

**Lappskrivning 1, version A,
i SF1633 Differentialekvationer I.
fredag 9 september 2016, klockan 10.15–12.00
LÖSNINGSFÖRSLAG**

1) Lösning

Vi ser att DE'n, kan förenklas till

$$y'(x) = 12 + 4x + 3y^2 + xy^2 = (4 + y^2)(3 + x) \quad (1)$$

alltså är den separabel och vi får

$$\int \frac{dy}{4 + y^2} = \int (3 + x)dx \implies \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{y}{2}\right) = 3x + x^2/2 + C_1 \quad (2)$$

Vi vet att

$$\tan\left(\arctan\left(\frac{y}{2}\right)\right) = \frac{y}{2} \implies y = 2 \tan(6x + x^2 + 2C_1) \quad (3)$$

som är den allmänna lösningen till problemet. Insättning av begynnelsevillkoret $y(0) = 0$ ger $0 = 2C_1$ alltså blir slutsvaret

$y(x) = 2 \tan(6x + x^2)$

2) Lösning

Problemet löses m h a integrerande faktorn $\mu(x)$, men då måste DE'n skrivas först på standardformen

$$y' + \frac{3}{x}y = e^{2x}/x^2 \quad (4)$$

efter division med x^2 . Inga problem: $x > 0$ p g a begynnelsevillkoret! Då blir

$$\mu(x) = \int e^{3/x} dx = e^{3 \ln|x|} = |x|^3$$

Detta leder till

$$(\mu y)' = x^3 e^{2x}/x^2 = x e^{2x} \quad (5)$$

Integration, eller BETA, ger

$$\mu y = \int x e^{2x} dx = x e^{2x}/2 - e^{2x}/4 + C. \quad (6)$$

som resulterar i den allmänna lösningen

$y(x) = e^{2x} (1/2x^2 - 1/4x^3) + C/x^3$

Insättning av begynnelsevillkoret $y(1) = 0$ ger $0 = (1/2 - 1/4)e^2 + C$ alltså $C = -e^2/4$ och slutsvaret blir

$$y(x) = e^{2x}(1/2x^2 - 1/4x^3) - e^2/4x^3$$

Det största intervall som innehåller $x = 1$ är $x > 0$.

3) Lösning

a) Vi får de kritiska punkterna, konstanta lösningarna, av

$$\frac{dP(t)}{dt} = 0, 5(2 - P)(4 - P) = 0 \quad (7)$$

ma o $P = 2$ och $P = 4$. Teckenstudie av $P'(t)$, ekv(4), visar att $P = 2$ är en attraktor, stabilt, och $P = 4$ är en repeller, instabilt.

b) Lösningsdiagram

