



KTH Informations- och kommunikationsteknik

Tentamen i IE1204/5 Digital Design lördagen den 18/1 2014 14.00-18.00

Tentamensfrågor med lösningsförslag

Allmän information

Examinator: Ingo Sander.

Ansvarig lärare: William Sandqvist, tel 08-790 4487 (Kista IE1204),
Fredrik Jonsson, tel 08-790 4169 (Valhallavägen IE1205),
Tentamensuppgifterna behöver inte återlämnas när du lämnar in din skrivning.

Hjälpmedel: Inga hjälpmedel är tillåtna!

Tentamen består av tre delar med sammanlagt 12 uppgifter, och totalt 30 poäng:

Del A1 (Analys) innehåller åtta korta uppgifter. Rätt besvarad uppgift ger för sex av uppgifterna en poäng och för två av uppgifterna två poäng. Felaktig besvarad ger 0 poäng. Det totala antalet poäng i del A1 är 10 poäng. För **godkänt på del A1 krävs minst 6p, är det färre poäng rättar vi inte vidare.**

Del A2 (Konstruktionsmetodik) innehåller två metodikuppgifter om totalt 10 poäng.
För **godkänt på del A1+A2 krävs minst 11p, är det färre poäng rättar vi inte vidare.**

Del B (Designproblem) innehåller två friare designuppgifter om totalt **10 poäng**. Del B rättas bara om det finns minst 11p från tentamens A-del.

OBS! I slutet av tentamenshäftet finns ett inlämningsblad för del A1, som kan avskiljas för att lämnas in tillsammans med lösningarna för del A2 och del B.

För ett godkänt betyg (**E**) krävs **minst 11 poäng** från A1+A2.

Betyg ges enligt följande:

0 –	11 –	16 –	19 –	22 –	25
F	E	D	C	B	A

Resultatet beräknas meddelas innan måndagen den 10/2 2014.

Del A1: Analysuppgifter.

Endast svar krävs på uppgifterna i del A1. Lämna svaren på inlämningsbladet för del A1 som du hittar på sista sidan av tentahäftet.

1. 2p/1p/0p

En funktion av tre variabler $f(x, y, z)$ beskrivs med hjälp av exor-funktioner så här:

$$f(x, y, z) = z \cdot (\bar{x} \oplus y + x \oplus y) \quad \oplus = \text{exorfunktion}$$

a) ange den på **normalform** som en summa av **mintermer** (summa-av-produkter)!

$$f(x, y, z) = \{SoP\}_{\text{normal}} = ?$$

b) ange den som **minimal** summa-av-produkter!

$$f(x, y, z) = \{SoP\}_{\text{min}} = ?$$

1. Lösningsförslag

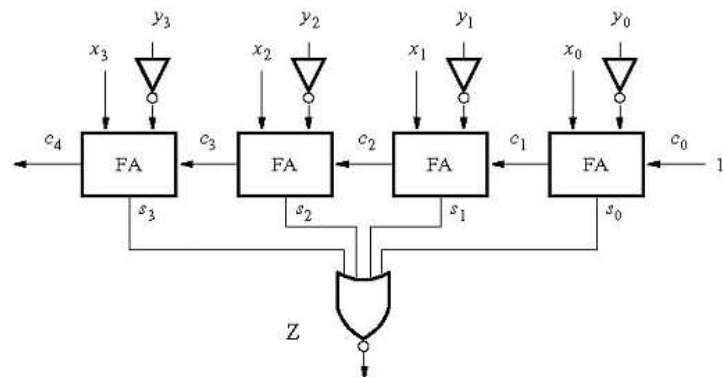
$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= z(\bar{x} \oplus y + x \oplus y) = z(\bar{x}y + x\bar{y} + \bar{x}y + xy) = \\ &= \bar{x}yz + x\bar{y}z + \bar{x}yz + xyz = z \end{aligned}$$

	f			
yz	00	01	11	10
0		$\bar{x}y\bar{z}$	$\bar{x}yz$	
1		$x\bar{y}z$	xyz	

	f				Z
yz	00	01	11	10	
0		1	1		/
1		1	1		

2. 2p/1p/0p

Figuren visar en krets med fyra hel-adderare (FA). Två 4-bits heltal $y = y_3y_2y_1y_0$ och $x = x_3x_2x_1x_0$ "adderas" med varandra i denna krets.



a) Antag att $y = 7_{10}$ vilket värde har då x om NOR-grindens utgång $Z = 1$?

Svara med x som binärtal $x = x_3x_2x_1x_0$.

b) vilket värde har då c_4 ?

2. Lösningsförslag

a) Det är en komparatorkrets. $\bar{y} + x + 1 \Rightarrow x - y$ i tvåkomplementrepresentation. NOR-grinden blir 1 då $s = s_3s_2s_1s_0 = 0$, dvs. när $x = y$. $x = y = 7_{10} = 0111_2$.

b) $1000 + 1 + 0111 = (1)0000$ det blir carry $c_4 = 1$.

3. 1p/0p

Givet är ett Karnaughdiagram för en funktion av fyra variabler.

Ange funktionen som minimerad produkt-av-summor, PoS-form. ("-" i diagrammet står för "don't care")

$$f(a,b,c,d) = \{PoS\}_{\min} = ?$$

		c d			
		00	01	11	10
a	0	0	0	1	-
	0	-	1	1	-
b	1	-	1	0	0
	1	0	0	1	0

3. Lösningsförslag

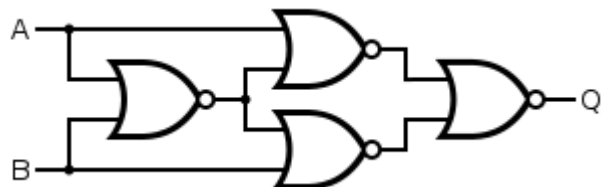
		c d			
		00	01	11	10
a	0	0	0	1	-
	0	-	1	1	-
b	1	-	1	0	0
	1	0	0	1	0

$$f(a,b,c,d) = \{PoS\} = d(b+c)(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c})$$

4. 1p/0p

NOR är komplett logik, alla andra grindtyper kan konstrueras med bara NOR-grindar.

a) Ställ upp ett förenklat uttryck för $Q = f(A, B) = ?$ så att det framgår vilken funktion det gäller.



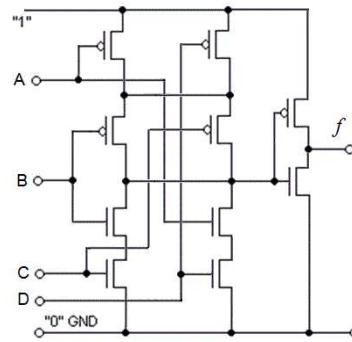
4. Lösningsförslag

$$Q = A + \overline{A+B} + \overline{A+B} + \overline{A+B} = AB + \overline{AB} = A \oplus B \quad \text{xnor}$$

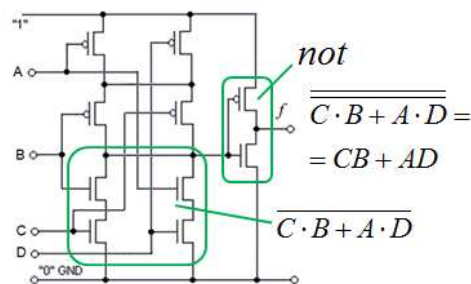
5. 1p/0p

Ange den logiska funktionen som realiseras av CMOS-kretsen i figuren?

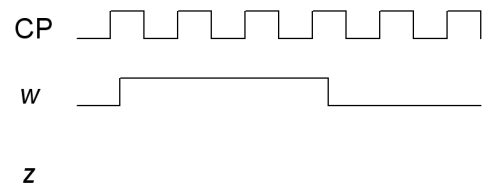
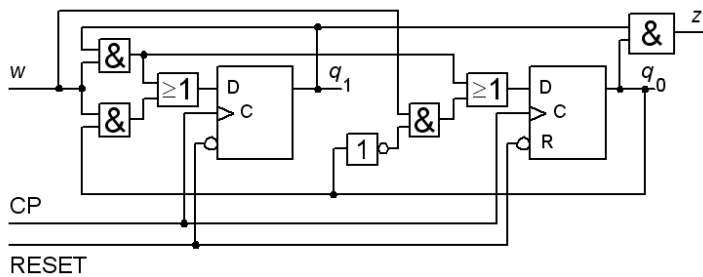
$$Y = f(A, B, C, D) = ?$$



5. Lösningsförslag



6. 1p/0p

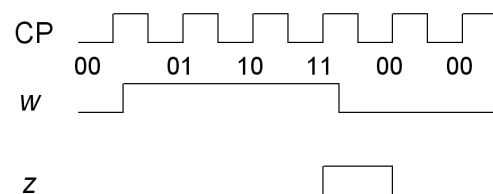


Sekvensnätet startar i tillståndet $q_1 = q_0 = 0$. Analysera kretsen och fyll i utsignalen z i tidsdiagrammet. En kopia av diagrammet finns även på inlämningsbladet.

6. Lösningsförslag

$$q_1^+ = q_0 w + q_1 \bar{w} \quad q_0^+ = \bar{q}_0 w + q_1 \bar{w} \quad z = q_0 q_1$$

- 00: $w=0 \Rightarrow q_1^+ = 0 \quad q_0^+ = 0 \quad z = 0$
- 01: $w=1 \Rightarrow q_1^+ = 0 \quad q_0^+ = 1 \quad z = 0$
- 10: $w=1 \Rightarrow q_1^+ = 1 \quad q_0^+ = 0 \quad z = 0$
- 11: $w=0 \Rightarrow q_1^+ = 1 \quad q_0^+ = 1 \quad z = 1$



7. 1p/0p

Studera sekvensnätet till uppgift 6. Beräkna den **kortaste** tid som kan följa mellan klockpulserna, utan att sekvensnätets funktion äventyras. Rita in "the critical path" i figuren på inlämningsbladet.

Följande tider anges för komponenterna [ns]:

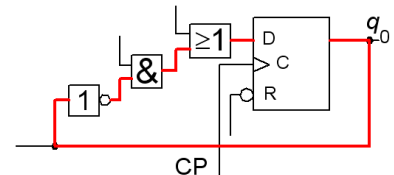
$$t_{AND} = 0,4 \quad t_{OR} = 0,4 \quad t_{NOT} = 0,1$$

$$t_{Setup} = 0,3 \quad t_{cQ} = 0,2$$

7. Lösningförslag

$$t_{cQ} + t_{NOT} + t_{AND} + t_{OR} + t_{Setup} =$$

$$= 0,2 + 0,1 + 0,4 + 0,4 + 0,3 = 1,4 \text{ ns}$$



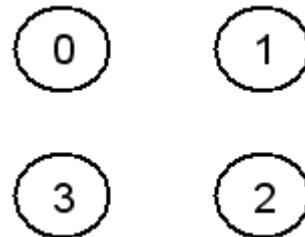
8. 1p/0p

VHDL-koden beskriver en sekvenskrets. Rita sekvenskretsens tillståndsdigram, rita tillståndsövergångar mellan de fyra tillstånden på inlämningsbladet. Ange vilkor för tillståndsövergångarna.

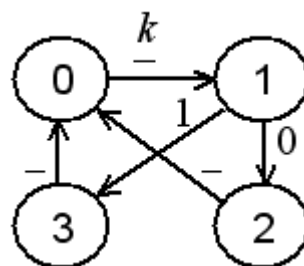
```

CASE state IS
  WHEN 0 => nextstate = 1;
  WHEN 1 =>
    IF ( k=0) THEN
      nextstate = 2;
    ELSE
      nextstate = 3;
    END IF;
  WHEN 2 => nextstate = 0;
  WHEN OTHERS nextstate = 0;
END CASE;

```



8. Lösningförslag

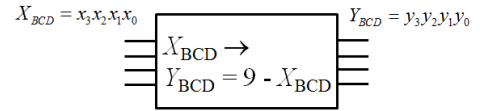


Del A2: Konstruktionsmetodik.

Observera! Del A2 rättas endast om Du är godkänd på del A1 (≥6p).

9. 5p

Konstruera ett grindnät som omkodar BCD-kod (samma som binärkod, fast bara talen 0...9) till kodens 9-komplement i BCD-kod. Ex. talet 3 (0011_{BCD}) har 9-komplementet 6 (0110_{BCD}) eftersom $9 - 3 = 6$.

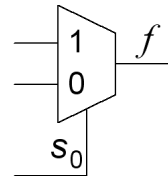


a) (1p) Ställ upp sanningstabellen $y_3y_2y_1y_0 = f(x_3x_2x_1x_0)$. använd don't care.

b) (2p) Minimera funktionerna y_3, y_2, y_1, y_0 , använd don't care.

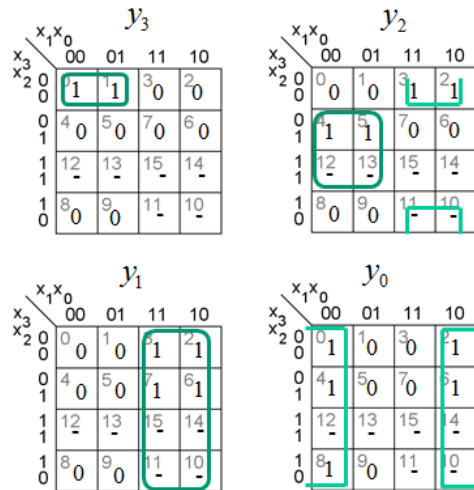
c) (1p) Rita kretsens schema med användande av valfria **grindar**. Antag att alla variabler även finns tillgängliga i inverterad form.

d) (1p) Rita schemat för funktionen y_2 med bara användande av en 2:1 MUX av den typ som visas i figuren. Antag att alla variabler även finns tillgängliga i inverterad form.



9. Lösningsförslag

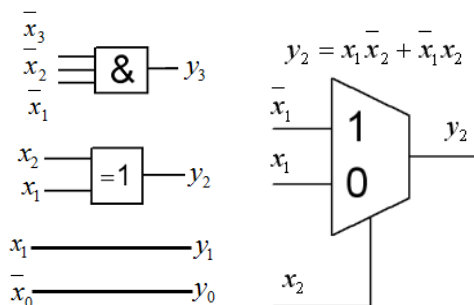
X_{BCD}	Y_{BCD}	X_{BCD}	Y_{BCD}
$x_3x_2x_1x_0$	$y_3y_2y_1y_0$	$x_3x_2x_1x_0$	$y_3y_2y_1y_0$
0 0000	(9) 1001	5 0101	(4) 0100
1 0001	(8) 1000	6 0110	(3) 0011
2 0010	(7) 0111	7 0111	(2) 0010
3 0011	(6) 0110	8 1000	(1) 0001
4 0100	(5) 0101	9 1001	(0) 0000



$$y_3 = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1$$

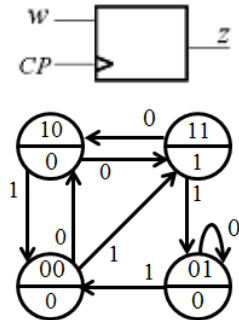
$$y_2 = x_2 \bar{x}_1 + \bar{x}_2 x_1 = x_2 \oplus x_1$$

$$y_1 = x_1 \quad y_0 = \bar{x}_0$$



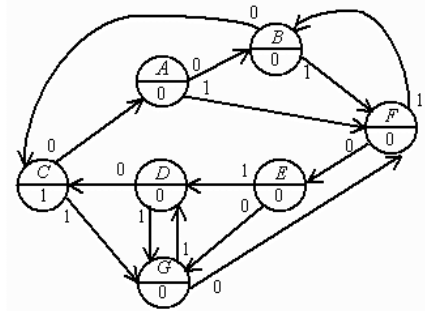
10. 5p

En synkron Moore-automat har fyra tillstånd kodade som $q_1 q_0$ 00, 10, 11, 01. I tillståndet 11 är utsignalen $z = 1$, annars 0. Automaten har en insignal w .



- a) (1p) Ställ upp den **kodade tillståndstabellen** $q_1^+ q_0^+ = f(q_1 q_0, w)$.
- b) (2p) Tag fram **funktionerna för nästa tillstånd och för utsignalen** $q_1^+ = f(q_1 q_0, w)$ $q_0^+ = f(q_1 q_0, w)$ $z = f(q_1 q_0)$
- c) (1p) Realisera räknaren med D-vippor och valfria grindar. Rita ett **fullständigt** schema över kretsen.

d) (2p) Ett **annat synkront sekvensnät** har tillståndsdiagrammet enligt figuren till höger. Minimera antalet tillstånd och rita **tillståndsdiagrammet** över det tillståndsminimerade sekvensnätet.



10. Lösningsförslag

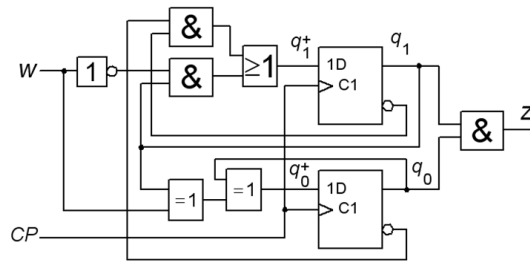
$q_1 q_0$	$w=0$	$w=1$	z
00	10	11	0
01	01	00	0
11	10	01	1
10	11	00	0

$q_1 q_0$	q_1^+	
	0	1
00	1	1
01	0	0
11	1	0
10	1	0

$$q_1^+ = \overline{q_1 q_0} + q_1 \overline{w}$$

$q_1 q_0$	q_0^+	
	0	1
00	0	1
01	1	0
11	0	1
10	1	0

Udda paritet
 $q_0^+ = q_1 \oplus q_0 \oplus w$
 $z = q_1 q_0$



	0	1	
A	B	F	0
B	C	F	0
C	A	G	1
D	C	G	0
E	G	D	0
F	E	B	0
G	F	D	0

(ABDEFG)(C)
 (AEFG)(BD)(C)
 (A)(BD)(C)(EFG)

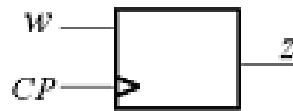
	0	1	
A	B	E	0
B	C	E	0
C	A	E	1
E	E	B	0

Del B: Designproblem.

Observera! Del B rättas endast om Du har mer än 11p på del A1+A2.

11. 4p

En synkron Moore-automat har en insignal w och en utsignal z . För ingångssekvensen $w = 1$ följt av $w = 1$ ska utsignalen bli $z = 1$. För ingångssekvensen $w = 0$ följt av $w = 0$ ska utsignalen bli $z = 0$. För alla övriga ingångssekvenser behålls utsignalens värde. Tag fram automatens **tillståndstabell**, vid behov – minimera den så långt det går. Rita automatens **tillståndsdiagram**.

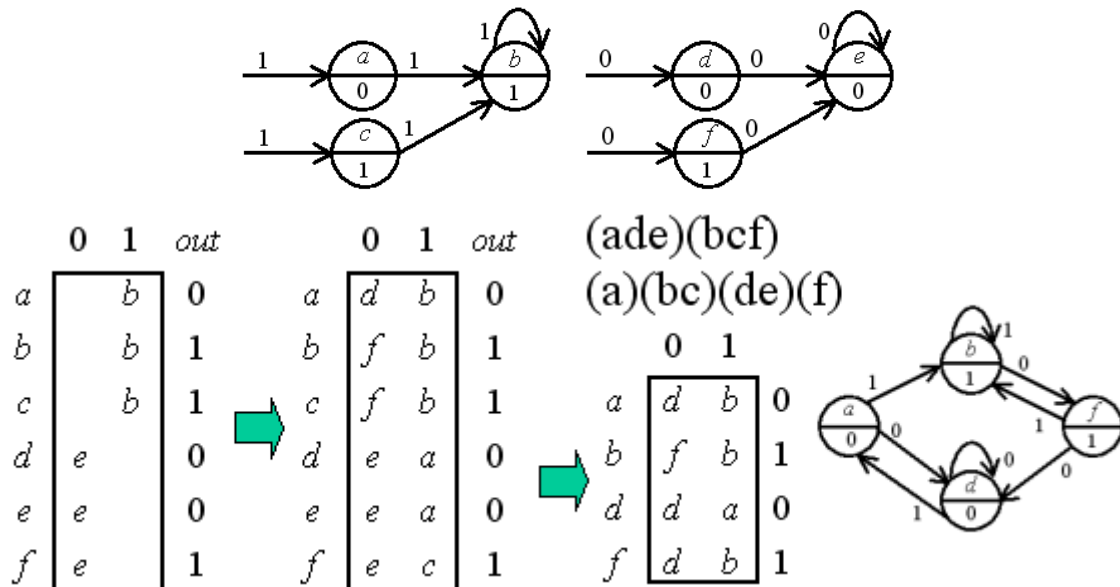


11. Lösningsförslag

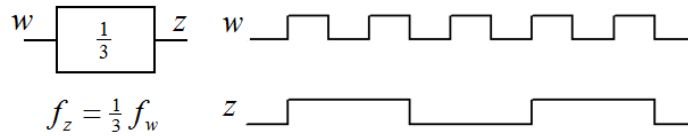
Eventuellt kan man **direkt** resonera sig fram till tillståndstabellen!

Annars kan man "följa" de beskrivna sekvenserna och skapa tillstånd vid behov. Onödiga tillstånd tas sedan bort med tillståndsminimering.

Sekvensen med två 1:or i följd ska leda till utsignal 1. Sekvensen med två 0:or i följd ska leda till utsignalen 0. Under vägen behålls rådande utsignal, detta kräver dubbla tillstånd för första 1:an och första 0:an. Fler 1:or efter två i följd är också två i följd, och motsvarande gäller för 0:or. Om sekvensen av 1:or bryts går man till det tillstånd för insignal 0 som har samma utsignal, och motsvarande gäller om sekvensen av 0:or bryts.



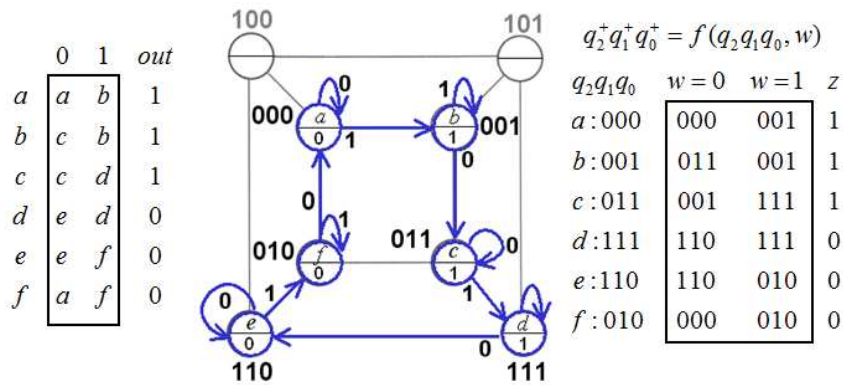
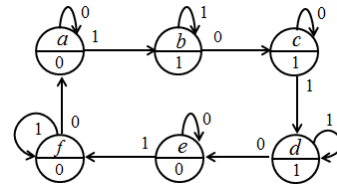
12. 6p



Konstruera ett asynkront sekvensnät som frekvensdelar en symmetrisk fyrkantvåg w till en likadan fyrkantvåg z men med tredjedelen av frekvensen. Se figuren.

Svaret ska innehålla ett **tillståndsdigram** (med 6 tillstånd) en **flödestabell**, och en lämplig **tillståndstilldelning** med en **excitations-tabell** som ger ett kapplöpningsfritt nät. Du ska ta fram de hasardfria **uttrycken för nästa tillstånd**, och ett **uttryck för utgångsvärdet**, men Du behöver inte rita grindnäten.

12. Lösningförslag



$q_2^+ q_1^+ q_0^+ = f(q_2 q_1 q_0, w)$			
$q_2 q_1 q_0$	$w=0$	$w=1$	z
a: 000	000	001	1
b: 001	011	001	1
c: 011	001	111	1
d: 111	110	111	0
e: 110	110	010	0
f: 010	000	010	0

$q_2 q_1$	$q_0 w$	00	01	11	10
00	00	001	001	011	
01	00	010	111	001	
11	110	010	111	110	
10	-	-	-	-	

$q_2 q_1$	$q_0 w$	00	01	11	10
00	0	0	0	0	
01	0	0	1	0	
11	1	0	1	1	
10	-	-	-	-	

$q_2 q_1$	$q_0 w$	00	01	11	10
00	0	0	0	1	
01	0	1	1	0	
11	1	1	1	1	
10	-	-	-	-	

$q_2 q_1$	$q_0 w$	00	01	11	10
00	0	1	0	1	
01	0	0	1	1	
11	0	0	1	0	
10	-	-	-	-	

$$q_0^+ = q_0 w + \bar{q}_1 w + q_0 \bar{q}_2 \quad q_1^+ = q_2 + q_1 w + \bar{q}_1 q_0 \bar{w} \quad q_2^+ = q_2 \bar{w} + q_2 q_0 + q_1 q_0 w$$

$$z = \bar{q}_2 \bar{q}_1 \bar{q}_0 + \bar{q}_2 \bar{q}_1 q_0 + \bar{q}_2 q_1 q_0 = \bar{q}_2 \bar{q}_1 + \bar{q}_2 q_0$$

Hoppas det gick bra!