KS 2 SF1661 HT16, 27/9-16
SVAR & LÖSNINGSFÖRSLAG

1. a)

$$|2x-3| \leq 5 \iff$$

$$-5 \leq 2x-3 \leq 5 \iff$$

$$-2 \leq 2x \leq 8 \iff$$

$$-1 \leq x \leq 4$$

b)

$$6x^3+x^2-x<0 \iff$$

$$6x\left(x^2+\tfrac{1}{6}x-\tfrac{1}{6}\right)<0. \quad (*)$$

För att faktorisera $x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}$ löser vi

$$x^2+\tfrac{1}{6}x-\tfrac{1}{6}=0 \iff x=-\tfrac{1}{12}\pm\sqrt{\tfrac{1}{144}+\tfrac{24}{144}}$$

$$\iff x=-\tfrac{1}{12}\pm\tfrac{5}{12}. \quad \text{Så } x^2+\tfrac{1}{6}x-\tfrac{1}{6}=\left(x+\tfrac{1}{2}\right)\left(x-\tfrac{1}{3}\right)$$

Alltså är $(*) \iff 6x\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)<0$.

Teckentabell

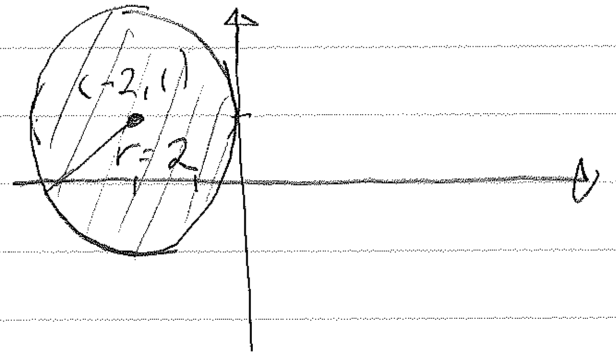
x		$-1/2$		0		$1/3$	
$6x$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$(x+\frac{1}{2})$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$(x-\frac{1}{3})$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$6x(x+\frac{1}{2})(x-\frac{1}{3})$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Från teckentabell ser vi att

$$6x^3+x^2-x<0 \iff x\in(-\infty,-1/2)\cup(0,1/3)$$

SVAR: a) $x\in[-1,4]$ b) $x\in\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(0,\frac{1}{3}\right)$

2 a) $(x+2)^2 + (y-1)^2 \leq 2^2$



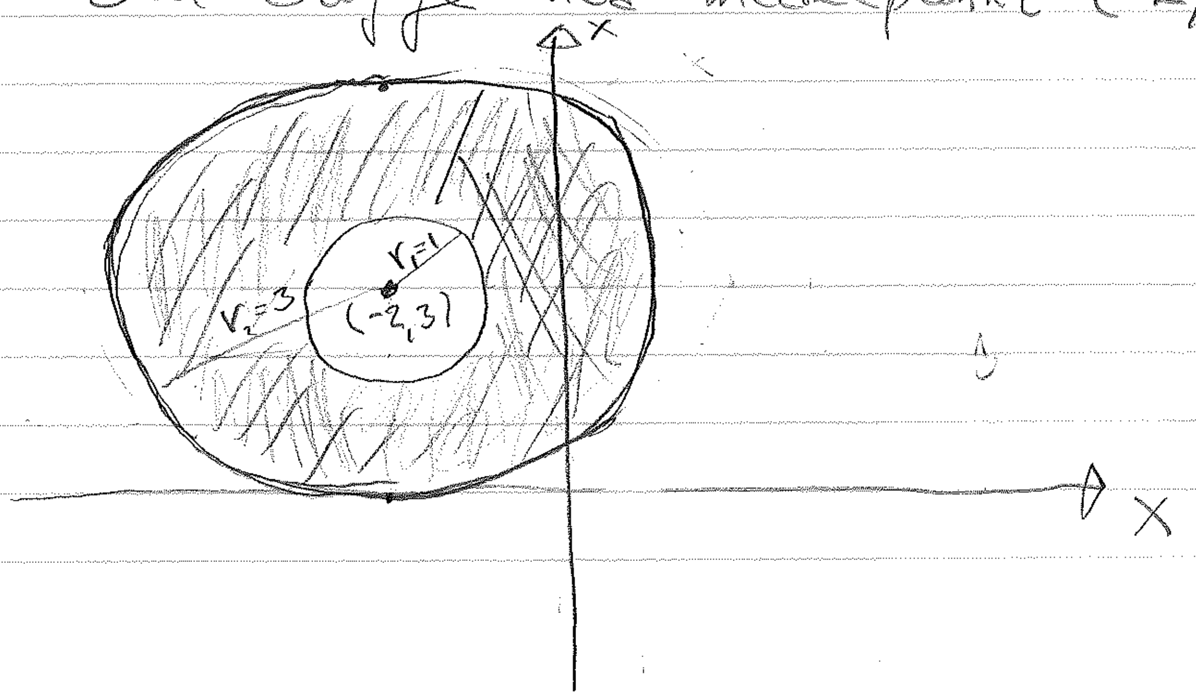
Olikheten beskriver en cirkelskiva med radie $r=2$ och medelpunkt $(-2,1)$.

b) $-12 \leq x^2+4x+y^2-6y \leq -4$

$\Leftrightarrow \; -12+4+9 \leq x^2+4x+4+y^2-6y+9 \leq -4+4+9$

$\Leftrightarrow \; 1 \leq (x+2)^2+(y-3)^2 \leq 9$

Vilket beskriver ett ringformat område begränsat av två cirklar med radie $r_1=1$ resp. $r_2=3$, och bägge med medelpunkt $(-2,3)$



3. Låt $S = \sum_{k=0}^{n} ar^k = a + ar + ar^2 + \ldots + ar^n$,

Bilda $rS = \sum_{k=0}^{n} ar^{k+1} = ar + ar^2 + \ldots + ar^n + ar^{n+1}$

Då när

$$S - rS = a - ar^{n+1}$$

$$\Leftrightarrow (1-r)S = a(1 - r^{n+1})$$

$$\underset{r \neq 1}{\Leftrightarrow} S = a\frac{1 - r^{n+1}}{1-r}$$

V.S.B.