

KS1, SG1109, 10/2, 2017

Lösningar

1. Se avsnitt 1.2 i boken!
2. Se avsnitt 3.3 i boken!
3. Se avsnitt 4.4 i boken!
4. Se avsnitt 4.6 i boken!
5. a)

$$\mathbf{M}_0 = -a\mathbf{e}_z \times (-2P\mathbf{e}_y) + a\mathbf{e}_z \times bP\mathbf{e}_x = aP(-2\mathbf{e}_x + b\mathbf{e}_y) \quad (1)$$

$$\mathbf{F} = P((1+b)\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y) \quad (2)$$

$$\mathbf{M}_0 \cdot \mathbf{F} = 0 \Rightarrow 2(1+b) + 2b = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \quad (3)$$

b)

$$\begin{aligned} (x\mathbf{e}_x + z\mathbf{e}_z) \times \mathbf{F} = \mathbf{M}_0 &\Rightarrow (x\mathbf{e}_x + z\mathbf{e}_z)P \times \left(\frac{1}{2}\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y\right) = -aP(2\mathbf{e}_x + \frac{1}{2}\mathbf{e}_y) \\ &\Rightarrow \left(-\frac{1}{2}x\mathbf{e}_z + \frac{1}{2}z\mathbf{e}_y + 2z\mathbf{e}_x\right)P = -aP(2\mathbf{e}_x + \frac{1}{2}\mathbf{e}_y) \Rightarrow x = 0, \quad z = -a \quad (4) \end{aligned}$$

6. Av symmetriskäl har vi att $y_G = 0$. Låt $x_{G_1} = -R/2$ vara masscentrum för cirkelskivan, x_G det sökta masscentrum, m_1 massan för cirkelskivan och m_2 massan för den kropp som återstår då cirkelskivan avlägsnats från kvadraten. Då har vi

$$0 = \frac{m_1 x_{G_1} + m_2 x_G}{m_1 + m_2} \Rightarrow x_G = -\frac{m_1}{m_2} x_{G_1} = -\frac{A_1}{A_2} \left(-\frac{R}{2}\right) = \quad (5)$$

$$\frac{\pi(R/2)^2}{4R^2 - \pi(R/2)^2} \frac{R}{2} = \frac{\pi}{32 - 2\pi} R \quad (6)$$