Föreläsning 10
Reglerteknik AK

©Bo Wahlberg
Avdelningen för Reglerteknik, KTH

30 september, 2016

Introduktion

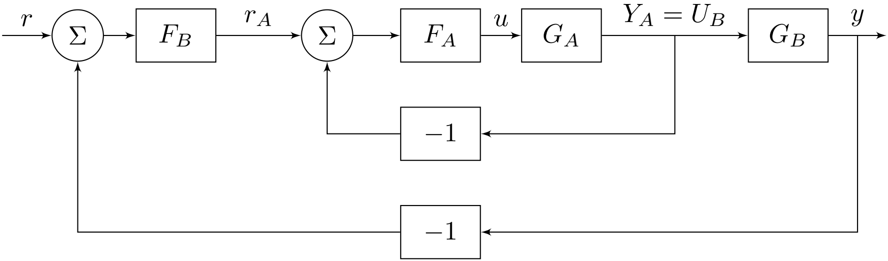
Förra gången:

- Observatör
- Tillståndsåterkoppling
  - Systematisk metod att konstruera en regulator så att det återkopplade systemet får "önskade" poler (polplacering)
  - Lab 2

Dagens program:

- Alternativa regulatorstrukturer

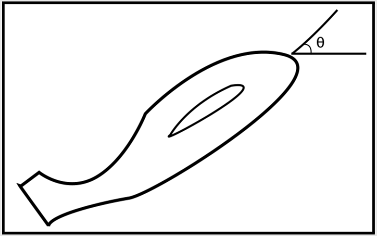
Kaskadreglering



Liknar tillståndsåterkoppling

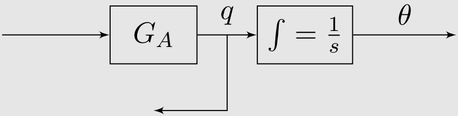
Kaskadreglering

Example



$$\begin{cases} \theta & : \ \text{tippvinkel} \\ \dot{\theta} = q & : \ \text{tipphastighet} \end{cases}$$

Rategyroåterkoppling:



Kaskadreglering

Example (DC-motor)

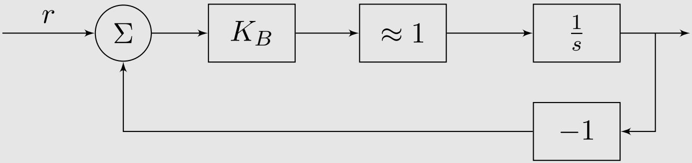
$$G_A = \frac{1}{s+1}, \quad G_B = \frac{1}{s}$$

P-reglering: $F_A = K_A, \quad F_B = K_B$

Inre loopen: $Y_A = \frac{K_A}{s+1+K_A} R_A$

Välj stort K_A (mer än 5 gånger snabbare än yttre loopen)

$$\Rightarrow Y_A \approx 1 \cdot R_A$$



Kaskadreglering

Example (DC-motor, fort.)

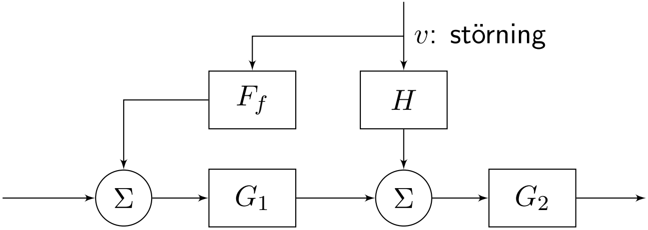
$$\Rightarrow Y = \frac{K_B}{s + K_B} R, \;\; \text{välj } K_B < \frac{1 + K_A}{5}$$

Analys:

$$Y = \frac{K_A K_B}{s^2 + (K_A + 1)s + K_A K_B} R$$

$L \sim \left[K_A K_B \right]$, så polerna kan placeras var som helst.

Framkoppling



$$Y = G_2\big[HV + G_1(R + F_f V)\big] =$$

$$= G_2\big[\underbrace{(H + G_1 F_f)}_{\text{sätt } = 0} V + G_1 R\big]$$

Eliminera inverkan av v genom att välja $H + G_1 F_f = 0$:

$$\Rightarrow \boxed{F_f = -\frac{H}{G_1}}$$

Framkoppling

Example

Antag att vi har

$$\begin{cases} G_1 & = \frac{1}{s+1} \\ H & = 1 \end{cases}$$

I så fall gess framkopplingen av

$$F_f = -(s+1)$$

Framkoppling

Man kan dock stöta på problem med att derivera signaler.

En lösning är att approximera F_f, t.ex. genom att ta

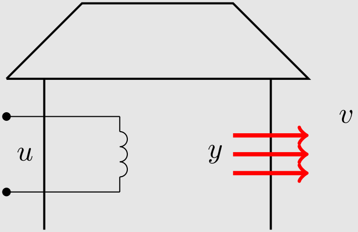
$$F_f(0) = -\frac{H(0)}{G_1(0)}$$

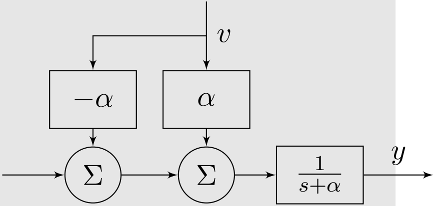
för att eliminera inverkan av v i stationärt tillstånd.

Kombinera med återkoppling!

Framkoppling

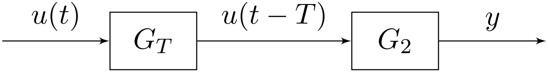
Example (Klimatreglering från FRL 1)





Vänta ej på att det blir kallt inne!

Otto Smith regulatorn



Detta sker exempelvis i en pappersmaskin där man kan mäta tjockleken först efter torkpartiet (= 800 m papper).

$$G_T(s) = e^{-sT}$$

Vi ser att

$$|G_T(e^{i\omega})| = 1, \;\; \arg\left[G_T(e^{i\omega})\right] = -\omega T$$

Negativ fasförskjutning $\Rightarrow$ Försämrar fasmarginalen (svårt att reglera)

Specialregulator

Steg 1:
Antag $T = 0$ och bestäm $\bar{F}$ så att

$$G_c^d(s) = \frac{\bar{F}(s)G_2(s)}{1 + \bar{F}(s)G_2(s)}$$

får bra egenskaper.
Steg 2:
Använd regulatorn

$$F(s) = \frac{\bar{F}(s)}{1 + (1 - e^{-sT})\bar{F}(s)G_2(s)}$$

Specialregulator

$$\Rightarrow \quad G_c(s) = \frac{G(s)F(s)}{1 + G(s)F(s)} = \frac{\bar{F}(s)G_2(s)}{1 + \bar{F}(s)G_2(s)} e^{-sT}$$

Identisk med $G_c^d(s)$ så när som tidsfördröjningen. Observera dock att man använder sig av en känd modell (T och G_2) i regulatorn.

Fasavancering: Nära ω_c

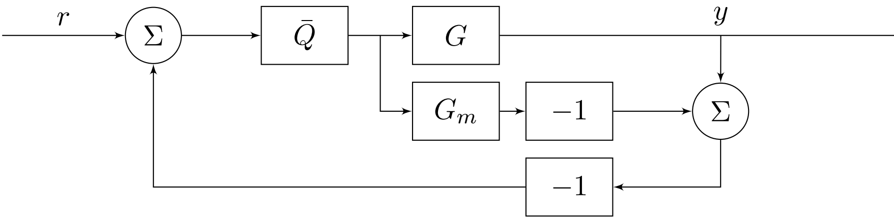
$$\Rightarrow \bar{F}(i\omega)G_2(i\omega) \approx -1$$

$$\Rightarrow F(i\omega) \approx e^{+i\omega T}\bar{F}(i\omega)$$

Prediktion av signaler med frekvens nära ω_c.

Internal Model Control

Finns ej i boken, men i kompendie på kurshemsidan.



$$U = \bar{Q}\big[\underbrace{R - Y}_{E} + G_m U\big] \Rightarrow$$

$$U = \underbrace{\frac{\bar{Q}}{1 - \bar{Q}G_m}}_{F\text{, vanlig regulator}} \cdot E$$

$y_m = y$ om man ej har modellfel eller störningar. $\Rightarrow$
Öppen styrning $G_c = G\bar{Q}$!

Otto Smith:

$$\bar{Q} = \frac{\bar{F}}{1+\bar{F}G_2} \quad (\approx \frac{1}{G_2})$$

$$\Rightarrow G_c = \frac{\bar{F}G_2}{1+\bar{F}G_2}e^{-sT} \quad (\approx e^{-sT})$$

$$\Rightarrow F = \frac{\bar{Q}}{1-\bar{Q}G_m} \quad (= \text{"Otto Smith"})$$

Internal Model Control

$$\text{Allmänt är } \bar{Q} \approx \underbrace{1/\tilde{G}}_{\text{Det som går att invertera av } G} \times G_c^d \quad \Rightarrow \quad G_c = G_c^d \frac{G}{\tilde{G}}$$

där G_c^d är önskat slutet system (som man inte alltid kan uppnå)
Tidsfördröjningar och instabila nollställen kan inte förkortas bort!

Example

Otto-Smith

$$G = G_2 e^{-sT} \Rightarrow \bar{Q} = \frac{\bar{F}}{1 + \bar{F} G_2} = \frac{G_c^d}{G_2}$$

Internal Model Control

Example

$$G_m = \frac{\bar{k}_m}{\bar{\tau}_m s + 1}, \quad G_c^d = \frac{1}{\lambda s + 1}$$

$$\bar{Q} = \frac{G_c^d}{G_m} \Rightarrow F = \frac{\bar{\tau}_m s + 1}{\bar{k}_m \lambda s}$$

Enkel inställning av PI- regulator med

$$K = \frac{\tau_m}{\bar{k}_m \lambda}, \qquad T_I = \tau_m$$

Med

$$G_m = \frac{\bar{k}_m}{(\bar{\tau}_1 s + 1)(\bar{\tau}_2 s + 1)}, \quad G_c^d = \frac{1}{\lambda s + 1}$$

Enkel inställning av PID- regulator, se kompendie.

Internal Model Control

Nackdelar:

- Klarar ej instabila system, "öppen styrning"
- Känslig för störningar

Perfekt reglering $G_c = 1 \cdot e^{-sT}$.
Känslighetsfunktion $S(i\omega) = 1 - e^{-i\omega T}$.

Observera att $S(i\omega) = 1 - (-1) = 2$ då $\omega = \frac{\pi}{T}$

Förstärker störningar $\omega \approx \frac{\pi}{T}$.

Fundamentalt svårt problem!

Minska ω_c relativt T!

Reglerteknik, fortsättningskurs!

Andra svårare reglerproblem

Svårare reglerproblem:

- Nollställen i H.H.P. (icke-minimumfassystem)

Example

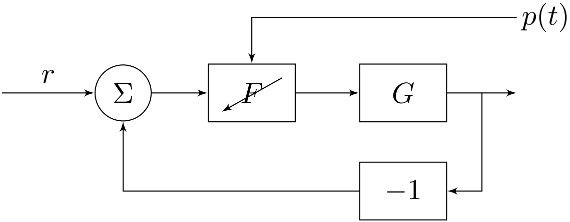
$$\underbrace{\frac{1}{s+1}}_{\text{långsamt}} - \underbrace{\frac{2}{s+10}}_{\text{snabb}} = \frac{-s+8)}{(s+1)(s+10)} = \frac{s+8}{(s+1)(s+10)}\left[\quad \underbrace{\frac{-s+8}{s+8}}_{\text{negativ fasvridning}} \quad\right]$$

Jämför med

$$e^{-\frac{s}{4}} = \frac{e^{-s/8}}{e^{s/8}} \approx \frac{1-\frac{s}{8}}{1+\frac{s}{8}}$$

Andra Reglerproblem

- Multivariabla system
  - Flera in- och utsignaler $\Rightarrow$ Regler FK och Optimering (optimal reglering)
- Tidsvariabla system med gain-scheduling

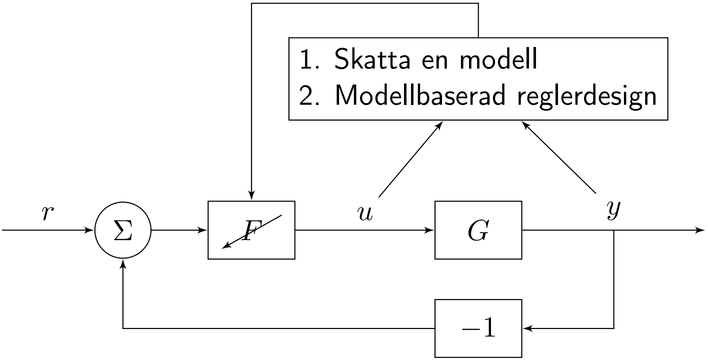


F ändras mha yttre variabler $p(t)$

Exempelvis på flygbanor.

Andra svårare reglerproblem

- Adaptiv reglering



F ändras mha skattad modell

- Autotuning (”adaptiv reglering under uppstart”)
- Lärande system

Optimal Reglering

Example

$$\dot{y}(t) = -ay(t) + bu(t)$$

Minimera kostnadsfunktionen (ändlig horisont) med avseende på insignal

$$J = \int_0^t [y^2(\tau) + q_1 u^2(\tau)] d\tau + q_2 y^2(t)$$

Kostnadsfunktion (oändlig horisont)

$$J = \int_0^\infty [y^2(\tau) + qu^2(\tau)] d\tau$$

Linjärkvadratiskt (LQ) optimeringproblem med analytisk lösning (se boken)

$$u(t) = -K(t)y(t)$$
$$u(t) = -Ky(t), \quad \text{oändlig horisont}$$

Model Predictive Control

Minimera

$$J = \int_t^{t+\Delta} [y^2(\tau) + q_1 u^2(\tau)] d\tau + q_2 y^2(t+\Delta)$$

med bivillkor

$$|y(t)| \le \epsilon_y \quad |u(t)| \le \epsilon_u, \quad \forall t$$

Konvext optimeringsproblem med unik lösning.

MPC: Använd bara den optimala lösningen $u(t)$ $t \le t + \delta$ och räkna sedan fram en ny lösning vid nästa tidpunkt $t \mapsto t + \delta$

Lättare för samplade system (Föreläsning 11)

Ny kurs EL2700 Model Predictive Control