**Kontrollskrivning 2, version B,**
**i SF1633 Differentialekvationer I.**
**fredag 23 september 2016, klockan 10:15 - 12:00**

## 1) Lösningsförslag

Matrisen

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \tag{1}$$

har egenvärdena $\lambda_1 = 1$ och $\lambda_2 = -1$ med motsvarande egenvektorer
$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ Den allmänna lösningen är

$$\boxed{\mathbf{X}(t) = C_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \mathrm{e}^t + C_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \mathrm{e}^{-t} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}}$$

## 2) Lösningsförslag

Använd reduktion av ordning, $y = ux$. Den allmänna lösningen är

$$\boxed{y = c_1 x + c_2 x \mathrm{e}^x}$$

## 3) Lösningsförslag

Kritiska punkterna ges av

$$\begin{aligned} y - x^3 &= 0 & (2) \\ 1 - xy &= 0. & (3) \end{aligned}$$

Vi får punkterna $(1, 1)$ och $(-1, -1)$.

$$\mathbf{J}(1, 1) = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

som har egenvärden $\lambda_{1,2} = -2$, en negativ dubbel rot.

$$\mathbf{J}(-1, -1) = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

som har egenvärden $\lambda_{1,2} = -1 \pm \sqrt{5}$.

Svar: $(1, 1)$ stabil; $(-1, -1)$ instabil$(\sqrt{5} - 1 > 0)$