



KTH Informations- och kommunikationsteknik

# Omtentamen med lösningar IE1204-5 Digital Design Måndag 14/3 2016 14.00-18.00

**Allmän information** ( TCOMK, Ask for an english version of this exam if needed )

Examinator: Ingo Sander.

Ansvarig lärare: Kista, William Sandqvist tel 08-7904487

*Tentamensuppgifterna behöver **inte** återlämnas när du lämnar in din skrivning.*

*Hjälpmedel:* Inga hjälpmedel är tillåtna!

Tentamen består av tre delar med sammanlagt 14 uppgifter, och totalt 30 poäng:

**Del A1 (Analys)** innehåller åtta korta uppgifter. Rätt besvarad uppgift ger en poäng. Felaktig besvarad ger 0 poäng. Det totala antalet poäng i del A1 är **10 poäng**. För **godkänt på del A1 krävs minst 6p, är det färre poäng rättar vi inte vidare.**

**Del A2 (Konstruktionsmetodik)** innehåller två metodikuppgifter om totalt **10 poäng**. För att bli **godkänd på tentamen** krävs **minst 11 poäng** från A1+A2, *är det färre poäng rättar vi inte vidare.*

**Del B (Designproblem)** innehåller två friare designuppgifter om totalt **10 poäng**.

**OBS!** I slutet av tentamenshäftet finns ett inlämningsblad för del A1, som ska avskiljas för att lämnas in tillsammans med lösningarna för del A2 och del B.

För ett godkänt betyg (**E**) krävs **minst 11 poäng på hela tentamen**. Vid exakt 10p från A1(6p)+A2(4p) erbjuds komplettering (FX) till godkänt.

**Betyg** ges enligt följande:

0 –	11 –	16 –	19 –	22 –	25
F	E	D	C	B	A

Resultatet beräknas meddelas före måndagen den 4/4 2016.

# Del A1: Analysuppgifter

Endast svar krävs på uppgifterna i del A1. Lämna svaren på inlämningsbladet för del A1 som du hittar på sista sidan av tentahäftet.

## 1. 1p/0p

En funktion  $f(x, y, z)$  beskrivs med hjälp av uttrycket:

$$f(x, y, z) = \overline{(z \oplus x)}(\overline{x+z})(\overline{xyz})$$

Ange funktionen som minimerad produkt av summer.

$$f(x, y, z) = \{POS\}_{\min} = ?$$

### 1. Lösningsförslag.

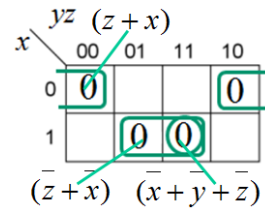
$$f(x, y, z) = \overline{(z \oplus x)}(\overline{x+z})(\overline{xyz})$$

$$\overline{(z \oplus x)} = \overline{zx + z\bar{x}} = \{dM\} = (\bar{z} + \bar{x})(z + x)$$

$$\overline{xyz} = \{dM\} = (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z})$$

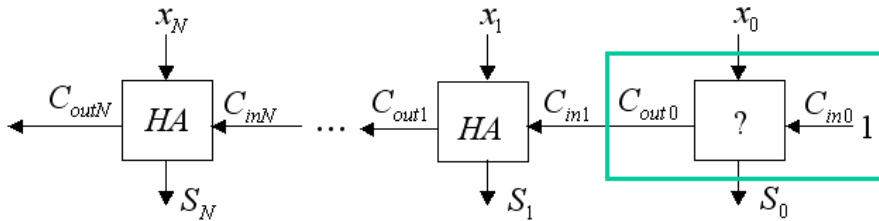
$$\Rightarrow f(x, y, z) = (\bar{z} + \bar{x})(z + x)(\bar{x} + \bar{y} + \bar{z}) =$$

$$= (\bar{z} + \bar{x})(z + x)$$



## 2. 1p/0p

Ett specialfall av addition är när ett binärt tal  $x (x_N \dots x_1 x_0)$  ska ökas med 1 (inkrementering),  $S = x + 1$ . Man kan då bygga en förenklad adderare enligt figuren. Eftersom det är ett tal och inte två tal som adderas så räcker det med att använda halvadderare (HA) i stället för heladderare (FA). Det första steget kan förenklas ytterligare. Ange funktionerna  $S_0$  och  $C_{out0}$  för detta första steg.



$$S_0 = ?$$

$$C_{out0} = ?$$

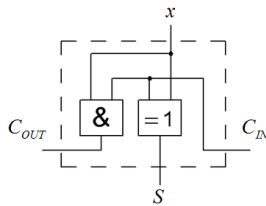
### 2. Lösningsförslag.

Det räcker med att blocken är halvadderare i stället för heladderare. Första steget behöver bara en inverterare.

$C_{inN}$	$x_N$	$S_N$	$C_{outN}$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

$$S_N = x_N \oplus C_{inN}$$

$$C_{outN} = x_N \cdot C_{inN}$$



$C_{in0}$	$x_0$	$S_0$	$C_{out0}$
1	0	1	0
1	1	0	1

$$S_0 = \bar{x}_0$$

$$C_{out0} = x_0$$

## 3. 1p/0p

Två tvåkomplement 4-bitstal är  $x = 1010$  och  $y = 0011$ . Ange resultatet av **multiplikationen**  $x \cdot y$  som ett tvåkomplement 8-bitstal (teckenexpanderat till 8 bitar).

### 3. Lösningsförslag.

$$x = 1010 = -(0101+1) = -0110_2 = -6_{10} \quad y = +0011_2 = +3_{10} \quad -6 \times 3 = -18$$

$$-18_{10} \text{ (8-bit)} = -00010010_2 = (11101101+1)_2 = 11101110_2 \quad (238)$$

4. 1p/0p

Ett Karnaughdiagram för en funktion av fyra variabler  $Y = f(x_3, x_2, x_1, x_0)$  ges nedan.

Ange funktionen minimerad  $Y_{\min}$  som en summa av produkter, på **SoP** form.

”-” i diagramet står för ”don't care”.

	$x_1x_0$			
	00	01	11	10
$x_3x_2$	00	01	11	10
00	0 -	1 1	3 1	2 0
01	4 0	5 -	7 1	6 1
11	12 1	13 1	15 0	14 0
10	8 0	9 1	11 1	10 -

4. Lösningsförslag.

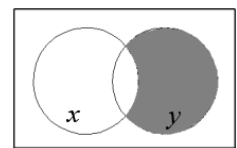
	$x_1x_0$				
	00	01	11	10	
$x_3x_2$	00	01	11	10	
00	0 -	1 1	3 1	2 0	$\bar{x}_2x_0$
01	4 0	5 -	7 1	6 1	$\bar{x}_3x_2x_1$
11	12 1	13 1	15 0	14 0	$x_3x_2\bar{x}_1$
10	8 0	9 1	11 1	10 -	

$$Y_{\min} = \bar{x}_2x_0 + \bar{x}_3x_2x_1 + x_3x_2\bar{x}_1$$

5. 1p/0p

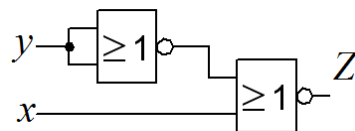
Rita det grindnät med **NOR**-grindar som motsvarar figurens Venn-diagram. (ljus fält = 0, mörkt fält = 1). Variablernas komplement finns *inte* tillgängligt.

$$Z = f(x, y)$$



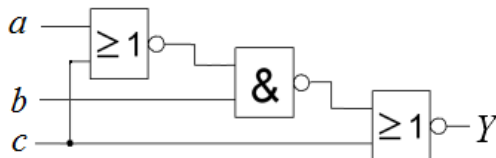
5. Lösningsförslag.

$$Z = \bar{x} \cdot y = \overline{x \cdot \bar{y}} = \{dM\} = \overline{x + \bar{y}}$$



6. 1p/0p

Figuren nedan visar ett grindnät med två NOR grindar och en NAND-grind. Förenkla funktionen  $Y = f(a, b, c)$  så långt som möjligt.



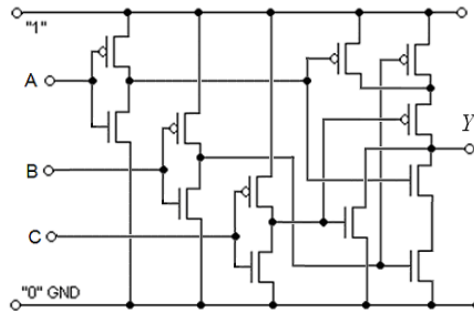
6. Lösningsförslag.

$$Y = \overline{(a+c) \cdot b} + c = \{dM\} = \overline{a \cdot c \cdot b} + c = \{dM\} = \bar{a} \cdot \bar{c} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c}$$

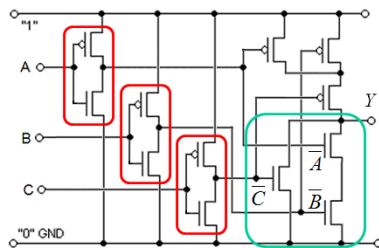
7. 1p/0p

Ange den logiska funktion som realiseras av CMOS kretsen i figuren nedan.

Ange funktionen på SoP-form.  $Y = f(A, B, C) = ?$



7. Lösningsförslag.

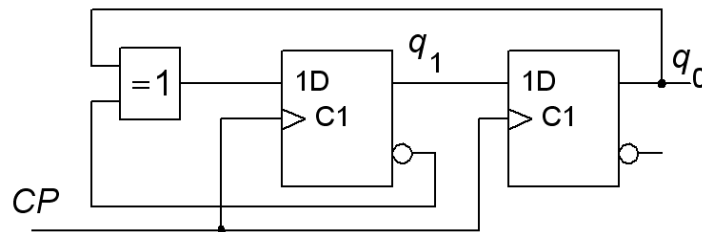


$$\begin{aligned} \bar{Y} &= \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \\ \Rightarrow \\ Y &= \overline{\bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B}} = \\ &= \overline{\bar{C}} \cdot \overline{\bar{A} \cdot \bar{B}} = \\ &= C(A + B) = CA + CB \end{aligned}$$

Kretsen har tre inverterare som först inverterar signalerna  $A$ ,  $B$  och  $C$  till  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$  och  $\bar{C}$  innan de går vidare.

Den nedre delen av kretsen, "Pull Down Network", ger oss villkoret för 0, dvs  $\bar{Y}$ .  $Y$  fås till sist med invertering och de Morgans lag.

8. 1p/0p



En synkron räknare enligt figuren ovan startar med tillståndet  $q_1q_0 = 00$ . Ange räknesekvensen för de följande **fyra** klockpulserna.

8. Lösningsförslag.

$$\begin{aligned} q_1^+ &= \bar{q}_1 \oplus q_0 = \overline{q_1 \oplus q_0} \\ q_0^+ &= q_1 \end{aligned}$$

$q_1$	$q_0$	0	1		$q_1$	$q_0$	0	1		$q_1$	$q_0$	0	1
0	1	0	1		0	1	0	1		0	1	0	1
1	0	1	0		1	1	0	1		1	0	1	0
	$q_1^+$		$q_0^+$			$q_1^+$		$q_0^+$			$q_1^+$		$q_0^+$

$00 \rightarrow 10 \rightarrow 01 \rightarrow 00 \rightarrow$

### 9. 1p/0p

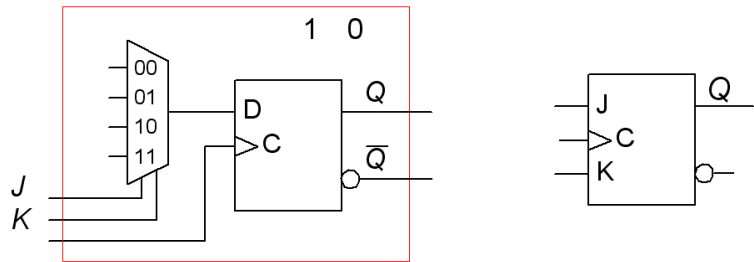
För en JK-vippa gäller, som Du nog kommer ihåg, följande regler:

*JK*: 00 *Q* förblir samma

*JK*: 01 *Q* reset till 0

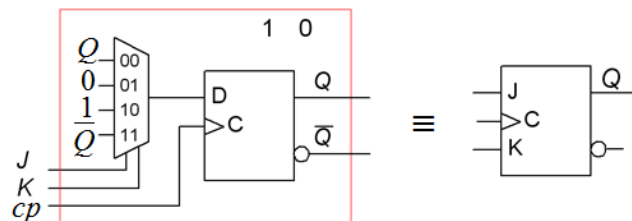
*JK*: 11 *Q* byter värde

*JK*: 10 *Q* set till 1



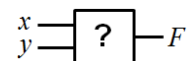
Visa (rita) hur man kan göra en JK-vippa utav **D-vippan** och en 4:1 **multiplexor**. Förutom *Q* och dess invers så finns konstanterna 1 och 0 att tillgå. En kopia av figuren finns även på svarsblanketten.

### 9. Lösningsförslag.



### 10. 1p/0p

Nedan är VHDL-kod för en logikfunktion. Vad kallas funktionen?



```
library ieee;
use ieee.std_logic_1164.all;

entity GATE_ent is
port( x: in std_logic;
      y: in std_logic;
      F: out std_logic
);
end GATE_ent;

architecture behv of GATE_ent is
begin

    process(x, y)
    begin
        if (x='0' and y='0') then
            F <= '1';
        else
            F <= '0';
        end if;
    end process;

end behv;
```

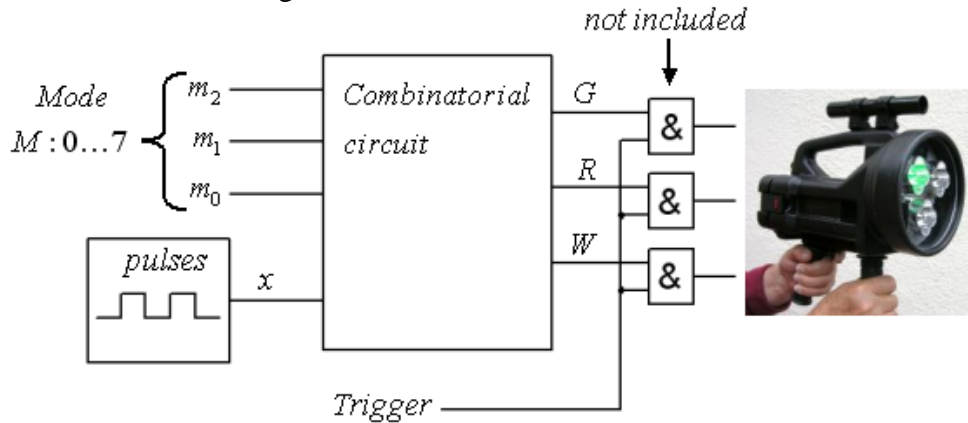
### 10. Lösningsförslag.

$$F = \overline{x \cdot y} = \overline{x \cdot y} = \overline{dM} = \overline{x + y} \quad \text{NOR (eller bubbel AND)}$$

## Del A2: Konstruktionsmetodik

Observera! Del A2 rättas endast om Du är godkänd på del A1

11. 4p Light Gun – nödutrustning för trafikledartorn.



Du skall konstruera ett kombinatoriskt nät till en signalstrålkastare för trafikledartorn (nödutrustning).

Med en 8-läges binärkodad omkopplare väljer man Mode  $M: m_2m_1m_0$ .

Mode: Avstängd, fast grönt ( $G$ ) ljus, blinkande grönt ljus, fast rött ( $R$ ) ljus, blinkande rött ljus, blinkande vitt ljus, omväxlande grönt och rött ljus, samt fast vitt ( $W$ ) ljus. Blinkande ljus styrs med pulser  $x$  från en pulsgenerator.

	$m_2m_1m_0$		$m_2m_1m_0$
	0: 0		4: $x \overline{R} \overline{0} \overline{R} \overline{0} \overline{R}$
Mode	1: $G$		5: $x \overline{0} \overline{W} \overline{0} \overline{W} \overline{0}$
	2: $x \overline{0} \overline{G} \overline{0} \overline{G} \overline{0}$		6: $x \overline{R} \overline{G} \overline{R} \overline{G} \overline{R}$
	3: $R$		7: $W$

Se figurerna. En trigger-krets med tre och-grindar finns också i figuren (för tex. Morse signalering), men denna del av utrustningen är given och ingår *inte* i uppgiften.

a) (1p) Ställ upp **sanningstabellen**, sambandet mellan  $GRW$  och  $xm_2m_1m_0$ .

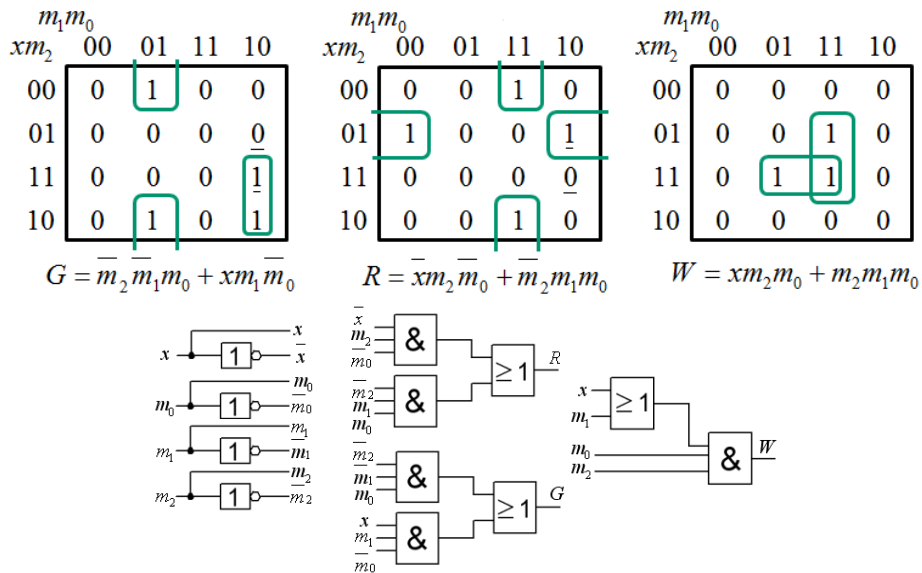
b) (2p) Ställ upp karnaughdiagram för de tre utsignalerna  $G$   $R$   $W$  och ta fram de **minimerade uttrycken** för  $G = f(x, m_2, m_1, m_0)$ ,  $R = f(x, m_2, m_1, m_0)$  och  $W = f(x, m_2, m_1, m_0)$  på SoP-form.

c) (1p) Rita **grindnäten** för den kombinatoriska kretsen med användande av valfria grindar. Inga inverterade variabler finns tillgängliga.

11. Lösningförslag.

$x$	$m_2$	$m_1$	$m_0$	$G$	$R$	$W$	$x$	$m_2$	$m_1$	$m_0$	$G$	$R$	$W$
0	0	0	0	0	0	0	8	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	9	1	0	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	0	10	1	0	1	0	0	0
3	0	0	1	1	0	1	11	1	0	1	1	0	0
4	0	1	0	0	0	1	12	1	1	0	0	0	0
5	0	1	0	1	0	0	13	1	1	0	1	0	0
6	0	1	1	0	0	1	14	1	1	1	0	0	0
7	0	1	1	1	0	0	15	1	1	1	1	0	0

För mode 6, då  $G$  och  $R$  är omväxlande, är det viktigt att  $G$  och  $R$  har motsatta värden i sanningstabellens rader 6 och 14!

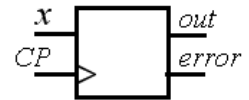


12. 6p

Ett synkront sekvensnät, en Moore automat, har en insignal  $x$  och en utsignal  $out$ . Kretsens tillståndsdigram visas i figuren nedan th. I figuren visas var  $x$   $q_1$   $q_0$  och  $out$  placerats i tillståndssymbolen.

Om kretsen skulle "hamna" i ett tillstånd utanför den sekvens som beskrivs av tillståndsdigrammet, skall kretsen förbli i det tillståndet men med  $out = 0$  och en extra utsignal  $error = 1$ . Den extra utsignalen  $error$  ska alltid vara 0 annars.

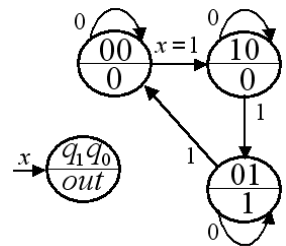
Moore automaten använder D-vippor.



a) (1p) Ställ upp den kodade **tillståndstabellen**  $q_1^+ q_0^+ = f(x, q_1 q_0)$

b) (2p) Tag fram minimerade uttryck för **nästa tillstånd**.

$$q_1^+ = f(x, q_1 q_0) \quad q_0^+ = f(x, q_1 q_0)$$

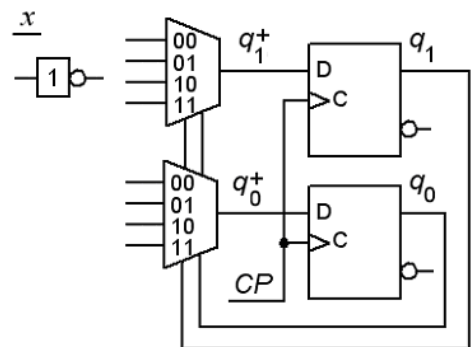


c) (1p) Tag fram minimerade uttryck för **utsignal funktionerna**.

$$out = f(q_1 q_0) \quad error = f(q_1 q_0) \quad \text{rita också schema för dessa med valfria grindar.}$$

d) (2p) Konstruera kretsen, använd **två 4:1 multiplexorer** och högst en inverterare till nästa tillståndsfunktionerna:  $q_1^+ = f(x, q_1 q_0) \quad q_0^+ = f(x, q_1 q_0)$

Du skall ange vad som ska anslutas till multiplexorernas dataingångar. Se figuren till höger.



$$q_1^+ : mux_{00} = ?, mux_{01} = ?, mux_{10} = ?, mux_{11} = ?$$

$$q_0^+ : mux_{00} = ?, mux_{01} = ?, mux_{10} = ?, mux_{11} = ?$$

12. Lösningsförslag.

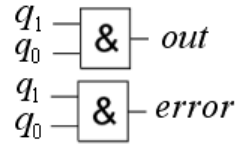
	$q_1 q_0$	00	01	11	10
$x$					
0		00	01	11	10
1		10	00	11	01
		$q_1^+ q_0^+$			

	$q_1 q_0$	00	01	11	10
$x$					
0		0	0	1	1
1		1	0	1	0
		$q_1^+ = q_1 q_0 + \bar{x} q_1 + x \bar{q}_1 \bar{q}_0$			

	$q_1 q_0$	00	01	11	10
$x$					
0		0	1	1	0
1		0	0	1	1
		$q_0^+ = \bar{x} q_0 + x q_1$			

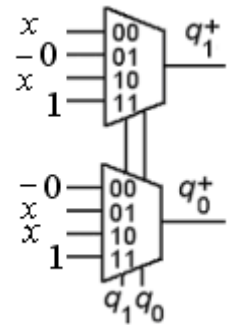
	$q_1 q_0$	00	01	11	10
		00	10	01	00
		<i>out error</i>			

$out = \bar{q}_1 \bar{q}_0$   
 $error = q_1 q_0$



	$q_1 q_0$	00	01	11	10
$x$					
0		0	0	1	1
1		1	0	1	0
		$q_1^+ : x \quad 0 \quad 1 \quad \bar{x}$			

	$q_1 q_0$	00	01	11	10
$x$					
0		0	1	1	0
1		0	0	1	1
		$q_0^+ : 0 \quad \bar{x} \quad 1 \quad x$			





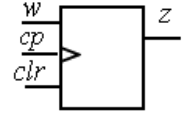
## Del B. Designproblem

Observera! Del B rättas endast om Du har mer än 11p på del A1+A2.

13. 5p Synkront sekvensnät. Detektor för specifik händelse.

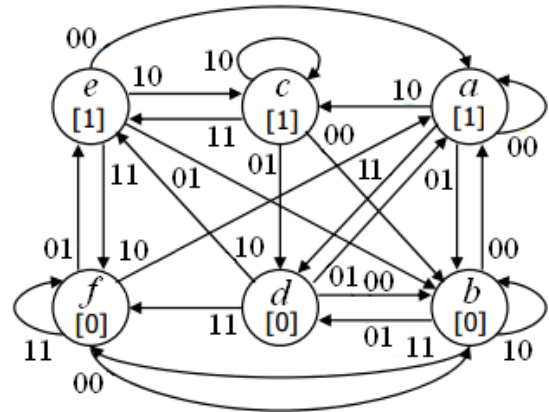
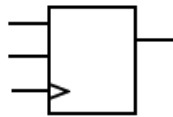
För en Moore-automat gäller att utsignalen  $z = 1$ , **om och endast om** insignalen är  $w = 1$  vid klockpulsen och om det bland de tidigare klockpulserna finns **exakt ett** tillfälle då insignalen varit 1 och **minst ett** tillfälle då insignalen varit 0. Annars är utsignalen 0.

(Efter en kort resetpuls med  $clr = 1$ , är automaten redo att detektera "händelsen" på nytt).



a) (3p) Tag fram automatens **tillståndstabell** och **tillståndsdiagram** utifrån beskrivningen i texten.

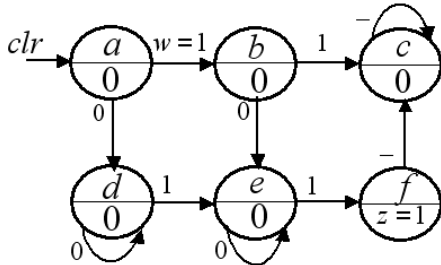
**En helt annan** Moore-automat har två ingångssignaler, och en utgångssignal. Automaten har sex tillstånd enligt tillståndsdiagrammet i figuren till höger. Utsignalens värde står inom hakparentes inuti tillstånden [].



b) (2p) Tillståndsminimera automaten, och ställ upp **tillståndstabell** och rita **tillståndsdiagrammet**.

### 13. Lösningförslag.

a)



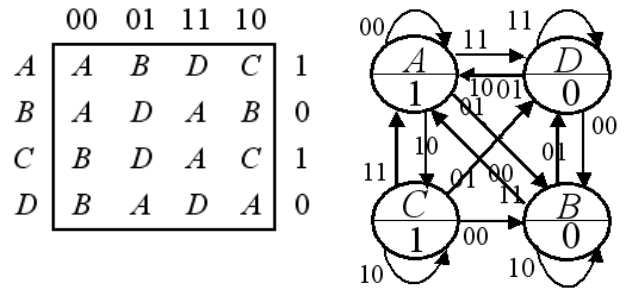
$clr \rightarrow$	$w$	$z$	
$a$	$d$	$b$	0
$b$	$e$	$c$	0
$c$	$c$	$c$	0
$d$	$d$	$e$	0
$e$	$e$	$f$	0
$f$	$c$	$c$	1

b)  $(ace)(bdf)$

$a_{00} \rightarrow (ace)$     $a_{01} \rightarrow (bdf)$     $a_{11} \rightarrow (bdf)$     $a_{10} \rightarrow (ace)$   
 $c_{00} \rightarrow (bdf)$     $c_{01} \rightarrow (bdf)$     $c_{11} \rightarrow (ace)$     $c_{10} \rightarrow (ace)$   
 $e_{00} \rightarrow (ace)$     $e_{01} \rightarrow (bdf)$     $e_{11} \rightarrow (bdf)$     $e_{10} \rightarrow (ace)$   
 $(ae)(c)(bdf)$   
 $b_{00} \rightarrow (ae)$     $b_{01} \rightarrow (bdf)$     $b_{11} \rightarrow (ae)$     $b_{10} \rightarrow (bdf)$   
 $d_{00} \rightarrow (bdf)$     $d_{01} \rightarrow (ae)$     $d_{11} \rightarrow (bdf)$     $d_{10} \rightarrow (ae)$   
 $f_{00} \rightarrow (bdf)$     $f_{01} \rightarrow (ae)$     $f_{11} \rightarrow (bdf)$     $f_{10} \rightarrow (ae)$

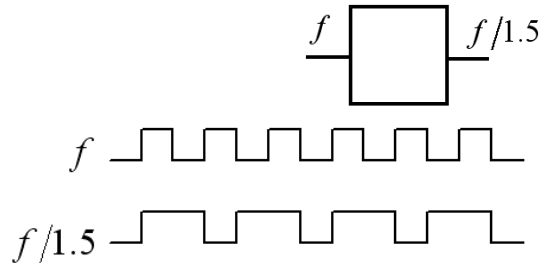
	00	01	11	10	
$a$	$a$	$b$	$d$	$c$	1
$b$	$a$	$d$	$e$	$b$	0
$c$	$b$	$d$	$e$	$c$	1
$d$	$b$	$a$	$f$	$e$	0
$e$	$a$	$b$	$f$	$c$	1
$f$	$b$	$e$	$f$	$a$	0

$(ae)(b)(c)(df)$  minimized.  
 $(ae) = A$   $(b) = B$   $(c) = C$   $(df) = D$



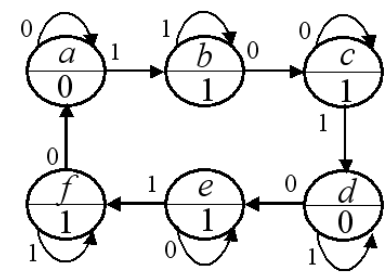
14. 5p Frekvensdelare 1:1.5.

Ett datorsystem har en 90 MHz klocka. Man vill dela den frekvensen med en faktor **1,5** ned till frekvensen 60 MHz. Till detta behöver man ett asynkront sekvensnät. Se figuren.

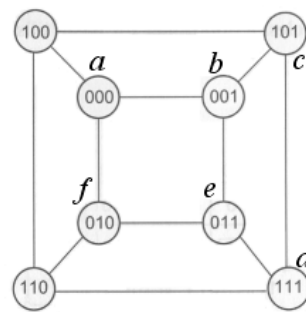


- a) Ställ upp en korrekt **flödestabell** för sekvensnätet. Rita **tillståndsdigram**.
- b) Gör en lämplig **tillståndstilldelning** med en **excitations-tabell** som ger nät som är **fria från kritisk kapplöpning** (kommentera hur Du uppnått detta). Du skall även ta fram de **hasardfria uttrycken** för nästa tillstånd (kommentera hur Du uppnått detta) samt ett **uttryck för utgångsvärdet**. Du behöver *inte* rita något grindnät.

14. Lösningförslag.



	0	f	1	f/1.5
a	a	b	0	0
b	c	b	1	1
c	e	d	1	1
d	e	d	0	0
e	e	f	1	1
f	a	f	1	1



	0	f	1	f/1.5
$q_2q_1q_0$	000	001	0	0
	001	101	001	1
	101	111	111	1
	111	011	111	0
	011	011	010	1
	010	000	010	1

$q_2^+q_1^+q_0^+$

$q_2q_1$	$q_0f$	00	01	11	10
00		0	0	0	1
01		0	0	0	0
11		-	-	1	0
10		-	-	1	1

$q_2^+ = q_2f + q_2\bar{q}_1 + \bar{q}_1q_0\bar{f}$

$q_2q_1$	$q_0f$	00	01	11	10
00		0	0	0	0
01		0	1	1	1
11		-	-	1	1
10		-	-	1	0

$q_1^+ = q_2f + q_1f + q_1q_0$

$q_2q_1$	$q_0f$	00	01	11	10
00		0	1	1	1
01		0	0	0	1
11		-	-	1	1
10		-	-	1	1

$q_0^+ = q_2 + q_0\bar{f} + \bar{q}_1\bar{f} + \bar{q}_1q_0$

$q_1q_0$

$q_2$	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	-	1	0	-

$f/1.5 = \bar{q}_2q_0 + \bar{q}_1q_0 + \bar{q}_2q_1$   
 Code has Hamming distance 1. Hazard cover included.

*Lycka till!*

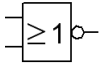
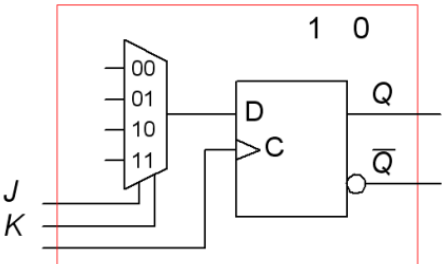
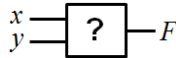
# Inlämningsblad för del A Blad 1

( ta loss och lämna in som blad 1 tillsammans med lösningarna för del A2 och del B )

Efternamn: \_\_\_\_\_ Förnamn: \_\_\_\_\_

Personnummer: \_\_\_\_\_ Blad: **1**

**Skriv in dina svar för uppgifterna från del A1 ( 1 till 10 )**

Fråga	Svar		
1	$f(x, y, z) = \{POS\}_{\min} = ?$		
2	$S_0 = ?$ <span style="margin-left: 200px;"><math>C_{out0} = ?</math></span>		
3	$x \cdot y$ (8 bit 2-complement) = ?		
4	$Y = \{SoP\}_{\min}$		
5	$Z = f(x, y)$ 		
6	$Y = f(a, b, c)$		
7	$Y = f(A, B, C) = ?$		
8	$q_1q_0 = 00 \rightarrow ?? \rightarrow ?? \rightarrow ?? \rightarrow ??$		
9		10	(VHDL program) Vad kallas funktionen? 

**Nedanstående del fylls i av examinatorn!**

Del A1 (10)	Del A2 (10)		Del B (10)		Totalt (30)	
Poäng	11	12	13	14	Summa	Betyg