



KTH Informations- och  
kommunikationsteknik

TENTAMEN

## IE1204/IE1205 Digital Design

2012-12-13, 09.00 - 13.00

### Hjälpmedel

Inga hjälpmedel är tillåtna!

Tentamen består av tre delar med sammanlagt tolv uppgifter, och totalt 30 poäng.

- **Del A1 (Analys)** innehåller åtta korta uppgifter. Två uppgifter har två deluppgifter, där varje deluppgift ger en poäng. Alla andra uppgifter ger en poäng. Rätt besvarad uppgift eller deluppgift ger en poäng. Felaktig besvarad uppgift ger noll poäng. Det totala antalet poäng i del A1 är tio.

*För att bli godkänd på del A1 krävs minst sex poäng. Är det färre poäng fortsätter vi inte med rättningen.*

- **Del A2 (Konstruktionsmetodik)** innehåller metodikuppgifter om totalt tio poäng.

*För att bli godkänd på tentamen krävs det sex poäng från del A1 och elva poäng från delarna A1 och A2. Är det färre poäng fortsätter vi inte med rättningen.*

- **Del B (Designproblem)** innehåller designuppgifter om totalt tio poäng. Del B rättas bara om det finns minst elva poäng från delarna A1 och A2.

**OBS!** I slutet av tentamenshäftet finns det ett inlämningsblad för del A1 som ska avkiljas och lämnas in tillsammans med lösningarna för delarna A2 och B.

- Betygen ges enligt följande:

Poäng A1	Poäng A1 + A2	Poäng A1 + A2 + B	
$\geq 6$	$\geq 11$	$\geq 25$	A
$\geq 6$	$\geq 11$	22 – 24	B
$\geq 6$	$\geq 11$	19 – 21	C
$\geq 6$	$\geq 11$	16 – 18	D
$\geq 6$	$\geq 11$	11 – 15	E
$\geq 6$	$\leq 11$	-	F
$\leq 6$	-	-	F

Tentamen beräknas vara klarrättad före 2013-01-12.

Lycka till!

## Del A1: Analys

**OBS!** Endast svar krävs för uppgifterna i del A1. Lämna svaren på inlämningsbladet för del A1 som du hittar på sista sidan av tentahäftet.

1. (DEL A1, 2 POÄNG)

- (a) (1 DELPOÄNG) Nedanstående sanningsstabell beskriver en logisk funktion  $f(x, y, z)$ . Förenkla funktionen och ange den som **minimal summa-av-produkter**.

$x$	$y$	$z$	$f$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

$$f(x, y, z) = \{\text{SoP}\}_{\min} = ?$$

- (b) (1 DELPOÄNG) En funktion  $f(x, y, z)$  beskrivs med uttrycket  $f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}z + xyz$ . Förenkla funktionen och ange den som **minimal produkt-av-summor**.

$$f(x, y, z) = \{\text{PoS}\}_{\min} = ?$$

Svar:

(a)

		$yz$			
		00	01	11	10
$x$	0	1	0	1	1
	1	0	1	1	0

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{z} + yz + xz \text{ (Lösning 1), eller}$$

		$yz$			
		00	01	11	10
$x$	0	1	0	1	1
	1	0	1	1	0

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{z} + \bar{x}y + xz \text{ (Lösning 2)}$$

(b)

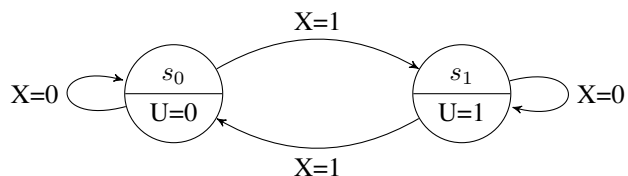
		$yz$			
		00	01	11	10
$x$	0	1	1	1	0
	1	0	0	1	0

$$f(x, y, z) = (\bar{x} + y)(\bar{y} + z)$$

2. (DEL A1, 2 POÄNG)

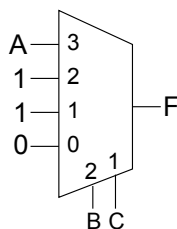
- (a) (1 DELPOÄNG) Tillståndsdigrammet nedan beskriver en standardkomponent. Vad är namnet för standardkomponenten?

*OBS!* Ingången X och utgången U betecknas med andra namn på standardkomponenten.



Svar: T-Vippa

- (b) (1 DELPOÄNG) Figur nedan visar en multiplexerkoppling. Ange det minimerade booleska uttrycket för multiplexerns utsignal  $F(A, B, C)$  som summa-av-produkter.



Svar:

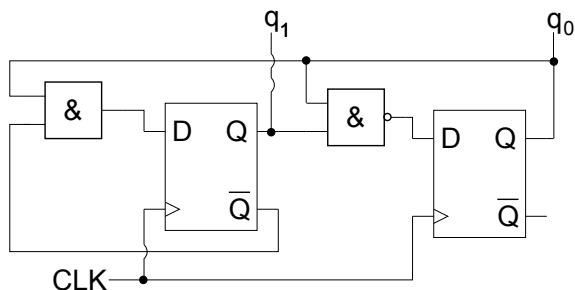
		BC			
		00	01	11	10
A	0	0	1	0	1
	1	0	1	1	1

$F = AC + \bar{B}C + B\bar{C}$  (Lösning 1), eller

		BC			
		00	01	11	10
A	0	0	1	0	1
	1	0	1	1	1

$F = AB + \bar{B}C + B\bar{C}$  (Lösning 2)

3. (DEL A1, 1 POÄNG) Figur nedan visar en räknare. Ange utgångsvärden  $q_1 q_0$  för räknaren tills den hamnar i en periodisk sekvens. Räknaren startar i läge  $q_1 q_0 = 00$ .



Svar:

- Ekvationer för nästa tillstånd:

$$q_1 = \bar{q}_1 \cdot q_0$$

$$q_0 = \bar{q}_1 \cdot \bar{q}_0 = \bar{q}_1 + \bar{q}_0$$

- Tillståndstabell:

$q_1$	$q_0$	$q_1^+$	$q_0^+$
0	0	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	0	0

- Sekvensen är  $00 \rightarrow 01 \rightarrow 11 \rightarrow 00 \rightarrow \dots$

4. (DEL A1, 1 POÄNG) En dator utför subtraktionen  $X - Y$  där både  $X$  och  $Y$  är 2-komplementtal på 8 bitar. Både  $X$  och  $Y$  anges som hexadecimaltal och har följande värden:  $X = (C8)_{16}$ ,  $Y = (42)_{16}$ . Ange resultatet av operationen  $X - Y$  som 8-bitars hexadecimaltal i 2-komplementform och även som positivt/negativt decimaltal!

	Binärt	Decimalt
$(C8)_{16}$	11001000	$(-56)_{10}$
Svar: 2-kompl av $(42)_{16}$	10111101	$(-67)_{10}$
	1	$(+1)_{10}$
Summa	<del>1</del> 10000110	$(-122)_{10}$

$$X - Y = (86)_{16} = (-122)_{10}$$

5. (DEL A1, 1 POÄNG) Karnaughdiagrammet i figuren nedan visar en logisk funktion  $F(A, B, C, D)$ . Ange det minimerade uttrycket för funktionen som summa-av-produkter.

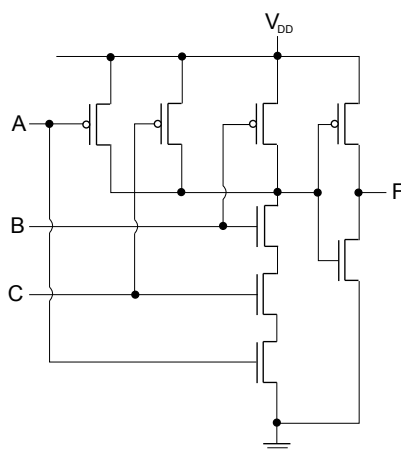
AB	CD			
	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	0	1	0
11	0	1	X	X
10	0	X	1	0

Svar:

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	1	1
	01	0	0	1	0
	11	0	1	X	X
	10	0	X	1	0

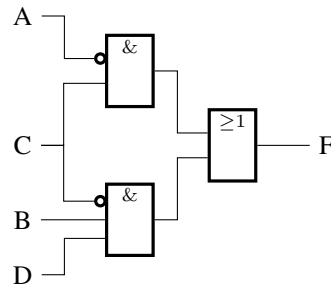
$$f(a, b, c, d) = \bar{a}\bar{b}\bar{d} + ad + cd$$

6. (DEL A1, 1 POÄNG) Ange den logiska funktion  $F(A, B, C)$  som realiseras med nedanstående CMOS-krets.



Svar:  $F = \overline{A \cdot B \cdot C} = A \cdot B \cdot C$

7. (DEL A1, 1 POÄNG) Följande krets med den logiska funktionen  $F(A, B, C, D) = \bar{A}C + B\bar{C}D$  lider av hasard-fenomenet. Vilken produktterm ska läggas till den logiska funktionen  $F$  så att hasard inte längre kan förekomma?



Svar:

AB	CD			
	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	1	1	1
11	0	1	0	0
10	0	0	0	0

Hasard kan inträffa vid övergången från  $ABCD = 0111 \rightarrow 0101$ .

Termen  $\bar{A}BD$  måste adderas, så att  $F(A, B, C, D) = \bar{A}C + B\bar{C}D + \bar{A}BD$ .

8. (DEL A1, 1 POÄNG) Ange den minimerade funktionen  $f(a, b, c)$  i form summa-av-produker som beskrivs av följande arkitekturbeskrivning i VHDL?

```

ARCHITECTURE ARCH OF CIRCUIT IS
BEGIN
  PROCESS (a, b, c)
  BEGIN
    IF a = '1' THEN
      f <= b;
    ELSE
      f <= c;
    END IF;
  END PROCESS;
END ARCHITECTURE ARCH;

```

Svar:

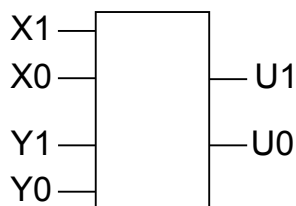
VHDL-beskrivningen beskriver en 2:1 multiplexer. Funktionen är  $f = \bar{a}c + ab$

## Del A2: Konstruktionsmetodik

Observera! Del A2 rättas bara om Du är godkänd på del A1, dvs att du har minst sex poäng i del A1.

9. (DEL A2, 5 POÄNG)

- (a) (1 POÄNG) Implementera den redan minimala funktionen  $f(a, b, c) = \overline{a\overline{b}} + bc$  med ett minimalt antal 2-ingångars NAND-grindar. Rita schemat.
- (b) (4 POÄNG) Konstruera ett kombinatoriskt nät vars utgång  $U$  representerar absolutbeloppet av skillnaden mellan två positiva binära tal dvs  $|X - Y|$ . Alla tal  $X$ ,  $Y$  och  $U$  representeras med två siffror, tex vid  $X = X_1X_0 = 01$  och  $Y = Y_1Y_0 = 11$  så ska utgången  $U$  bli  $U_1U_0 = 10$ .  
Kretsens blockdiagram visas i nedanstående figur.



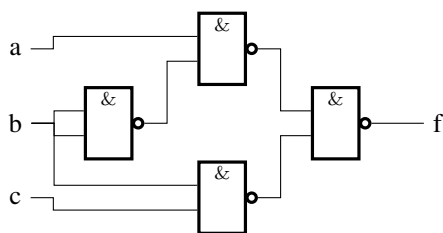
i. Ta fram sanningstabellen i följande format:

X1	X0	Y1	Y0	U1	U0
0	0	0	0	...	...
0	0	0	1	...	...
		...		...	...
0	1	1	0	...	...
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	...	...
		...		...	...
1	1	1	1	...	...

ii. Ange ett minimerat uttryck för de två signalerna  $U_1$  och  $U_0$ . *OBS!* Du behöver *inte* rita schemat.

Svar:

(a)  $f = a\overline{b} + bc = \overline{\overline{a\overline{b}} + \overline{bc}} = \overline{\overline{a\overline{b}} \cdot \overline{bc}}$



(b) i. Sanningstabell:

X1	X0	Y1	Y0	U1	U0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	0	1
1	1	1	1	0	0

ii. Karnaughdiagram:

- U1:

		$Y_1Y_0$			
		00	01	11	10
$X_1X_0$	00	0	0	1	1
	01	0	0	1	0
	11	1	1	0	0
	10	1	0	0	0

$$U_1 = \bar{X}_1\bar{X}_0Y_1 + \bar{X}_1Y_1Y_0 + X_1X_0\bar{Y}_1 + X_1\bar{Y}_1\bar{Y}_0$$

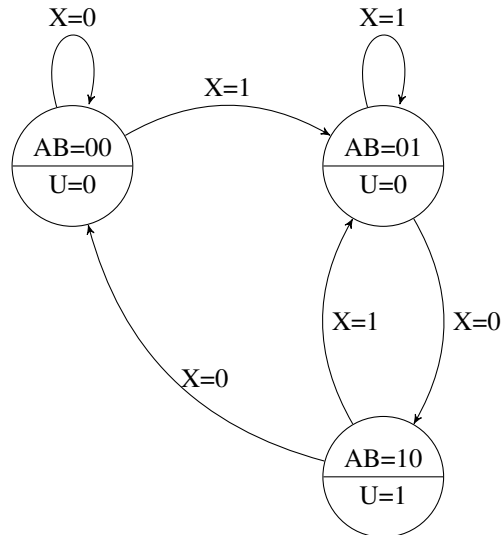
- U0:

		$Y_1Y_0$			
		00	01	11	10
$X_1X_0$	00	0	1	1	0
	01	1	0	0	1
	11	1	0	0	1
	10	0	1	1	0

$$U_0 = \bar{X}_0Y_0 + X_0\bar{Y}_0$$



10. (DEL A2, 5 POÄNG) Nedanstående figur visar tillståndsdigrammet för ett synkront sekvensnät. Tillståndsmaskinen har en ingång X och en utgång U. Tillståndsvariablerna betecknas med AB och starttillståndet (vid reset) är AB=00.



Realisera sekvensnätet med D-vippor och valfria grindar. Lösningen ska vara strukturerad enligt följande:

- Ta fram nästa-tillståndstabellen för sekvensnätet.
- Använd Karnaugh-diagrammet för att minimera de logiska uttrycken för vippornas D-ingångarna samt utsignalen U.
- Rita schemat för sekvensnätet med AND-, OR- och NOT-grindar.

Svar:

- (a) Tillståndstabell:

Nuvarande Tillstånd			Nästa Tillstånd		Utgång
A	B	X	A <sup>+</sup>	B <sup>+</sup>	U
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	-	-	-
1	1	1	-	-	-

- (b) Ekvationer för D-vippor och utgångsavkodaren:

- D-vippa ingång A<sup>+</sup>:

		BX			
		00	01	11	10
A	0	0	0	0	1
	1	0	0	X	X

$$A^+ = B\bar{X}$$

- D-vippa ingång B<sup>+</sup>:

		BX			
		00	01	11	10
A	0	0	1	1	0
1	0	0	1	X	X

$$B^+ = X$$

- Utgång U:

		BX			
		00	01	11	10
A	0	0	0	0	0
1	0	1	1	X	X

$$U = A$$

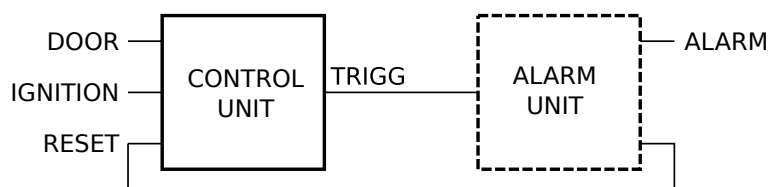
Implementeringen följer direkt från ekvationerna (visas inte här).

## Del B: Design

Observera! Del B rättas bara om Du är godkänd på tentamen, dvs att du har minst sex poäng i del A1 och minst elva poäng i delarna A1 och A2.

11. (DEL B, 4 POÄNG)

Given är följande specifikation till ett billarm:

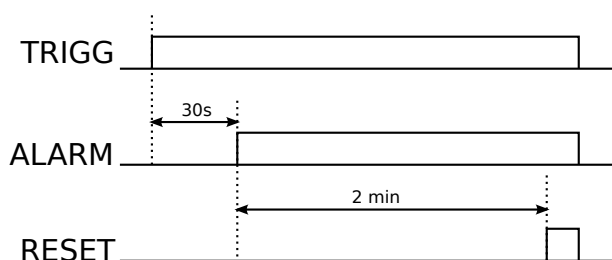


Insigaler: DOOR är aktiv när en bildörr har öppnats  
IGNITION är aktiv då tändningsnyckeln är i körläge  
RESET signal från timern, se nedan

Utsigaler: TRIGG är aktiv när timern enligt beskrivning nedan ska startas

- I körläge, dvs tändningen är på och dörren är stängt, ska billarmet vara deaktiverat.
- Larmet ska armeras (dvs bilen blir larmad) när bildörren stängs efter det att tändningen slagits av och bildörren öppnats.
- Larmet ska utlösas om bildörrarna öppnas och tändningen inte slås på inom 30 sekunder.
- Om larmet utlösas skall det kunna stängas av med tändningsnyckeln eller automatisk stängas av och armeras igen efter 2 minuter.

*OBS!* Styrenheten CONTROL UNIT styr larmsignalen indirekt via utsignalen TRIGG som kommunicerar med larmenheten ALARM UNIT. Larmenheten startar två timers. Funktionen av larmenheten ALARM UNIT beskrivs med signaler enligt nedanstående figur. Om TRIGG går låg tidigare än i figuren så deaktiveras larmsignalen ALARM. Om TRIGG-pulsen är kortare än 30 sekunder aktiveras inte larmsignalen.



Du ska konstruera styrenheten CONTROL UNIT. Larmenheten ALARM UNIT finns som färdig komponent och ska alltså inte konstrueras.

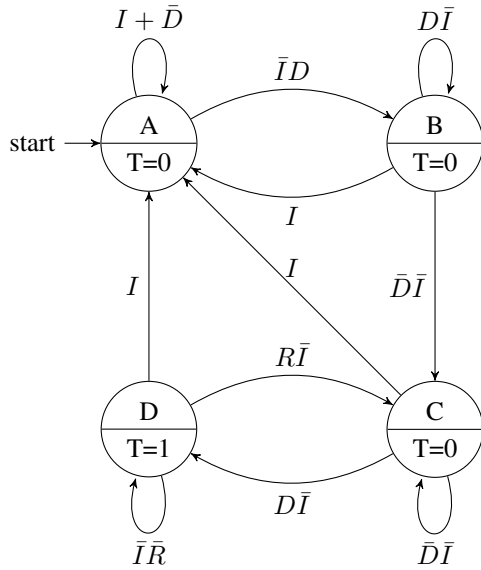
- Rita tillståndsdigrammet för ett synkront Moore-sekvensnät som beskriver styrenheten CONTROL UNIT så att billarmets specifikation implementeras!  
Du kan använda beteckningarna D,I,R och T i ditt diagram i stället för de fullständiga signalnamn DOOR, IGNITION, RESET och TRIGG.
- Redovisa den okodade tillståndstabellen som resulterar ur tillståndsdigrammet.

Du behöver alltså *inte* göra tillståndskodningen och efterföljande implementering av billarmet.

Svar:

Tillstånd	Beskrivning
A	Körläge
B	Personen lämnar bilen
C	Bilen stängt, Larmet armeras
D	Starta larmet

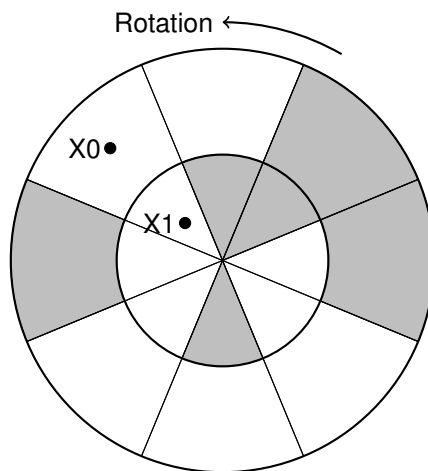
Tillståndsdigram:



Okodade tillståndstabell:

State	DIR =								T
	000	001	010	011	100	101	110	111	
A	A	A	A	A	B	B	A	A	0
B	C	C	A	A	B	B	A	A	0
C	C	C	A	A	D	D	A	A	0
D	D	C	A	A	D	C	A	A	1

12. (DEL B, 6 POÄNG)



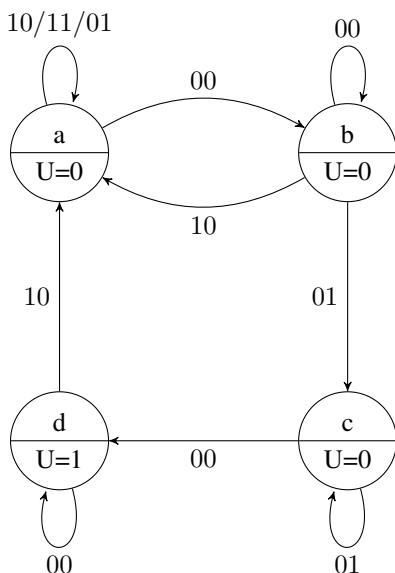
Ovanstående figur visar en kodskiva, som är fäst i änden på en axel som roterar moturs. Omedelbart framför kodskivan sitter två fastmonterade fotoceller utefter en radie från axelns centrumlije. Fotocellernas signaler,  $X1$  och  $X0$ , är aktiva, dvs signalvärdet är 1, då kodskivans mörka fält passerar respektive cell. I bilden har därmed båda signalerna  $X1$  och  $X0$  signalvärdet 0.

Konstruera en asynkron sekvenskrets för den här kodskivan med insignalerna  $X1$  och  $X0$  och utsignalen  $U$  sådan att  $U$  är aktiv endast då kodskivan intar det läge den har i figuren. Detta läge kan entydigt fastställas genom att sekvensnätet har genomlöp det sekvensen  $X1X0 = 00-01-00$ .

Kretsen skall vara fri från kritisk kapplöpning och hasard. Realisera kretsen med valfria grindar.

Svar:

- Tillståndsdigram:



- Flödestabell:

		$X_1X_0$				
		00	01	11	10	
$U$	b	a	a	a	0	
	(b)	c	-	a	0	
	d	(c)	-	-	0	
	(d)	-	-	a	1	

Man vinner ingenting genom att slå ihop tillstånd eftersom man kommer bara ned till tre tillstånd och ändå behöver två tillståndsvariabler.

- Tillståndskodning:

		$y_0$	
		0	1
$y_1$	0	a	b
	1	d	c

- Excitationstabell:

		$X_1X_0$				
		00	01	11	10	$U$
$Y_1Y_0$	00	01	(00)	(00)	(00)	0
	01	(01)	11	-	-	0
	11	10	(11)	-	-	0
	10	(10)	-	-	00	1

Kretsen är kapplöpningsfri!

- Karnaugh:

-  $Y_1$ :

		$X_1X_0$			
		00	01	11	10
$y_1y_2$	00	0	0	0	0
	01	0	1	X	0
	11	1	1	X	X
	10	1	X	X	0

$$Y_1 = y_1\bar{X}_1 + y_0X_0$$

-  $Y_2$ :

		$X_1X_0$			
		00	01	11	10
$y_1y_2$	00	1	0	0	0
	01	1	1	X	0
	11	0	1	X	X
	10	0	X	X	0

Mintermerna 4 och 5 måste inte skyddas mot hasard eftersom övergången inte kan förekomma (se tillstånd).

$$Y_0 = X_1X_0\bar{y}_1 + y_0X_0$$

–  $U = y_1\bar{y}_0$  (om instabila tillstånd betraktas som mycket kortvariga)

- Schemat följer direkt ur ekvationerna och visas inte här.

# Inlämningsblad för del A1

(tages loss och lämnas in tillsammans med lösningarna för del A2 och del B)

Efternamn: \_\_\_\_\_ Förnamn: \_\_\_\_\_

Personnummer: \_\_\_\_\_

**Skriv in dina svar för uppgifterna från del A1 (1 till 8)**

Fråga	Svar
1 (2p)	a) $f(x, y, z) = \{\text{SoP}\}_{\min} =$ _____ b) $f(x, y, z) = \{\text{PoS}\}_{\min} =$ _____
2 (2p)	a) Standardkomponenten är en _____ b) $F(A, B, C) = ?$ _____
3 (1p)	Sekvensen är 00—_____
4 (1p)	$X - Y = (??)_{16} =$ _____ $= \pm(??)_{10}$ _____
5 (1p)	$F(A, B, C, D) =$ _____
6 (1p)	$F(A, B, C) =$ _____
7 (1p)	Termen _____ måste adderas, så att $F(A, B, C, D) = \bar{A}C + B\bar{C}D +$ _____.
8 (1p)	$f(a, b, c) =$ _____

**Nedanstående del fylls i av examinatorn!**

Del A1	Del A2		Del B		Totalt	
Poäng (1-8)	9	10	11	12	Summa	Betyg