktion

OBS!

Matematisk induktion (som ni stött på i gymnasiet och tidigare på KTH) är en form av **deduktion**.

Vi kommer prata en hel del om matematisk induktion senare i kursen.

Olika logiska system

- Man vill kunna resonera om olika slags egenskaper hos datastrukturer etc.:
  - kräver en rik, uttrycksfull logik
- Man vill kunna automatisera resonemangen:
  - kräver en sparsam, enkel logik
- Kompromiss:
  - en mångfald av specialiserade *logiska system*

Logiska system vi kommer att studera

- Satslogik
  - studerar påståenden och relationer mellan dessa
- Predikatlogik
  - utökar språket med kvantifierare som tillåter oss att resonera kring relationer mellan objekt
- Temporallogik
  - tillåter resonemang om situationer och system kan utvecklas över tid
- Hoare-logik
  - resonemang om program och deras korrekthet