DD1361
Programmeringsparadigm

Formella Språk & Syntaxanalys
Föreläsning 3

Per Austrin

2016-11-10

Snabb repetition

Huvudkoncept hittils:

Formellt språk

- en mängd strängar

Reguljära språk

- den klass av formella språk som kan beskrivas med reguljära uttryck eller ändliga automater (DFA:er)
- viktigt: reguljära uttryck och automater lika kraftfulla, kan beskriva samma saker

Grammatiker

- verktyg för att beskriva språk med enkla rekursiva definitioner

Idag

Lexikal analys

Härledningar och syntaxträd

Rekursiv medåkning

Omskrivning av grammatiker

Grammatik för aritmetiska uttryck

Låt oss skriva en grammatik för aritmetiska uttryck med heltal, operatorerna $+, -, *, /$, och parenteser.

Grammatik för aritmetiska uttryck

Låt oss skriva en grammatik för aritmetiska uttryck med heltal, operatorerna $+, -, *, /$, och parenteser.

Möjlig grammatik:

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} \rightarrow & \text{Number} \mid \\
& \text{Expr} + \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} - \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} * \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} / \text{Expr} \mid \\
& (\text{Expr}) \\
\text{Number} \rightarrow & \text{Digit} \mid \text{Digit Number} \\
\text{Digit} \rightarrow & 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9
\end{aligned}
$$

Icke-slutsymboler:
Expr (representerar uttryck)
Number (representerar heltal)
Digit (representerar siffror)

Onödigt komplicerat?

Det väsentliga i den här grammatiken är de rekursiva reglerna för hur man formar ett uttryck.

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} \rightarrow\ & \text{Number} \mid \\
& \text{Expr} + \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} - \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} * \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} / \text{Expr} \mid \\
& (\text{Expr}) \\
\text{Number} \rightarrow\ & \text{Digit} \mid \text{Digit Number} \\
\text{Digit} \rightarrow\ & 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9
\end{aligned}
$$

Onödigt komplicerat?

Det väsentliga i den här grammatiken är de rekursiva reglerna för hur man formar ett uttryck.

Reglerna för vad som är ett tal känns lite som ett bihang som vi var tvungna att ha med för att göra grammatiken fullständig.

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} \rightarrow\ & \text{Number} \mid \\
& \text{Expr} + \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} - \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} * \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} / \text{Expr} \mid \\
& (\text{Expr}) \\
\text{Number} \rightarrow\ & \text{Digit} \mid \text{Digit Number} \\
\text{Digit} \rightarrow\ & 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9
\end{aligned}
$$

Onödigt komplicerat?

Det väsentliga i den här grammatiken är de rekursiva reglerna för hur man formar ett uttryck.

Reglerna för vad som är ett tal känns lite som ett bihang som vi var tvungna att ha med för att göra grammatiken fullständig.

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} &\rightarrow \text{Number} \mid \\
&\quad\ \text{Expr} + \text{Expr} \mid \\
&\quad\ \text{Expr} - \text{Expr} \mid \\
&\quad\ \text{Expr} * \text{Expr} \mid \\
&\quad\ \text{Expr} / \text{Expr} \mid \\
&\quad\ (\text{Expr}) \\
\text{Number} &\rightarrow \text{Digit} \mid \text{Digit Number} \\
\text{Digit} &\rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9
\end{aligned}
$$

Att känna igen tal är ju väldigt enkelt (kan t.ex. göras med det reguljära uttrycket `[0-9]+`), är lite overkill att använda grammatik för det.

Pre-processa heltal

Idé: *pre-processa* indata-strängen för att ta hand om de delar som utgör ”enkla” beståndsdelar av grammatiken

Pre-processa heltal

Idé: *pre-processa* indata-strängen för att ta hand om de delar som utgör ”enkla” beståndsdelar av grammatiken

Exempel: låt oss titta på strängen “`378*232*(582-01)`”

Pre-processa heltal

Idé: *pre-processa* indata-strängen för att ta hand om de delar som utgör ”enkla” beståndsdelar av grammatiken

Exempel: låt oss titta på strängen “`378*232*(582-01)`”

Detta är *teckensekvensen*
‘3’, ‘7’, ‘8’, ‘*’, ‘2’, ‘3’, ‘2’, ‘*’, ‘(’, ‘5’, ‘8’, ‘2’, ‘-’, ‘0’, ‘1’, ‘)’

Pre-processa heltal

Idé: *pre-processa* indata-strängen för att ta hand om de delar som utgör ”enkla” beståndsdelar av grammatiken

Exempel: låt oss titta på strängen “`378*232*(582-01)`”

Detta är *teckensekvensen*
‘3’, ‘7’, ‘8’, ‘*’, ‘2’, ‘3’, ‘2’, ‘*’, ‘(’, ‘5’, ‘8’, ‘2’, ‘-’, ‘0’, ‘1’, ‘)’

Vi pre-processar detta till den nya sekvensen
Number, ‘*’, Number, ‘*’, ‘(’, Number, ‘-’, Number, ‘)’

Pre-processa heltal

Idé: *pre-processa* indata-strängen för att ta hand om de delar som utgör ”enkla” beståndsdelar av grammatiken

Exempel: låt oss titta på strängen “`378*232*(582-01)`”

Detta är *teckensekvensen*
‘3’, ‘7’, ‘8’, ‘*’, ‘2’, ‘3’, ‘2’, ‘*’, ‘(’, ‘5’, ‘8’, ‘2’, ‘-’, ‘0’, ‘1’, ‘)’

Vi pre-processar detta till den nya sekvensen
Number, ‘*’, Number, ‘*’, ‘(’, Number, ‘-’, Number, ‘)’

Elementen i den nya sekvensen kallas för *tokens*.

Pre-processa heltal

Idé: *pre-processa* indata-strängen för att ta hand om de delar som utgör ”enkla” beståndsdelar av grammatiken

Exempel: låt oss titta på strängen “`378*232*(582-01)`”

Detta är *teckensekvensen*
‘3’, ‘7’, ‘8’, ‘*’, ‘2’, ‘3’, ‘2’, ‘*’, ‘(’, ‘5’, ‘8’, ‘2’, ‘-’, ‘0’, ‘1’, ‘)’

Vi pre-processar detta till den nya sekvensen
Number, ‘*’, Number, ‘*’, ‘(’, Number, ‘-’, Number, ‘)’

Elementen i den nya sekvensen kallas för *tokens*.

Några tokens är helt enkelt enstaka tecken från indata-strängen, men andra består av delsträngar från indata-strängen som getts en typ (i det här fallet “Number”)

Pre-processa heltal

Idé: *pre-processa* indata-strängen för att ta hand om de delar som utgör ”enkla” beståndsdelar av grammatiken

Exempel: låt oss titta på strängen “`378*232*(582-01)`”

Detta är *teckensekvensen*
‘3’, ‘7’, ‘8’, ‘*’, ‘2’, ‘3’, ‘2’, ‘*’, ‘(’, ‘5’, ‘8’, ‘2’, ‘-’, ‘0’, ‘1’, ‘)’

Vi pre-processar detta till den nya sekvensen
Number, ‘*’, Number, ‘*’, ‘(’, Number, ‘-’, Number, ‘)’

Elementen i den nya sekvensen kallas för *tokens*.

Några tokens är helt enkelt enstaka tecken från indata-strängen, men andra består av delsträngar från indata-strängen som getts en typ (i det här fallet “Number”)

Vi betraktar denna *tokensekvens* som ett indata att parsa

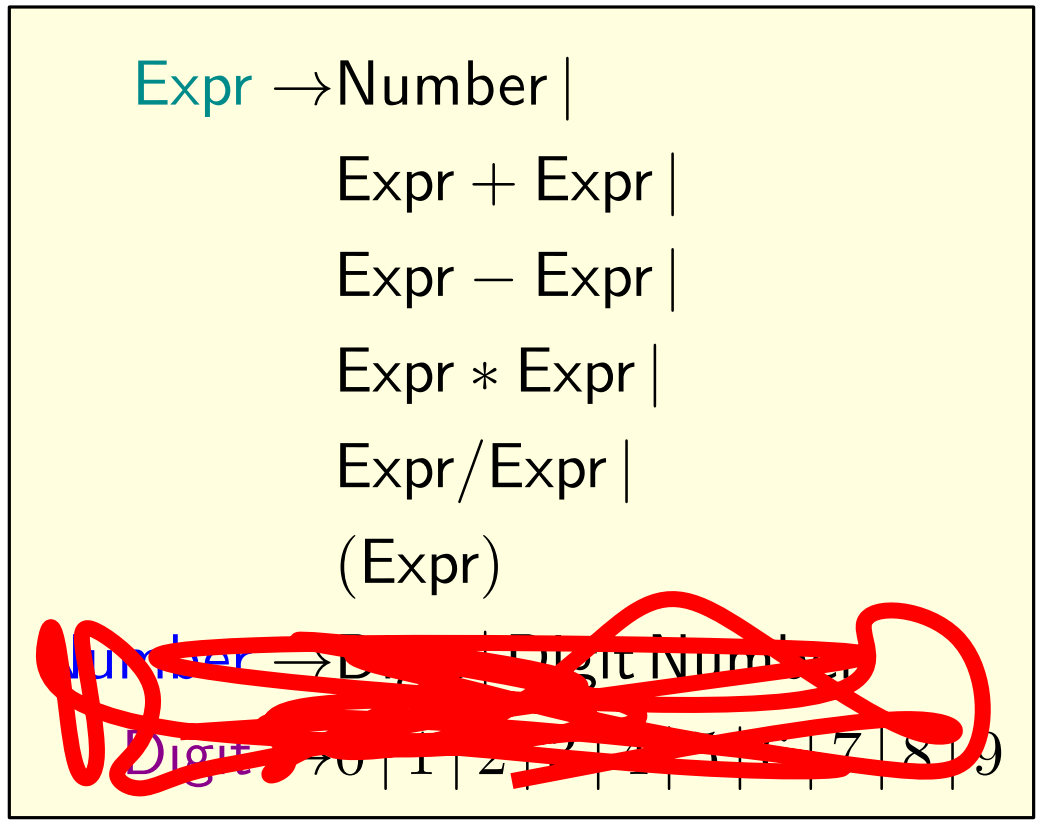
Åter till grammatiken

Vad händer med vår grammatik?

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} &\rightarrow \text{Number} \mid \\
&\quad \text{Expr} + \text{Expr} \mid \\
&\quad \text{Expr} - \text{Expr} \mid \\
&\quad \text{Expr} * \text{Expr} \mid \\
&\quad \text{Expr} / \text{Expr} \mid \\
&\quad (\text{Expr}) \\
\text{Number} &\rightarrow \text{Digit} \mid \text{Digit Number} \\
\text{Digit} &\rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9
\end{aligned}
$$

Åter till grammatiken

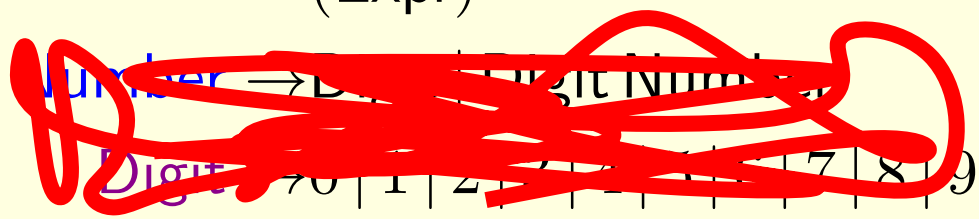
Vad händer med vår grammatik?



Åter till grammatiken

Vad händer med vår grammatik?

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} \rightarrow & \text{Number} \mid \\
& \text{Expr} + \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} - \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} * \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} / \text{Expr} \mid \\
& (\text{Expr})
\end{aligned}
$$



Man kan säga att vi har "uppgraderat" (eller nedgraderat?) "Number" till en slut-symbol istället för en icke-slutsymbol

Lexikal analys

Lexikal analys är processen att transformera en indatasträng (sekvens av tecken) till en sekvens av tokens.

Syften:

1. Abstrahera bort smådetaljer ur grammatiken.
2. Städa bort irrelevanta delar av indata
   - Kommentarer i programmeringsspråk
   - Whitespace
     Vi vill antagligen att “12+5” och “12 + 5” ska behandlas likadant, men att “1 2+5” ska behandlas annorlunda

Lexikal analys

Lexikal analys är processen att transformera en indatasträng (sekvens av tecken) till en sekvens av tokens.

Syften:

1. Abstrahera bort smådetaljer ur grammatiken.
2. Städa bort irrelevanta delar av indata
   - Kommentarer i programmeringsspråk
   - Whitespace
     Vi vill antagligen att "`12+5`" och "`12 + 5`" ska behandlas likadant, men att "`1 2+5`" ska behandlas annorlunda

Tumregel: om något kan beskrivas med ett enkelt reguljärt uttryck så är det (oftast) bättre att betrakta det som ett token istället för att skriva grammatik-regler för det.

T.ex. tal, beskrevs enkelt som `[0-9]+`

Lexikal analys, exempel

Betrakta följande Haskell-funktion

```
-- Det här är min funktion
minFunktion alfa beta =
    5*x
    where
       -- beräkna differensen
       x = alpha-beta
```

Lexikal analys, exempel

Betrakta följande Haskell-funktion

```
-- Det här är min funktion
minFunktion alfa beta =
    5*x
    where
        -- beräkna differensen
        x = alpha-beta
```

Vad är lämpliga val av tokens i Haskell?

Förslag:
Where/Let/Derives/etc alla keywords i språket
Equal/Plus/Minus/Times/etc operatorer
Int/Double/etc tal av olika typer
Name Variabel/funktionsnamn
(och många fler)

Lexikal analys, exempel

Betrakta följande Haskell-funktion

```
-- Det här är min funktion
minFunktion alfa beta =
    5*x
    where
        -- beräkna differensen
        x = alpha-beta
```

Möjlig tokenisering/lexikal analys:

Lexikal analys, exempel

Betrakta följande Haskell-funktion

```
-- Det här är min funktion
minFunktion alfa beta =
    5*x
    where
        -- beräkna differensen
        x = alpha-beta
```

Möjlig tokenisering/lexikal analys:

Detta är en kommentar så vi ignorerar den

Lexikal analys, exempel

Betrakta följande Haskell-funktion

```
-- Det här är min funktion
minFunktion alfa beta =
    5*x
    where
        -- beräkna differensen
        x = alpha-beta
```

Möjlig tokenisering/lexikal analys:

Name

Lexikal analys, exempel

Betrakta följande Haskell-funktion

```
-- Det här är min funktion
minFunktion alfa beta =
    5*x
    where
        -- beräkna differensen
        x = alpha-beta
```

Möjlig tokenisering/lexikal analys:

Name, Name

Lexikal analys, exempel

Betrakta följande Haskell-funktion

```
-- Det här är min funktion
minFunktion alfa beta =
    5*x
    where
        -- beräkna differensen
        x = alpha-beta
```

Möjlig tokenisering/lexikal analys:

Name, Name, Name

Lexikal analys, exempel

Betrakta följande Haskell-funktion

```
-- Det här är min funktion
minFunktion alfa beta =
    5*x
    where
        -- beräkna differensen
        x = alpha-beta
```

Möjlig tokenisering/lexikal analys:

Name, Name, Name, Equal

Lexikal analys, exempel

Betrakta följande Haskell-funktion

```
-- Det här är min funktion
minFunktion alfa beta =
    5*x
    where
        -- beräkna differensen
        x = alpha-beta
```

Möjlig tokenisering/lexikal analys:

Name, Name, Name, Equal, Int

Lexikal analys, exempel

Betrakta följande Haskell-funktion

```
-- Det här är min funktion
minFunktion alfa beta =
    5*x
    where
        -- beräkna differensen
        x = alpha-beta
```

Möjlig tokenisering/lexikal analys:

Name, Name, Name, Equal, Int, Times

Lexikal analys, exempel

Betrakta följande Haskell-funktion

```
-- Det här är min funktion
minFunktion alfa beta =
    5*x
    where
        -- beräkna differensen
        x = alpha-beta
```

Möjlig tokenisering/lexikal analys:

Name, Name, Name, Equal, Int, Times, Name

Lexikal analys, exempel

Betrakta följande Haskell-funktion

```
-- Det här är min funktion
minFunktion alfa beta =
    5*x
    where
        -- beräkna differensen
        x = alpha-beta
```

Möjlig tokenisering/lexikal analys:

Name, Name, Name, Equal, Int, Times, Name, Where

Lexikal analys, exempel

Betrakta följande Haskell-funktion

```
-- Det här är min funktion
minFunktion alfa beta =
    5*x
    where
        -- beräkna differensen
        x = alpha-beta
```

Möjlig tokenisering/lexikal analys:

Name, Name, Name, Equal, Int, Times, Name, Where

Detta är en kommentar så vi ignorerar den

Lexikal analys, exempel

Betrakta följande Haskell-funktion

```
-- Det här är min funktion
minFunktion alfa beta =
    5*x
    where
        -- beräkna differensen
        x = alpha-beta
```

Möjlig tokenisering/lexikal analys:

Name, Name, Name, Equal, Int, Times, Name, Where, Name

Lexikal analys, exempel

Betrakta följande Haskell-funktion

```
-- Det här är min funktion
minFunktion alfa beta =
    5*x
    where
        -- beräkna differensen
        x = alpha-beta
```

Möjlig tokenisering/lexikal analys:

Name, Name, Name, Equal, Int, Times, Name, Where, Name, Equal

Lexikal analys, exempel

Betrakta följande Haskell-funktion

```
-- Det här är min funktion
minFunktion alfa beta =
    5*x
    where
        -- beräkna differensen
        x = alpha-beta
```

Möjlig tokenisering/lexikal analys:

Name, Name, Name, Equal, Int, Times, Name, Where, Name, Equal, Name

Lexikal analys, exempel

Betrakta följande Haskell-funktion

```
-- Det här är min funktion
minFunktion alfa beta =
    5*x
    where
        -- beräkna differensen
        x = alpha-beta
```

Möjlig tokenisering/lexikal analys:

Name, Name, Name, Equal, Int, Times, Name, Where, Name, Equal, Name, Minus

Lexikal analys, exempel

Betrakta följande Haskell-funktion

```
-- Det här är min funktion
minFunktion alfa beta =
    5*x
    where
        -- beräkna differensen
        x = alpha-beta
```

Möjlig tokenisering/lexikal analys:

Name, Name, Name, Equal, Int, Times, Name, Where, Name, Equal, Name, Minus, Name

Idag

Lexikal analys

Härledningar och syntaxträd

Rekursiv medåkning

Omskrivning av grammatiker

Språk – inte bara syntax

Hittills har vi *bara* pratat om *syntax*: givet en sträng, ligger den i språket, ja eller nej?

Språk – inte bara syntax

Hittills har vi *bara* pratat om *syntax*: givet en sträng, ligger den i språket, ja eller nej?

Exempel

- Är `4*(5+3)` ett syntaktiskt korrekt aritmetiskt uttryck?
- Är min java-fil ett giltigt java-program?

Språk – inte bara syntax

Hittills har vi *bara* pratat om *syntax*: givet en sträng, ligger den i språket, ja eller nej?

Exempel

- Är `4*(5+3)` ett syntaktiskt korrekt aritmetiskt uttryck?
- Är min java-fil ett giltigt java-program?

Men ofta har ju strängarna i språken en mening – en *semantik* – som vi vill kunna analysera

Språk – inte bara syntax

Hittills har vi *bara* pratat om *syntax*: givet en sträng, ligger den i språket, ja eller nej?

Exempel

- Är `4*(5+3)` ett syntaktiskt korrekt aritmetiskt uttryck?
- Är min java-fil ett giltigt java-program?

Men ofta har ju strängarna i språken en mening – en *semantik* – som vi vill kunna analysera

Exempel

- Vad är värdet av `4*(5+3)`?
- Vad händer när mitt java-program körs?

Härledning

En *härledning* av en indatasträng är en sekvens av grammatikregler som producerar strängen

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} \rightarrow\ & \text{Num} \mid \\
& \text{Expr} + \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} - \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} * \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} / \text{Expr} \mid \\
& (\text{Expr})
\end{aligned}
$$

Härledning

En *härledning* av en indatasträng är en sekvens av grammatikregler som producerar strängen

Exempel: Låt oss härleda "4*(5+3)", dvs token-sekvensen

Num, '*', '(', Num, '+', Num, ')'

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} \rightarrow & \text{Num} \mid \\
& \text{Expr} + \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} - \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} * \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} / \text{Expr} \mid \\
& (\text{Expr})
\end{aligned}
$$

Härledning

En *härledning* av en indatasträng är en sekvens av grammatikregler som producerar strängen

Exempel: Låt oss härleda "4*(5+3)", dvs token-sekvensen

Num, '*', '(', Num, '+', Num, ')'

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} \rightarrow & \text{Num} \mid \\
& \text{Expr} + \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} - \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} * \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} / \text{Expr} \mid \\
& (\text{Expr})
\end{aligned}
$$

Härledning:

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} &\rightarrow \text{Expr} * \text{Expr} \\
&\rightarrow \text{Num} * \text{Expr} \\
&\rightarrow \text{Num} * (\text{Expr}) \\
&\rightarrow \text{Num} * (\text{Expr} + \text{Expr}) \\
&\rightarrow \text{Num} * (\text{Num} + \text{Expr}) \\
&\rightarrow \text{Num} * (\text{Num} + \text{Num})
\end{aligned}
$$

Härledning

En *härledning* av en indatasträng är en sekvens av grammatikregler som producerar strängen

Exempel: Låt oss härleda "4*(5+3)", dvs token-sekvensen

Num, '*', '(', Num, '+', Num, ')'

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} \rightarrow & \text{Num} \mid \\
& \text{Expr} + \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} - \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} * \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} / \text{Expr} \mid \\
& (\text{Expr})
\end{aligned}
$$

Härledning:

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} &\rightarrow \text{Expr} * \text{Expr} \\
&\rightarrow \text{Num} * \text{Expr} \\
&\rightarrow \text{Num} * (\text{Expr}) \\
&\rightarrow \text{Num} * (\text{Expr} + \text{Expr}) \\
&\rightarrow \text{Num} * (\text{Num} + \text{Expr}) \\
&\rightarrow \text{Num} * (\text{Num} + \text{Num})
\end{aligned}
$$

Varje steg använder en av produktionsreglerna, och vi landar till slut i indata-sekvensen

Syntaxträd

Det bästa sättet att representera härledningar på är med *syntaxträd*

Syntaxträd

Det bästa sättet att representera härledningar på är med *syntaxträd*

Härledning

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} &\rightarrow \text{Expr} * \text{Expr} \\
&\rightarrow \text{Num} * \text{Expr} \\
&\rightarrow \text{Num} * (\text{Expr}) \\
&\rightarrow \text{Num} * (\text{Expr} + \text{Expr}) \\
&\rightarrow \text{Num} * (\text{Num} + \text{Expr}) \\
&\rightarrow \text{Num} * (\text{Num} + \text{Num})
\end{aligned}
$$

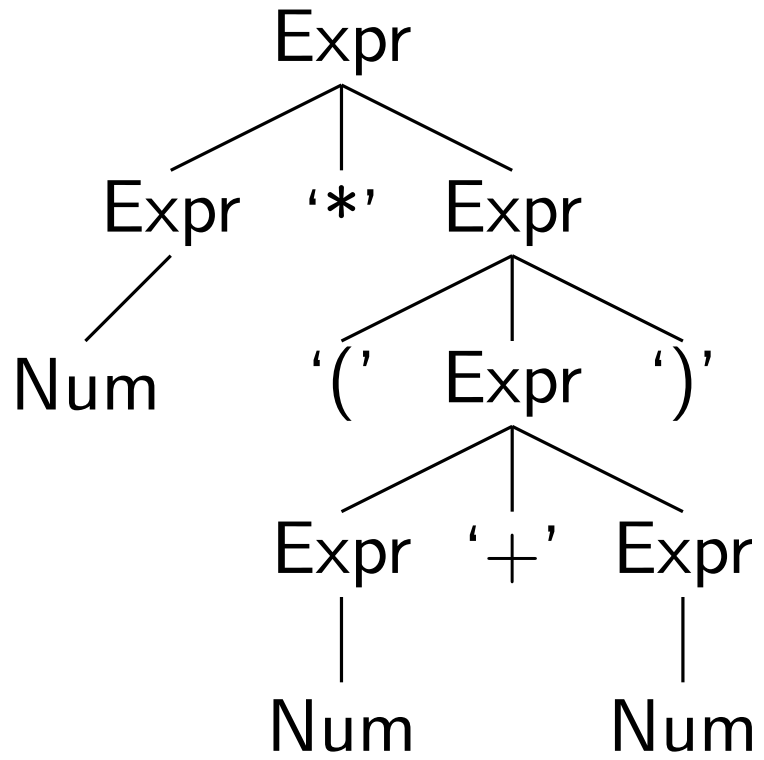
Syntaxträd

Det bästa sättet att representera härledningar på är med *syntaxträd*

Härledning

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} &\rightarrow \text{Expr} * \text{Expr} \\
&\rightarrow \text{Num} * \text{Expr} \\
&\rightarrow \text{Num} * (\text{Expr}) \\
&\rightarrow \text{Num} * (\text{Expr}+\text{Expr}) \\
&\rightarrow \text{Num} * (\text{Num}+\text{Expr}) \\
&\rightarrow \text{Num} * (\text{Num}+\text{Num})
\end{aligned}
$$

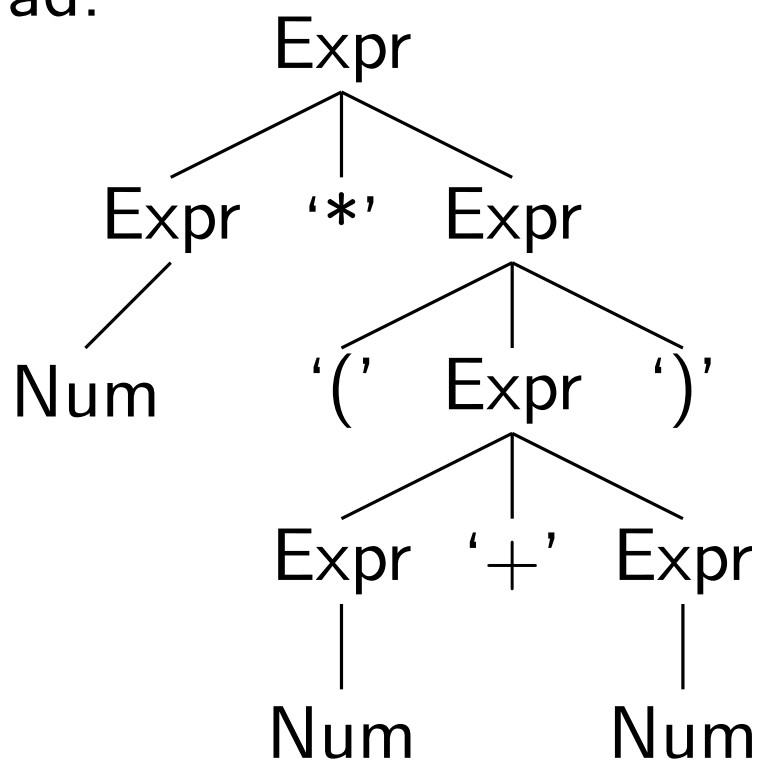
Visualiserat som syntaxträd



Semantik från härledningar/syntaxträd

Uttryck: `4*(5+3)`

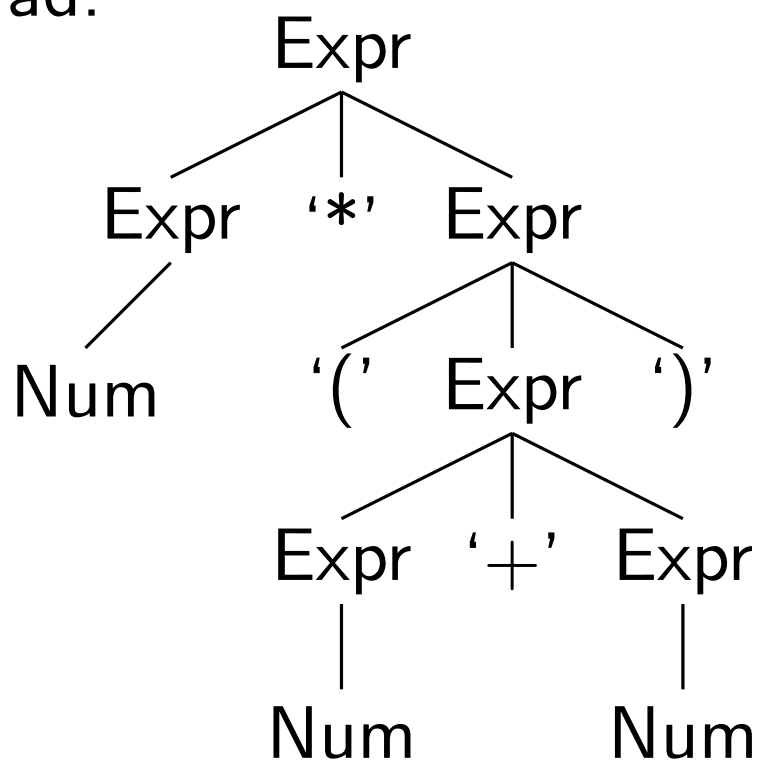
Syntaxträd:



Semantik från härledningar/syntaxträd

Uttryck: `4*(5+3)`

Syntaxträd:

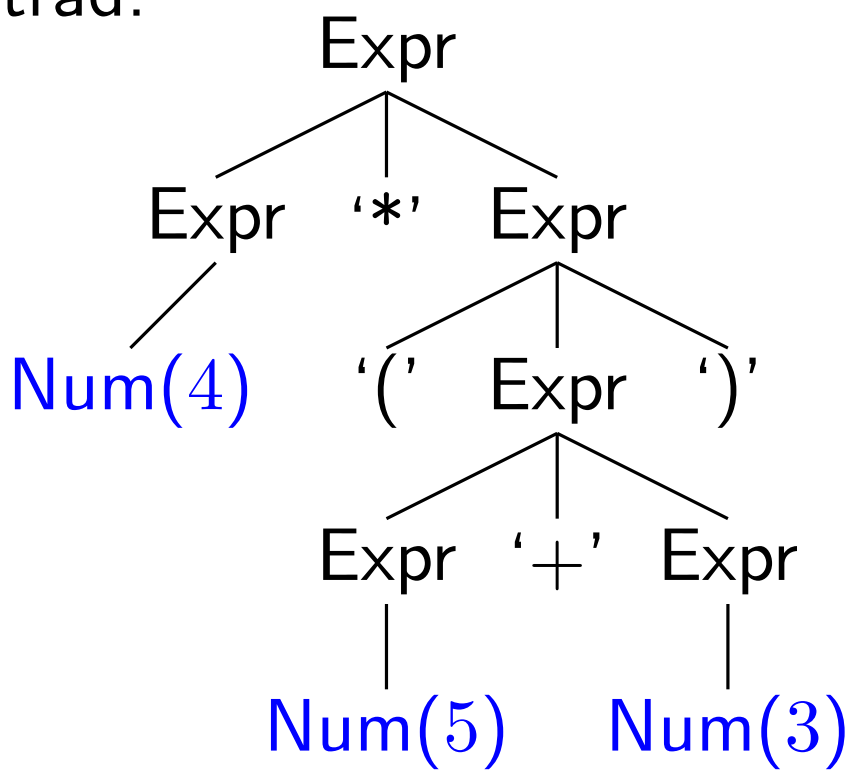


För att kunna beräkna
värdet av uttrycket behöver
vi ju veta exakt vilka tal som
de olika Num-elementen var.

Semantik från härledningar/syntaxträd

Uttryck: `4*(5+3)`

Syntaxträd:



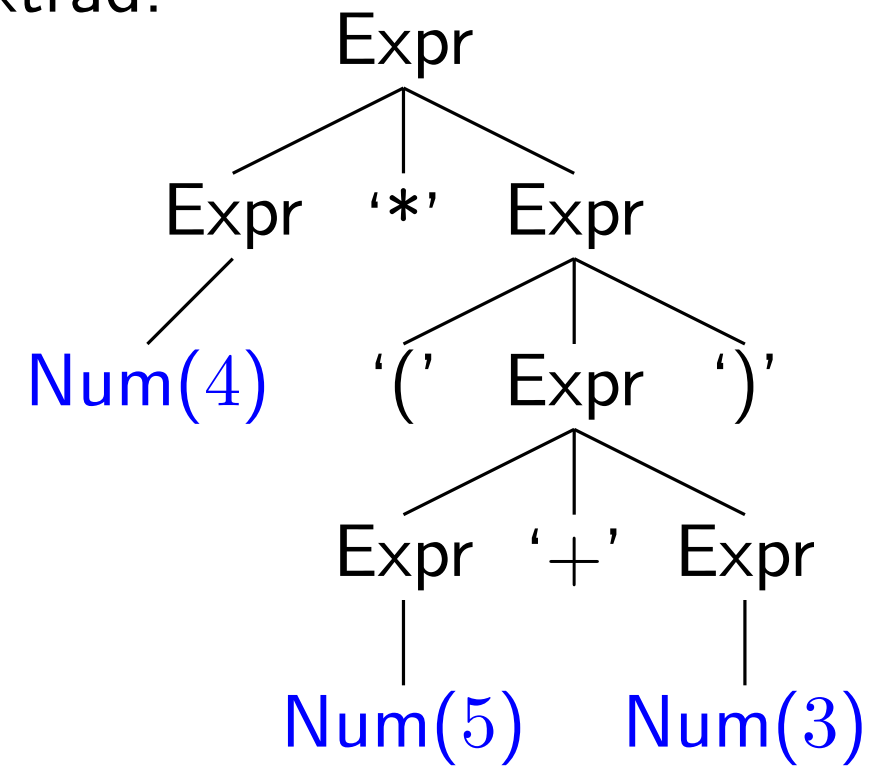
För att kunna beräkna
värdet av uttrycket behöver
vi ju veta exakt vilka tal som
de olika Num-elementen var.

Varje Num-token “taggas”
med semantisk data som talar
om vilket tal det representerar

Semantik från härledningar/syntaxträd

Uttryck: `4*(5+3)`

Syntaxträd:



För att kunna beräkna
värdet av uttrycket behöver
vi ju veta exakt vilka tal som
de olika Num-elementen var.

Varje Num-token “taggas”
med semantisk data som talar
om vilket tal det representerar

Vi kan nu beräkna värdet med en enkel sökning i trädet.

```
if leafnode: value = token.value()
else if plusnode: value = left.value() + right.value()
else if mulnode: value = left.value() * right.value()
etc...
```

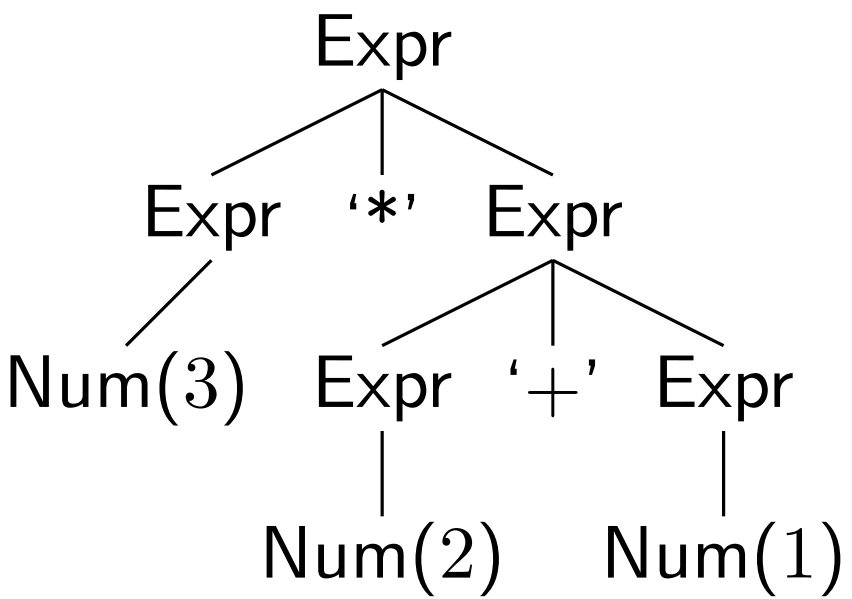
Syntaxträd, exempel 2

Uttryck: `3*2+1`

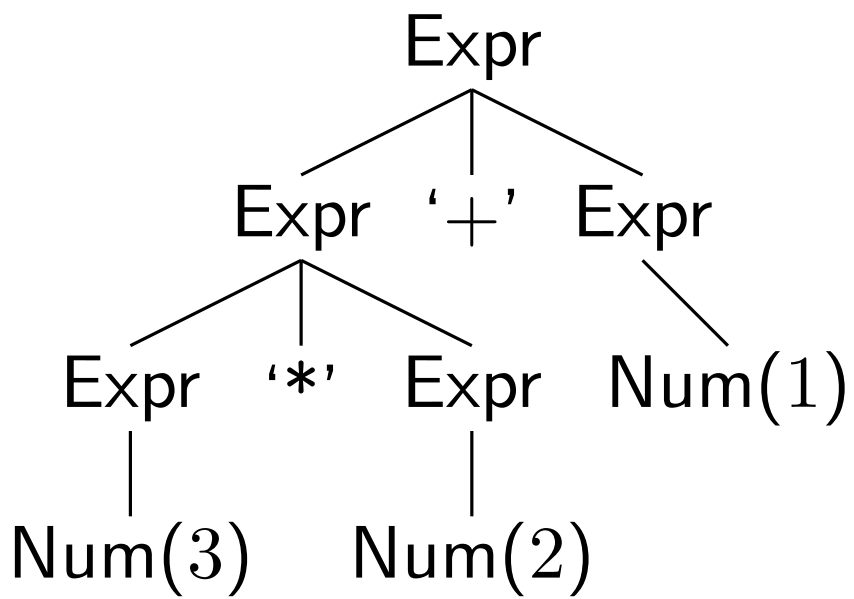
Syntaxträd, exempel 2

Uttryck: 3*2+1

Anna hävdar att det har följande syntaxträd:



Bengt hävdar att det har följande syntaxträd:

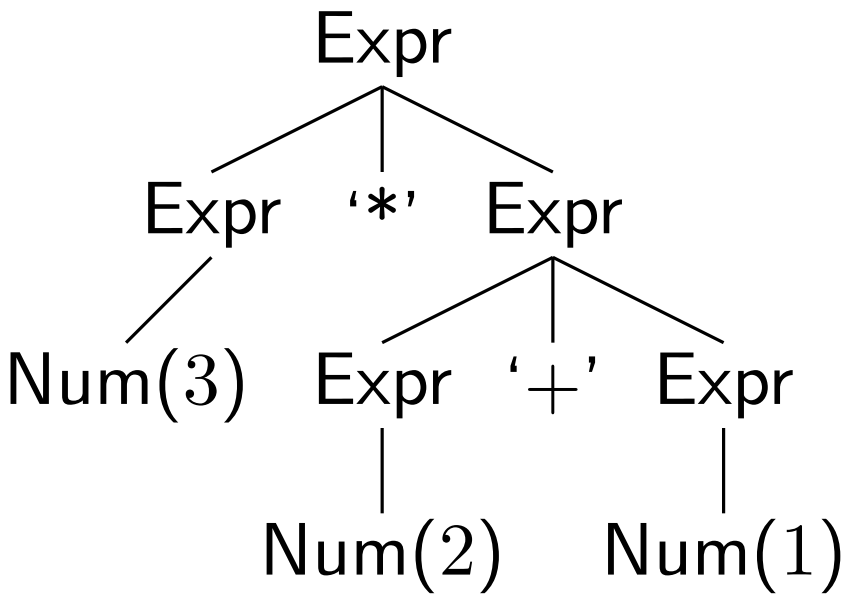


Vem har rätt?

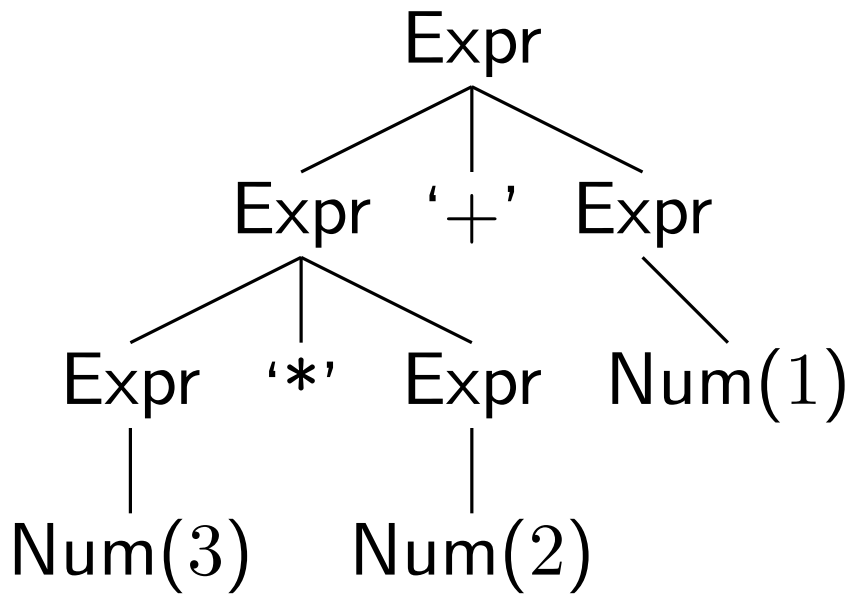
Syntaxträd, exempel 2

Uttryck: 3*2+1

Anna hävdar att det har följande syntaxträd:



Bengt hävdar att det har följande syntaxträd:



Vem har rätt?

Båda är korrekta syntaxträd för uttrycket enligt grammatiken!

Tvetydighet

Båda är korrekta syntaxträd för uttrycket enligt grammatiken

Tvetydighet

Båda är korrekta syntaxträd för uttrycket enligt grammatiken

Grammatiken är *tvetydig* – det finns flera olika syntaxträd för samma sträng

Tvetydighet

Båda är korrekta syntaxträd för uttrycket enligt grammatiken

Grammatiken är *tvetydig* – det finns flera olika syntaxträd för samma sträng

Om vi utvärderar uttrycket med de olika träden får vi olika svar: $3 \cdot (2 + 1) = 9$ vs. $(3 \cdot 2) + 1 = 7$

Tvetydighet

Båda är korrekta syntaxträd för uttrycket enligt grammatiken

Grammatiken är *tvetydig* – det finns flera olika syntaxträd för samma sträng

Om vi utvärderar uttrycket med de olika träden får vi olika svar: $3 \cdot (2 + 1) = 9$ vs. $(3 \cdot 2) + 1 = 7$

Att en grammatik är tvetydig spelar ingen roll för syntaxen (ändrar inte vad som är giltiga strängar), men gör att det finns flera olika semantiska tolkningar av strängarna i språket.

Tvetydighet

Båda är korrekta syntaxträd för uttrycket enligt grammatiken

Grammatiken är *tvetydig* – det finns flera olika syntaxträd för samma sträng

Om vi utvärderar uttrycket med de olika träden får vi olika svar: $3 \cdot (2 + 1) = 9$ vs. $(3 \cdot 2) + 1 = 7$

Att en grammatik är tvetydig spelar ingen roll för syntaxen (ändrar inte vad som är giltiga strängar), men gör att det finns flera olika semantiska tolkningar av strängarna i språket.

Sådan dubbeltydighet kan vara charmig i naturliga språk, men antagligen inte önskvärd i ett programmeringsspråk...

Idag

Lexikal analys

Härledningar och syntaxträd

Rekursiv medåkning

Omskrivning av grammatiker

Rekursiv medåkning

Rekursiv medåkning är en “meta-algoritm” för att konstruera en parser för en grammatik.

Rekursiv medåkning

Rekursiv medåkning är en "meta-algoritm" för att konstruera en parser för en grammatik.

Huvudidé:

- en funktion per icke-slutsymbol, som är ansvarig för att parsa den icke-slutsymbolen.
- tittar på nästa token i indata och väljer produktionsregel baserat på det
- sedan rekursiva anrop för att parsa de olika delarna av högerledet

Grammatik för binära träd

BinTree $\rightarrow$ Leaf LParen Number RParen |
Branch LParen BinTree Comma BinTree RParen

Grammatik för binära träd

BinTree →Leaf LParen Number RParen |
Branch LParen BinTree Comma BinTree RParen

Slutsymboler:
Leaf: strängen "`leaf`"
Branch: strängen "`branch`"
Number: `[0-9]+`
LParen, RParen, Comma: parenteser och kommatecken

Grammatik för binära träd

BinTree →Leaf LParen Number RParen |
Branch LParen BinTree Comma BinTree RParen

Slutsymboler:
Leaf: strängen "`leaf`"
Branch: strängen "`branch`"
Number: `[0-9]+`
LParen, RParen, Comma: parenteser och kommatecken

Exempel:
`branch(branch(leaf(17),leaf(42)),leaf(5))`

Grammatik för binära träd

BinTree →Leaf LParen Number RParen |
Branch LParen BinTree Comma BinTree RParen

Slutsymboler:
Leaf: strängen "`leaf`"
Branch: strängen "`branch`"
Number: `[0-9]+`
LParen, RParen, Comma: parenteser och kommatecken

Exempel:
`branch(branch(leaf(17),leaf(42)),leaf(5))`

Efter lexikal analys:
Branch, LParen, Branch, LParen, Leaf, LParen, Number, RParen, Comma, Leaf, LParen, Number, RParen, RParen, Comma, Leaf, LParen, Number, RParen, RParen

Rekursiv medåkning för binära träd

$$\mathsf{BinTree} \rightarrow \mathsf{Leaf}(\mathsf{Number}) \mid \mathsf{Branch}(\mathsf{BinTree}, \mathsf{BinTree})$$

Rekursiv medåkning för binära träd

$$\text{BinTree} \rightarrow \text{Leaf}(\text{Number}) \mid \text{Branch}(\text{BinTree}, \text{BinTree})$$

Bara en icke-slutsymbol, vi ska ha en funktion `BinTree` som är ansvarig för att parsa BinTree

Rekursiv medåkning för binära träd

$$\text{BinTree} \rightarrow \text{Leaf}(\text{Number}) \mid \text{Branch}(\text{BinTree}, \text{BinTree})$$

Bara en icke-slutsymbol, vi ska ha en funktion `BinTree` som är ansvarig för att parsa BinTree

```
ParseTree BinTree() {
   Token t = NextToken();
   if (t.type == Leaf) {
      if (NextToken().type != LParen) throw SyntaxError();
      Token Num = NextToken();
      if (Num.type != Number) throw SyntaxError();
      if (NextToken().type != RParen) throw SyntaxError();
      return new LeafNode(Num.data);
   } else if (t.type == Branch) {
      if (NextToken().type != LParen) throw SyntaxError();
      ParseTree left = BinTree();
      if (NextToken().type != Comma) throw SyntaxError();
      ParseTree right = BinTree();
      if (NextToken().type != RParen) throw SyntaxError();
      return new BranchNode(left, right);
   }
}
```

Rekursiv medåkning för binära träd

Bin ree)

Bara en ee som är ansvarig

Fullständig Java-implementation av lexikal analys och rekursiv medåknings-parser för binära träd finns på kurshemsidan under ”kursmaterial” för dagens föreläsning

```
ParseTree B
   Token t = NextToken();
   if (t.type == Leaf) {
      if (NextToken().type != LParen) throw SyntaxError();
      Token Num = NextToken();
      if (Num.type != Number) throw SyntaxError();
      if (NextToken().type != RParen) throw SyntaxError();
      return new LeafNode(Num.data);
   } else if (t.type == Branch) {
      if (NextToken().type != LParen) throw SyntaxError();
      ParseTree left = BinTree();
      if (NextToken().type != Comma) throw SyntaxError();
      ParseTree right = BinTree();
      if (NextToken().type != RParen) throw SyntaxError();
      return new BranchNode(left, right);
   }
}
```

Rekursiv medåkning, exempel 2

Grammatik med slutsymbolerna `b`, `c`, `d`, `f`, `p`, och `z`:

$$\text{Start} \to \texttt{c}\,\text{Cat} \mid \texttt{d}\,\text{Dog}$$

$$\text{Cat} \to \texttt{p} \mid \texttt{z} \mid \texttt{f}\,\text{Dog} \mid \text{Start}\,\text{Start}$$

$$\text{Dog} \to \texttt{p} \mid \texttt{z} \mid \texttt{b}\,\text{Cat} \mid \text{Start}$$

Rekursiv medåkning, exempel 2

Grammatik med slutsymbolerna `b`, `c`, `d`, `f`, `p`, och `z`:

$$\begin{aligned} \text{Start} &\to \texttt{c}\,\text{Cat} \mid \texttt{d}\,\text{Dog} \\ \text{Cat} &\to \texttt{p} \mid \texttt{z} \mid \texttt{f}\,\text{Dog} \mid \text{Start}\,\text{Start} \\ \text{Dog} &\to \texttt{p} \mid \texttt{z} \mid \texttt{b}\,\text{Cat} \mid \text{Start} \end{aligned}$$

Konstruktion av rekursiv medåknings-parser är **nästan mekanisk** från grammatiken:

Rekursiv medåkning, exempel 2

Grammatik med slutsymbolerna `b`, `c`, `d`, `f`, `p`, och `z`:

$$\text{Start} \rightarrow \texttt{c}\,\text{Cat} \mid \texttt{d}\,\text{Dog}$$

$$\text{Cat} \rightarrow \texttt{p} \mid \texttt{z} \mid \texttt{f}\,\text{Dog} \mid \text{Start}\,\text{Start}$$

$$\text{Dog} \rightarrow \texttt{p} \mid \texttt{z} \mid \texttt{b}\,\text{Cat} \mid \text{Start}$$

Konstruktion av rekursiv medåknings-parser är **nästan mekanisk** från grammatiken:

- Det finns tre icke-slutsymboler “Start”, “Cat”, “Dog”, alltså ska det finnas tre funktioner `Start()`, `Cat()`, och `Dog()`

Rekursiv medåkning, exempel 2

Grammatik med slutsymbolerna `b`, `c`, `d`, `f`, `p`, och `z`:

$$\text{Start} \rightarrow \texttt{c}\,\text{Cat} \mid \texttt{d}\,\text{Dog}$$

$$\text{Cat} \rightarrow \texttt{p} \mid \texttt{z} \mid \texttt{f}\,\text{Dog} \mid \text{Start}\,\text{Start}$$

$$\text{Dog} \rightarrow \texttt{p} \mid \texttt{z} \mid \texttt{b}\,\text{Cat} \mid \text{Start}$$

Konstruktion av rekursiv medåknings-parser är **nästan mekanisk** från grammatiken:

- Det finns tre icke-slutsymboler "Start", "Cat", "Dog", alltså ska det finnas tre funktioner `Start()`, `Cat()`, och `Dog()`
- Icke-slutsymbolen "Cat" har fyra produktionsregler, i funktionen `Cat()` ska vi välja en av dessa fyra baserat på nästa tillgängliga indata-tecken.

Rekursiv medåkning, exempel 2

För att implementera `Cat()` kollar vi på reglerna för Cat:

$$\text{Cat} \rightarrow \texttt{p} \mid \texttt{z} \mid \texttt{f}\,\text{Dog} \mid \text{Start}\,\text{Start}$$

Rekursiv medåkning, exempel 2

För att implementera `Cat()` kollar vi på reglerna för Cat:

$$\text{Cat} \rightarrow \texttt{p} \mid \texttt{z} \mid \texttt{f}\ \text{Dog} \mid \text{Start}\ \text{Start}$$

```
function Cat()
    char next = peekChar();
```

Rekursiv medåkning, exempel 2

För att implementera `Cat()` kollar vi på reglerna för Cat:

Cat → `p` | `z` | `f` Dog | Start Start

```
function Cat()
    char next = peekChar();
    if (c == 'p')          // Cat, regel 1
       eatChar();             // gå förbi 'p'
```

Rekursiv medåkning, exempel 2

För att implementera `Cat()` kollar vi på reglerna för Cat:

Cat → `p` | `z` | `f` Dog | Start Start

```
function Cat()
    char next = peekChar();
    if (c == 'p')          // Cat, regel 1
       eatChar();             // gå förbi 'p'
    else if (c == 'z')     // Cat, regel 2
       eatChar();             // gå förbi 'z'
```

Rekursiv medåkning, exempel 2

För att implementera `Cat()` kollar vi på reglerna för Cat:

Cat → `p` | `z` | `f` Dog | Start Start

```
function Cat()
    char next = peekChar();
    if (c == 'p')          // Cat, regel 1
       eatChar();             // gå förbi 'p'
    else if (c == 'z')     // Cat, regel 2
       eatChar();             // gå förbi 'z'
    else if (c == 'f')     // Cat, regel 3
       eatChar();             // gå förbi 'f'
       Dog();                 // ska nu komma en Dog
```

Rekursiv medåkning, exempel 2

För att implementera `Cat()` kollar vi på reglerna för Cat:

Cat → `p` | `z` | `f` Dog | Start Start

```
function Cat()
    char next = peekChar();
    if (c == 'p')          // Cat, regel 1
       eatChar();             // gå förbi 'p'
    else if (c == 'z')     // Cat, regel 2
       eatChar();             // gå förbi 'z'
    else if (c == 'f')     // Cat, regel 3
       eatChar();             // gå förbi 'f'
       Dog();                 // ska nu komma en Dog
    else                   // måste vara Cat, regel 4
       Start();               // första Start
       Start();               // andra Start
```

Idag

Lexikal analys

Härledningar och syntaxträd

Rekursiv medåkning

Omskrivning av grammatiker

Tillbaka till tvetydighet

Åter till vår tvetydiga grammatik för aritmetiska uttryck.

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} \rightarrow & \text{Num} \mid \\
& \text{Expr} + \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} - \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} * \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} / \text{Expr} \mid \\
& (\text{Expr})
\end{aligned}
$$

Tillbaka till tvetydighet

Åter till vår tvetydiga grammatik för aritmetiska uttryck.

Exempel:

`3*2+1`

`5-2*3/2+3*(5-3)`

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} \rightarrow & \text{Num} \mid \\
& \text{Expr} + \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} - \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} * \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} / \text{Expr} \mid \\
& (\text{Expr})
\end{aligned}
$$

Tillbaka till tvetydighet

Åter till vår tvetydiga grammatik för aritmetiska uttryck.

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} \rightarrow & \text{Num} \mid \\
& \text{Expr} + \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} - \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} * \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} / \text{Expr} \mid \\
& (\text{Expr})
\end{aligned}
$$

Exempel:

`3*2+1`

`5-2*3/2+3*(5-3)`

*Vi vill att * och / ska ha högre prioritet än + och -*

Tillbaka till tvetydighet

Åter till vår tvetydiga grammatik för aritmetiska uttryck.

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} \rightarrow & \text{Num} \mid \\
& \text{Expr} + \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} - \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} * \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} / \text{Expr} \mid \\
& (\text{Expr})
\end{aligned}
$$

Exempel:

`3*2+1`

`5-2*3/2+3*(5-3)`

*Vi vill att * och / ska ha högre prioritet än + och -*

Men detta finns inte med i grammatiken

Tillbaka till tvetydighet

Åter till vår tvetydiga grammatik för aritmetiska uttryck.

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} \rightarrow & \text{Num} \mid \\
& \text{Expr} + \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} - \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} * \text{Expr} \mid \\
& \text{Expr} / \text{Expr} \mid \\
& (\text{Expr})
\end{aligned}
$$

Exempel:

`3*2+1`

`5-2*3/2+3*(5-3)`

*Vi vill att * och / ska ha högre prioritet än + och -*

Men detta finns inte med i grammatiken

Ett mer detaljerat resonemang om hur aritmetiska uttryck ser ut:

- uttryck består av en eller flera termer (separerade av $+$ eller $-$)
- termer består av en eller flera faktorer (separerade av $*$ eller $/$)
- faktorer är antingen ett tal, eller uttryck omgivna av parenteser

Grammatik för aritmetiska uttryck, version 3

Ny, bättre, grammatik för aritmetiska uttryck:

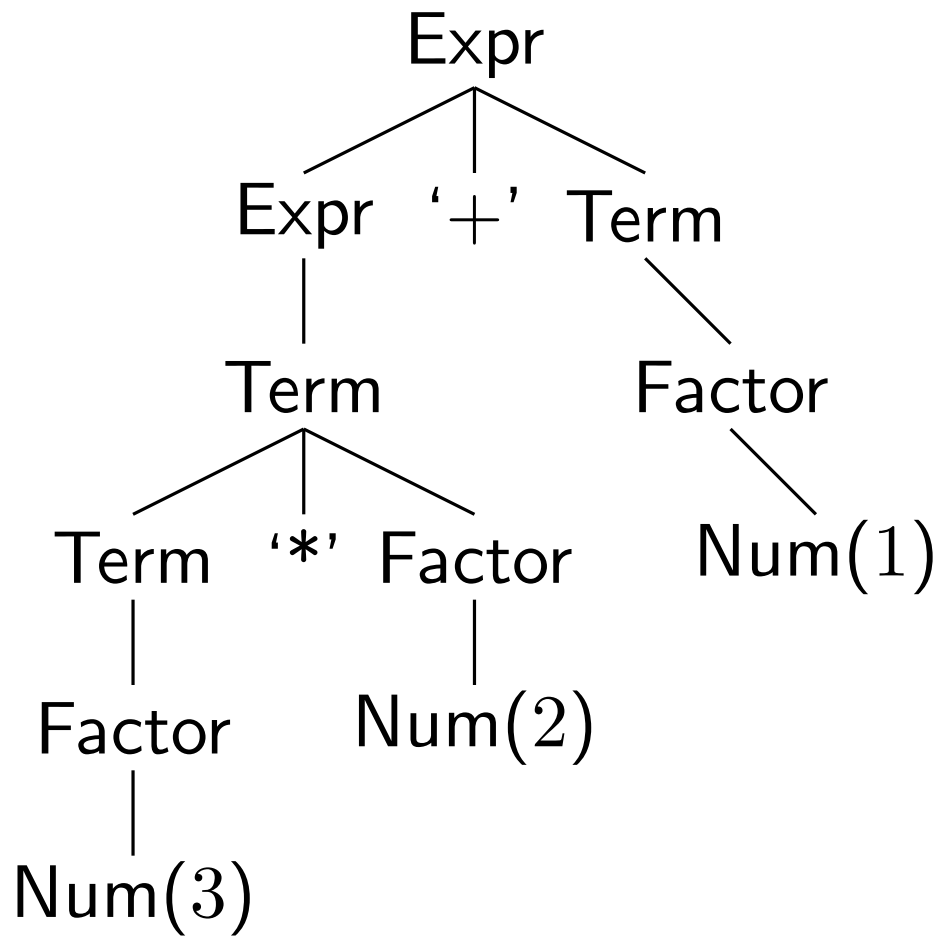
$$
\begin{aligned}
\text{Expr} &\rightarrow \text{Term} \mid \\
&\quad\ \text{Expr} + \text{Term} \mid \\
&\quad\ \text{Expr} - \text{Term} \\
\text{Term} &\rightarrow \text{Factor} \mid \\
&\quad\ \text{Term} * \text{Factor} \mid \\
&\quad\ \text{Term} / \text{Factor} \\
\text{Factor} &\rightarrow \text{Num} \mid (\text{Expr})
\end{aligned}
$$

Grammatik för aritmetiska uttryck, version 3

Ny, bättre, grammatik för aritmetiska uttryck:

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} &\rightarrow \text{Term} \mid \\
&\quad \text{Expr} + \text{Term} \mid \\
&\quad \text{Expr} - \text{Term} \\
\text{Term} &\rightarrow \text{Factor} \mid \\
&\quad \text{Term} * \text{Factor} \mid \\
&\quad \text{Term} / \text{Factor} \\
\text{Factor} &\rightarrow \text{Num} \mid (\text{Expr})
\end{aligned}
$$

Syntaxträd för 3*2+1:



Eliminera tvetydighet

Tyvärr är det i allmänhet väldigt svårt att se på en grammatik om den är tvetydig eller inte

Eliminera tvetydighet

Tyvärr är det i allmänhet väldigt svårt att se på en grammatik om den är tvetydig eller inte

Har vi tur (eller otur...) och hittar två olika syntax-träd för samma sträng så vet vi att grammatiken är tvetydig

Eliminera tvetydighet

Tyvärr är det i allmänhet väldigt svårt att se på en grammatik om den är tvetydig eller inte

Har vi tur (eller otur...) och hittar två olika syntax-träd för samma sträng så vet vi att grammatiken är tvetydig

Men det finns inget enkelt sätt att övertyga sig om att en grammatik är otvetydig

(Att avgöra om en grammatik är tvetydig är ett så kallat *oavgörbart* problem – det existerar ingen algoritm för att göra detta.)

Rekursiv medåkning för aritmetiska uttryck?

För att skriva en parser för detta med rekursiv medåkning ska vi ha tre funktioner `Expr`, `Term`, `Factor`

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} &\rightarrow \text{Term} \mid \\
&\quad\ \text{Expr} + \text{Term} \mid \\
&\quad\ \text{Expr} - \text{Term} \\
\text{Term} &\rightarrow \text{Factor} \mid \\
&\quad\ \text{Term} * \text{Factor} \mid \\
&\quad\ \text{Term} / \text{Factor} \\
\text{Factor} &\rightarrow \text{Num} \mid (\text{Expr})
\end{aligned}
$$

Rekursiv medåkning för aritmetiska uttryck?

För att skriva en parser för detta med rekursiv medåkning ska vi ha tre funktioner `Expr`, `Term`, `Factor`

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} &\rightarrow \text{Term} \mid \\
&\quad\ \text{Expr} + \text{Term} \mid \\
&\quad\ \text{Expr} - \text{Term} \\
\text{Term} &\rightarrow \text{Factor} \mid \\
&\quad\ \text{Term} * \text{Factor} \mid \\
&\quad\ \text{Term} / \text{Factor} \\
\text{Factor} &\rightarrow \text{Num} \mid (\text{Expr})
\end{aligned}
$$

```
ParseTree Expr() {
    Token t = NextToken();
    // TODO: hur veta vilken produktionsregel
    //       som ska användas???
}
```

Begränsningar för rekursiv medåkning

Problem 1 för rekursiv medåkning: *Vänster-rekursion*: ett Expr kan börja med ett Expr (och samma för Term)

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} &\rightarrow \text{Term} \mid \\
&\quad\ \text{Expr} + \text{Term} \mid \\
&\quad\ \text{Expr} - \text{Term} \\
\text{Term} &\rightarrow \text{Factor} \mid \\
&\quad\ \text{Term} * \text{Factor} \mid \\
&\quad\ \text{Term} / \text{Factor} \\
\text{Factor} &\rightarrow \text{Num} \mid (\text{Expr})
\end{aligned}
$$

Begränsningar för rekursiv medåkning

Problem 1 för rekursiv medåkning: *Vänster-rekursion*: ett Expr kan börja med ett Expr (och samma för Term)

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} &\rightarrow \text{Term} \mid \\
&\quad\ \text{Expr} + \text{Term} \mid \\
&\quad\ \text{Expr} - \text{Term} \\
\text{Term} &\rightarrow \text{Factor} \mid \\
&\quad\ \text{Term} * \text{Factor} \mid \\
&\quad\ \text{Term} / \text{Factor} \\
\text{Factor} &\rightarrow \text{Num} \mid (\text{Expr})
\end{aligned}
$$

Problem 2 för rekursiv medåkning: Två produktionsregler som kan börja på samma tecken, t.ex.

```
<Thing> ::= "a" <Something>
          | "a" <Another>
          | "b" <Thing>
```

När vi läser ett ”a” kan vi inte veta vilken av de två första reglerna som ska användas.

Begränsningar för rekursiv medåkning

Problem 1 för rekursiv medåkning: *Vänster-rekursion*: ett Expr kan börja med ett Expr (och samma för Term)

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} &\rightarrow \text{Term} \mid \\
&\quad\ \text{Expr} + \text{Term} \mid \\
&\quad\ \text{Expr} - \text{Term} \\
\text{Term} &\rightarrow \text{Factor} \mid \\
&\quad\ \text{Term} * \text{Factor} \mid \\
&\quad\ \text{Term} / \text{Factor} \\
\text{Factor} &\rightarrow \text{Num} \mid (\text{Expr})
\end{aligned}
$$

Problem 2 för rekursiv medåkning: Två produktionsregler som kan börja på samma tecken, t.ex.

```
<Thing> ::= "a" <Something>
          | "a" <Another>
          | "b" <Thing>
```

När vi läser ett ”a” kan vi inte veta vilken av de två första reglerna som ska användas.

Grammatiken kan inte användas med rekursiv medåkning, vi måste skriva om den (igen...)

EBNF

Problemet är främst vårt sätt att beskriva listor (en Expr är en lista av Termer, separerade av +/-)

EBNF

Problemet är främst vårt sätt att beskriva listor (en Expr är en lista av Termer, separerade av +/-)

En behänding notation för grammatiker där det är lätt att beskriva listor: EBNF (Utökad Backus-Naur-Form)

EBNF

Problemet är främst vårt sätt att beskriva listor (en Expr är en lista av Termer, separerade av +/-)

En behänding notation för grammatiker där det är lätt att beskriva listor: EBNF (Utökad Backus-Naur-Form)

Har några praktiska tillägg till BNF. Av intresse för oss just nu:

```
<List> ::= <Elem> { "," <Elem >}
```

EBNF

Problemet är främst vårt sätt att beskriva listor (en Expr är en lista av Termer, separerade av +/-)

En behänding notation för grammatiker där det är lätt att beskriva listor: EBNF (Utökad Backus-Naur-Form)

Har några praktiska tillägg till BNF. Av intresse för oss just nu:

`<List> ::= <Elem> { "," <Elem >}`

Notationen {ole dole doff} betyder
"ole dole doff upprepat 0 eller fler gånger"

EBNF

Problemet är främst vårt sätt att beskriva listor (en Expr är en lista av Termer, separerade av +/-)

En behänding notation för grammatiker där det är lätt att beskriva listor: EBNF (Utökad Backus-Naur-Form)

Har några praktiska tillägg till BNF. Av intresse för oss just nu:

```
<List> ::= <Elem> { "," <Elem >}
```

Betyder alltså:

```
<List> ::= <Elem> | <Elem> "," <Elem> | <Elem> "," Elem "," Elem | E
```

Grammatik för aritmetiska uttryck, försök 4

```
<Expr>   ::= <Term> { <PM> <Term> }
<Term>   ::= <Factor> { <MD> <Factor> }
<Factor> ::= NUM | "(" <Expr> ")"
<PM>     ::= "+" | "-"
<MD>     ::= "*" | "/"
```

Java-kod för att parsa ett Expr:

```
ParseTree Expr() {
   ParseTree result = Term();
   while (peekToken() == PLUS or
          peekToken() == MINUS) {
      Token operator = nextToken();
      ParseTree next = Term();
      result = new BinaryOperation(operator, result, next);
   }
   return result;
}
```

Rekursiv medåkning för aritmetiska uttryck

```
ParseTree Expr() {
   ParseTree result = Term();
   while (peekToken() == PLUS or
          peekToken() == MINUS) {
      Token op = nextToken();
      ParseTree next = Term();
      result = new BinOp(op,
                         result,
                         next);
   }
   return result;
}
```

```
ParseTree Term() {
   ParseTree result = Factor();
   while (peekToken() == TIMES or
          peekToken() == DIVIDE) {
      Token op = nextToken();
      ParseTree next = Factor();
      result = new BinOp(op,
                         result,
                         next);
   }
   return result;
}
```

```
ParseTree Factor() {
   Token t = nextToken();
   if (t == NUM) return new Number(t.value);
   else if (t == LPAREN) {
      ParseTree result = Expr();
      if (nextToken() != RPAREN)
         throw new SyntaxError();
      return result;
   }
   throw new SyntaxError();
}
```

Rekursiv medåkning för aritmetiska uttryck

```
ParseTree Expr() {
   ParseTree result = Term();
   while (peekToken() == PLUS or
          peekToken() == MINUS) {
      Token op = nextToken();
      ParseTree next = Term();
      result = new BinOp(op,
                         result,
                         next);
   }
   return result;
}
```

```
ParseTree Term() {
   ParseTree result = Factor();
   while (peekToken() == TIMES or
          peekToken() == DIVIDE) {
      Token op = nextToken();
      ParseTree next = Factor();
      result = new BinOp(op,
                         result,
                         next);
   }
   return result;
}
```

```
ParseTree Factor() {
   Token t = nextToken();
   if (t == NUM) return new Number(t.value);
   else if (t == LPAREN) {
      ParseTree result = Expr();
      if (nextToken() != RPAREN)
         throw new SyntaxError();
      return result;
   }
   throw new SyntaxError();
}
```

Fullständig Java-implementation upplagd på kurshemsidan. Provkör med några olika uttryck och försök få en känsla för vad som händer!!

Nästa föreläsning

Lite mer teori

- Stackautomater
- Olika språk-klasser

Kanske lite om parser-generatorer

Sammanfattning av kursavsnittet och anvisningar för kontrollskrivningen