



KTH Informations- och kommunikationsteknik

Omtentamen i IE1204/5 Digital Design med lösningar Torsdag 13/3 2014 9.00-13.00

Allmän information

Examinator: Ingo Sander.

Ansvarig lärare: William Sandqvist, tel 08-790 4487 (Kista IE1204),

Fredrik Jonsson, tel 08-790 4169 (Kista IE1205),

Tentamensuppgifterna behöver inte återlämnas när du lämnar in din skrivning.

Hjälpmedel: Inga hjälpmedel är tillåtna!

Tentamen består av tre delar med sammanlagt 12 uppgifter, och totalt 30 poäng:

Del A1 (Analys) innehåller åtta korta uppgifter. Rätt besvarad uppgift ger för sex av uppgifterna en poäng och för två av uppgifterna två poäng. Felaktig besvarad ger 0 poäng. Det totala antalet poäng i del A1 är **10 poäng**. För **godkänt på del A1 krävs minst 6p, är det färre poäng rättar vi inte vidare.**

Del A2 (Konstruktionsmetodik) innehåller två metodikuppgifter om totalt **10 poäng**.

För att bli **godkänd på tentamen** krävs **minst 11 poäng** från A1+A2, *är det färre poäng rättar vi inte vidare.*

Del B (Designproblem) innehåller två friare designuppgifter om totalt **10 poäng**. Del B rättas bara om det finns minst 11p från tentamens A-del.

OBS! I slutet av tentamenshäftet finns ett inlämningsblad för del A1, som kan avskiljas för att lämnas in tillsammans med lösningarna för del A2 och del B.

För ett godkänt betyg (**E**) krävs **minst 11 poäng på hela tentamen.**

Betyg ges enligt följande:

0 –	11 –	16 –	19 –	22 –	25
F	E	D	C	B	A

Resultatet beräknas meddelas före måndagen den 14/4 2014.

Del A1: Analysuppgifter

Endast svar krävs på uppgifterna i del A1. Lämna svaren på inlämningsbladet för del A1 som du hittar på sista sidan av tentahäftet.

1. 1p/0p

En funktion $f(x, y, z)$ beskrivs med hjälp av ekvationen:

$$f(x, y, z) = x y z + x \bar{y} z + x(y \bar{z} + \bar{y} \bar{z})$$

Ange funktionen som minimal summa av produkter.

$$f(x, y, z) = \{SoP\}_{min} = ?$$

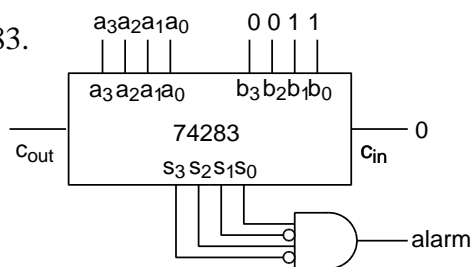
1. Lösningsförslag

$$\begin{aligned} f &= xyz + x\bar{y}z + x(y\bar{z} + \bar{y}\bar{z}) = xz(y + \bar{y}) + x\bar{z}(y + \bar{y}) = \\ &= xz + x\bar{z} = x(z + \bar{z}) = x \end{aligned}$$

2. 2p/1p/0p

Två 4-bitstal adderas med en 4-bits heladderare av typen 74283.

- Vid vilket värde på **a** blir signalen **alarm** = 1? Ange svaret som decimaltal, med basen 10.
- Vilket är det största värde **a** kan anta innan C_{out} blir = 1? Ange svaret som decimaltal, med basen 10.



2. Lösningsförslag

a) $S = 0101_2 = 5_{10} \quad 5 = 3 + a \Rightarrow a = 2$

b) $S = a + b + C_{in} \quad C_{in} = 0 \quad b = 3 \quad C_{out} = 1 \Rightarrow a + b \geq 16 \Rightarrow C_{out} = 0 \quad a < 13$

3. 1p/0p

Givet är ett Karnaughdiagram för en funktion av fyra variabler $y = f(x_3, x_2, x_1, x_0)$. Ange funktionen som **minimerad** produkt av summer, PoS form. ”-” i diagramet står för ”don’t care”.

		x_1x_0			
		00	01	11	10
x_3	0	0	1	-	-
	0	0	1	-	-
x_2	0	1	1	1	-
	1	-	1	0	1
	1	0	1	1	0
	0	0	1	1	0

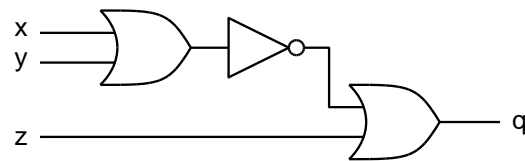
3. Lösningsförslag

		x_1x_0			
		00	01	11	10
x_3	0	0	1	-	-
	0	0	1	-	-
x_2	0	1	1	1	-
	1	-	1	0	1
	1	0	1	1	0
	0	0	1	1	0

$$y = (x_2 + x_0)(\bar{x}_3 + \bar{x}_2 + \bar{x}_1 + \bar{x}_0)$$

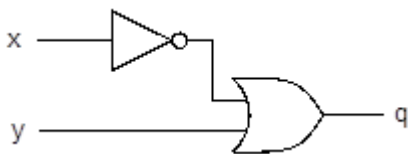
4. 2p/1p/0p

Figuren visar ett grindnät bestående av två eller-grindar och en inverterare.



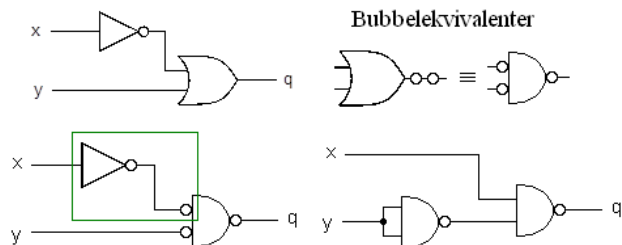
a) Ange den logiska funktion $q = f(x,y,z)$ som realiseras av kretsen. Du behöver inte minimera svaret.

b) denna figur visar ett **annat** grindnät med en inverterare och en eller-grind. Rita om detta grindnät så att samma logiska funktion realiseras med **enbart** 2 ingångars NAND grindar.



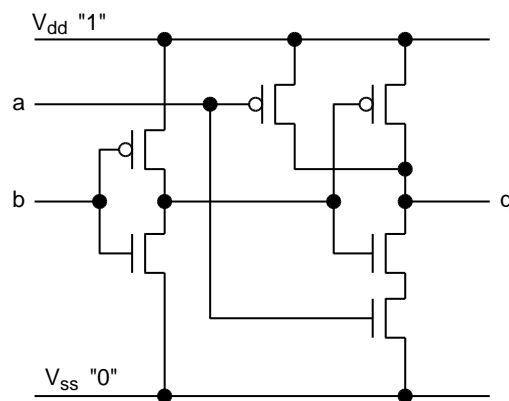
4. Lösningförslag

$$q = \overline{(x + y)} + z = \bar{x} \cdot \bar{y} + z$$



5. 1p/0p

Ange den logiska funktion som realiseras av CMOS kretsen i figuren.

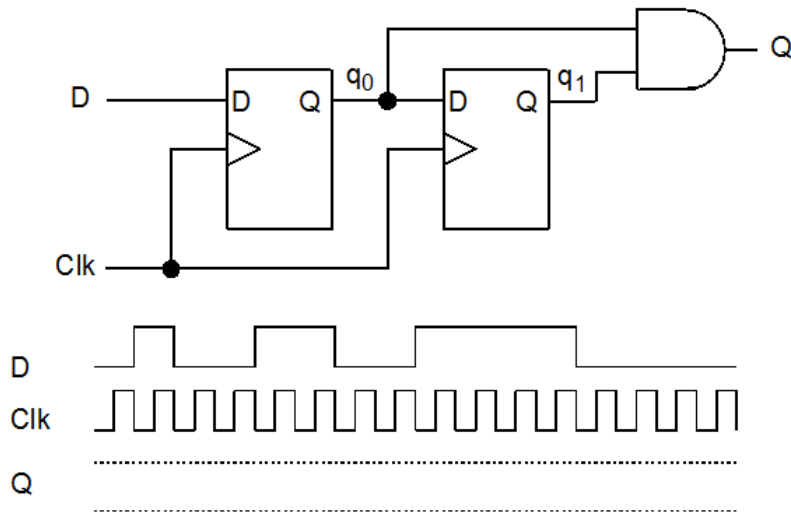


5. Lösningförslag

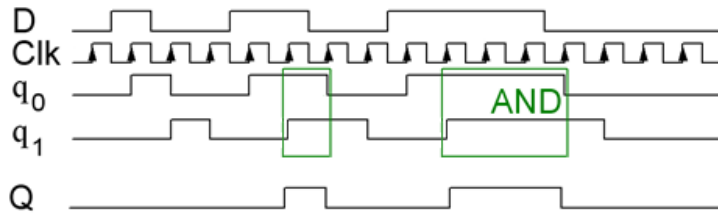
$$q = \overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$$

6. 1p/0p

Sekvensnätet startar i tillståndet $q_0 = q_1 = 0$. Analysera kretsen och fyll i utsignalen Q i tidsdiagrammet.



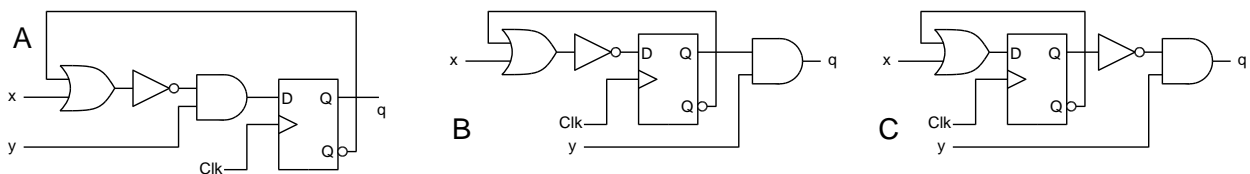
6. Lösningsförslag



7. 1p/0p

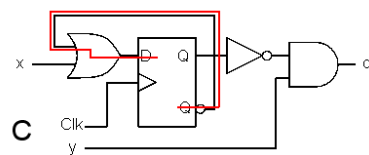
Figuren visar tre olika tillståndsmaskiner. Ange vilken tillståndsmaskin (A, B eller C) som kan operera vid högst klockfrekvens. Markera den kritiska vägen (den väg som begränsar klockfrekvensen) i denna figur samt beräkna periodtiden T för klocksignalen Clk.

$t_{AND} = 0,4 \text{ ns}$, $t_{OR} = 0,4 \text{ ns}$, $t_{NOT} = 0,1 \text{ ns}$, $t_{setup} = 0.3 \text{ ns}$, $t_{dq} = 0,4\text{ns}$



7. Lösningsförslag

$T = T_{OR} + T_{setup} + T_{dq} = 0,4 + 0,3 + 0,4 = 1,1 \text{ ns}$



8. 1p/0p

Vilken logisk grind motsvarar följande VHDL kod? (a, b och q är 1-bitars standard logik signaler).

```
if(a = b) then
  q <= '1';
else
  q <= '0';
end if;
```

8. Lösningsförslag

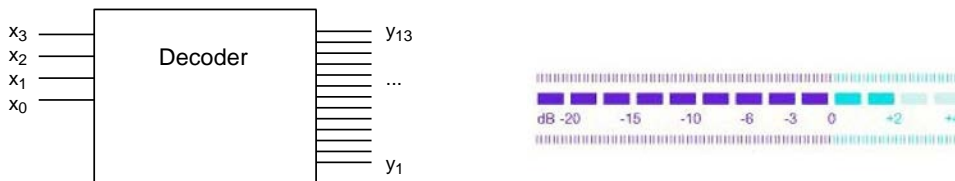
$$q = \overline{a \oplus b} \quad \text{XNOR}$$

Del A2: Konstruktionsmetodik

Observera! Del A2 rättas endast om Du är godkänd på del A1

9. (5p) VU meter. En "Volume Unit" (VU) mätare representerar grafiskt signalnivån i en audioutrustning. I detta projekt skall en display som representerar ljudnivån med hjälp av 13 indikatorer användas. Ljudnivån x kommer från en signalprocessor som ett 4 bitars binärt positivt heltal.

Din uppgift är att konstruera en avkodare som tänder rätt antal indikatorer beroende på signalnivån. När $x = 0_{10}$ skall ingen indikator vara tänd, när nivån är $x = 3_{10}$ skall de tre första indikatorerna tändas (utgång y_1, y_2 och $y_3 = '1'$, övriga $'0'$), när nivån är 13 skall alla indikatorer vara tända osv. Insignaler större än 13 är inte definierade.



- (1p) Ställ upp sanningstabellen $y_{13} y_{12} y_{11} y_{10} y_9 y_8 y_7 y_6 y_5 y_4 y_3 y_2 y_1 = f(x_3, x_2, x_1, x_0)$. Använd don't care.
 - (2p) Minimiera funktionerna y_4, y_7 och y_{11} och uttryck som summa av produkter (SoP) Använd don't care.
 - (1p) Rita kretsens schema för utgång y_4 , implementerad med hjälp av en två ingångars MUX.
 - (1p) Man kan minska antalet grindar genom att använda fler nivå logik och kombinera delresultat från olika utgångar. Ge ett förslag på och rita grindnät för utgång y_7 och y_{11} realiserat med färre antal grindar än om utgångarna implementerats som SoP.
-

9. Lösningförslag a b c d

x	$x_3x_2x_1x_0$	Utgång y												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0001	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0010	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0011	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0100	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0101	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0110	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
7	0111	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
8	1000	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
9	1001	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
10	1010	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
11	1011	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
12	1100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
13	1101	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
14	1110	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
15	1111	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

x_3x_2	x_1x_0	y_4			
		00	01	11	10
00	00	0	0	0	0
01	00	1	1	1	1
11	00	1	1	-	-
10	00	1	1	1	1

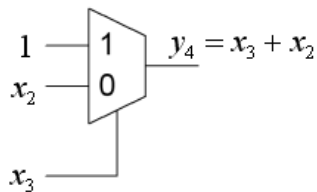
$y_4 = x_3 + x_2$

x_3x_2	x_1x_0	y_7			
		00	01	11	10
00	00	0	0	0	0
01	00	0	0	1	0
11	00	1	1	-	-
10	00	1	1	1	1

$y_7 = x_2x_1x_0 + x_3$

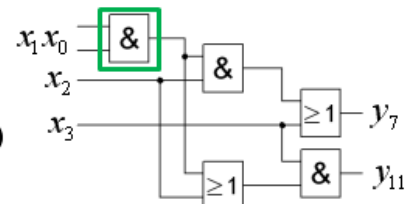
x_3x_2	x_1x_0	y_{11}			
		00	01	11	10
00	00	0	0	0	0
01	00	0	0	0	0
11	00	1	1	-	-
10	00	0	0	1	0

$y_{11} = x_3x_2 + x_3x_1x_0$

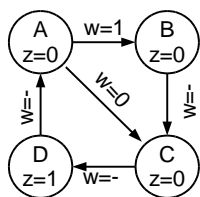


$$y_7 = x_2 \cdot x_1x_0 + x_3$$

$$y_{11} = x_3x_1x_0 + x_3x_2 = x_3(x_1x_0 + x_2)$$



10. (5p) 3/4 räknande sekvensnät. Ett synkront sekvensnät, som kan räkna antingen 3 eller 4 pulser, är implementerat som en synkron tillståndsmaskin med tillståndsdigram enligt figur. En insignal w styr om räknaren skall räkna med 3 ($w = '0'$) eller 4 ($w = '1'$). En utgång z indikerar när önskat antal pulser har detekterats.



	q_1	q_0
A	0	0
B	0	1
C	1	0
D	1	1

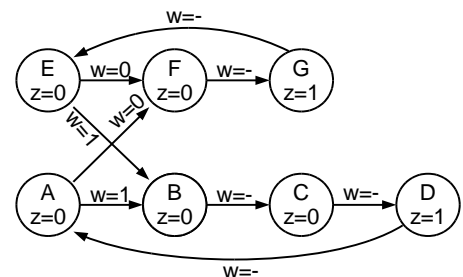


Diagram och kodning uppgift 10 a, b och c

Diagram uppgift 10 d

- (1p) Ställ upp den kodade tillståndstabellen $q_1^+q_0^+ = f(q_1, q_0, w)$
- (2p) Tag fram minimerade funktioner för nästa tillstånd och för utsignalen:
 $q_1^+ = f(q_1, q_0, w)$ $q_0^+ = f(q_1, q_0, w)$ $z = f(q_1, q_0)$
- (1p) Realisera räknaren med D-vippor och valfria grindar. Rita ett fullständigt schema över kretsen.
- (1p) Ett **annat** synkront sekvensnät har tillståndsdigram enligt figuren till höger. Minimera antalet tillstånd och rita tillståndsdigrammet över det tillståndsminimerade sekvensnätet.

10. Lösningsförslag

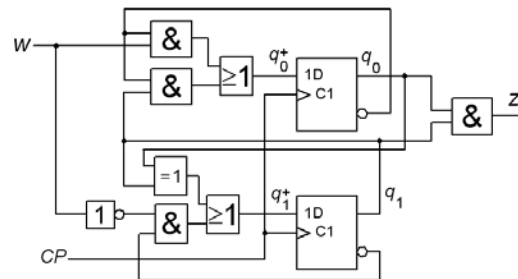
state	Nästa tillstånd		Kodat	
	w=0	w=1	q ₁ q ₀	w=0 w=1
A	C	B	A 00	10 01
B	C	C	B 01	10 10
C	D	D	D 11	00 00
D	A	A	C 10	11 11

w	q ₁ q ₀				q ₁ ⁺	q ₀ ⁺
	00	01	11	10		
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0

$$z = q_1 q_0$$

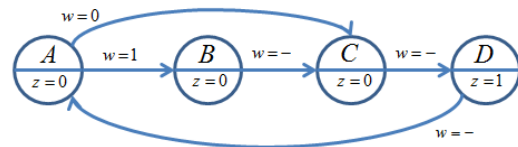
$$q_0^+ = w \bar{q}_0 + q_1 \bar{q}_0$$

$$q_1^+ = w \bar{q}_1 + \bar{q}_1 q_0 + q_1 \bar{q}_0 = w \bar{q}_1 + q_0 \oplus q_1$$



	w=0	w=1	z	
A	F	B	0	1. (ABCE)(DG)
B	C	C	0	2. (ABE)(CF)(DG)
C	D	D	0	3. (AE)(B)(CF)(DG) ⇒ ABCD
D	A	A	1	

	w=0	w=1	z
A	C	B	0
B	C	C	0
C	D	D	0
D	A	A	1

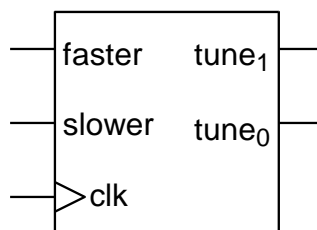


Del B. Designproblem

Observera! Del B rättas endast om Du har mer än 11p på del A1+A2.

11. (4p) Kalibreringskrets.

En kalibreringskrets för en oscillator är implementerad som en synkron Moore automat. Kretsen har två insignaler **faster** och **slower** och en tvåbitars binärkodad utsignal **tune** (**tune₁**, **tune₀**) som styr frekvensen hos en oscillator. Tillståndsmaskinen klockas av en klocksignal **clk**.



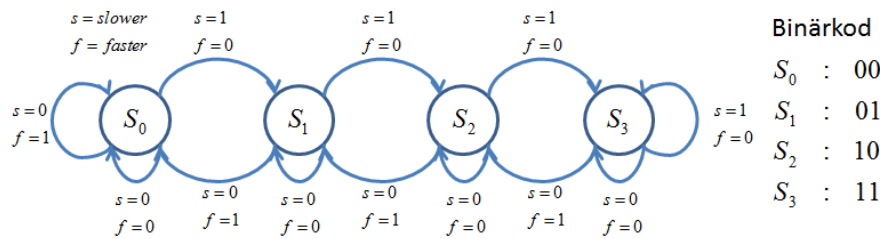
Signalen **slower** = '1' indikerar när frekvensen hos oscillatoren är för låg. Värdet på **tune** skall i detta fall räknas upp ett steg vid nästa klockpuls.

Signalen **faster** = '1' indikerar att frekvensen hos oscillatoren är för hög. Värdet på **tune** skall i detta fall räknas ned ett steg vid nästa klockpuls.

Om **faster** och **slower** = '0' eller om **tune** nått sitt max- eller min-värde skall utsignalen behålla sitt värde. Signalerna **faster** och **slower** kan *inte* bli '1' samtidigt.

Rita automatens tillståndsdigram, tillståndstabell och välj lämplig tillståndskodning. Teckna minimerade uttryck för nästa tillstånd. Du behöver *inte* rita grindnäten för tillståndsmaskinen.

11. Lösningsförslag



		$s f$						$s f$						$s f$			
		00	01	11	10			00	01	11	10			00	01	11	10
S_0	S_0	S_0	-	S_1		00	00	00	-	01		00	0	0	-	0	
S_1	S_1	S_0	-	S_2		01	01	00	-	10		01	0	0	-	1	
S_2	S_2	S_1	-	S_2		11	11	10	-	11		11	1	1	-	1	
S_3	S_3	S_2	-	S_3		10	10	01	-	11		10	1	0	-	1	

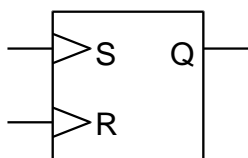
$$q_1^+ = q_1 \bar{f} + q_1 q_0 + q_0 s$$

$$q_0^+ = q_0 \bar{s} \bar{f} + q_1 \bar{q}_0 \bar{f} + \bar{q}_0 s + q_1 s$$

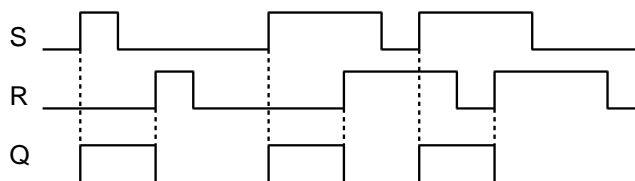
$$tune_1 = q_1 \quad tune_0 = q_0$$

12. (6p) Flanktriggad SR-latch.

Konstruera en flanktriggad SR-latch med hjälp av ett asynkront sekvensnät. Kretsen skall sätta utgången Q till '1' vid positiv flank på S ingången, sätta $Q = '0'$ på positiv flank på R ingången, och hålla utsignalen Q oförändrad vid övriga insignaler. Exempel på en möjlig in- och ut-sekvens är illustrerade i tidsdiagrammet nedan.



Symbol

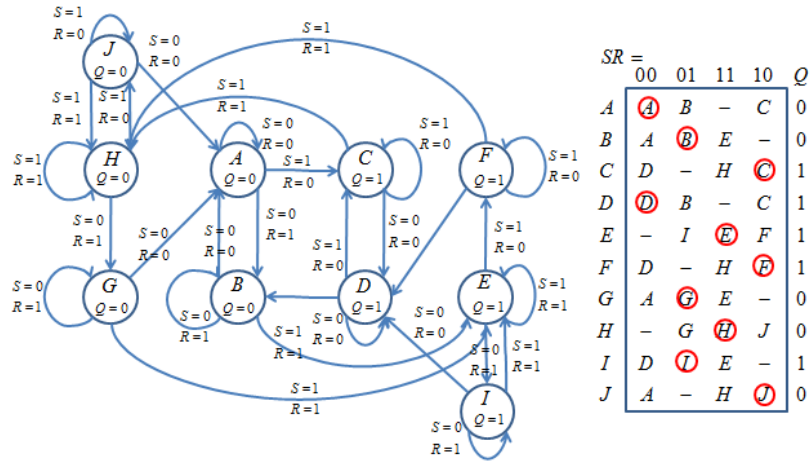


Tidsdiagram önskad funktion

Svaret ska innehålla ett tillståndsdigram, vid behov minimerad, flödestabell, och en lämplig tillståndstilldelning med en excitations-tabell som ger kapplöpningsfria nät. Du skall även ta fram de hasardfria uttrycken för nästa tillstånd samt ett uttryck för utgångsvärdet, men Du behöver inte rita grindnäten.

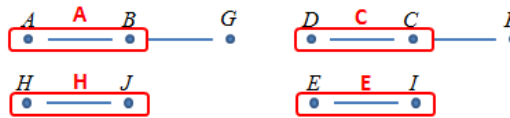
Ledning: Man kan intuitivt komma fram till en lösning med fyra tillstånd.

12. Lösningsförslag



Inga ekvivalenta tillstånd.

Kompatibilitetsgraf, första sammanslagningen

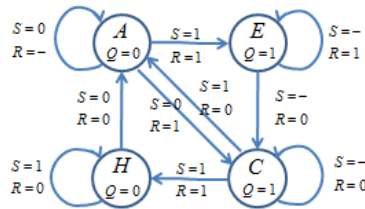


SR =	00	01	11	10
A	A	A	E	C
G	A	G	E	-
H	A	G	H	H
C	C	A	H	C
E	C	E	E	F
F	C	-	H	F

Kompatibilitet, andra sammanslagningen.

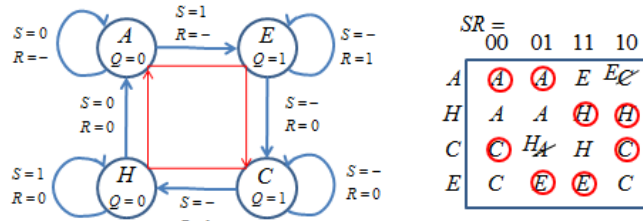
A&G=A kompatibla, C&F=C kompatibla

SR =	00	01	11	10
A	A	A	E	C
H	A	A	H	H
C	C	A	H	C
E	C	E	E	C



Problem: För att hantera övergångarna mellan mellan A&C och behålla Hamming distance = 1 i tillståndskodningen måste övergångstillstånd introduceras.

Idé: Vi kan använda tillstånd E&H som *icke stabila övergångstillstånd* för SR=10 respektive SR=01.



SR =	00	01	11	10
A	A	A	E	E
H	A	A	H	H
C	C	H	H	C
E	C	E	E	C

SR =	00	01	11	10	Q
A	A	A	E	E	0
E	C	E	E	C	1
C	C	H	H	C	1
H	A	A	H	H	0

SR =	00	01	11	10	Q
A: 00	00	00	01	01	0
E: 01	11	01	01	11	1
C: 11	11	10	10	11	1
H: 10	00	00	10	10	0

SR =	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	0	0	1
11	1	1	1	1
10	0	0	1	1

SR =	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	1	1	1	1
11	1	0	0	1
10	0	0	0	0

$$q_1^+ = q_0 \bar{R} + q_1 q_0 + q_1 S$$

$$q_0^+ = q_0 \bar{R} + \bar{q}_1 q_0 + \bar{q}_1 S$$

$$Q = q_0$$



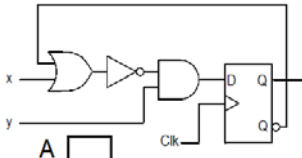
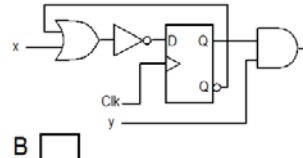
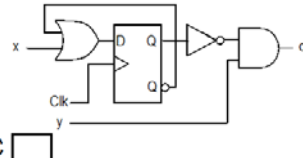
Inlämningsblad för del A Blad 1

(tas loss och lämnas in tillsammans med lösningarna för del A2 och del B)

Efternamn: _____ Förnamn: _____

Personnummer: _____

Skriv in dina svar för uppgifterna från del A1 (1 till 8)

Fråga	Svar
1	$f(x, y, z) = \{SOP\}_{min} = ?$
2	a) $a =$ b) $a =$
3	$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \{POS\}_{min} =$
4	a) $q(x, y, z) =$ b) annan krets med 2-ingångars NAND-grindar
5	$q(a, b) =$
6	<p>D </p> <p>Clk </p> <p>Q </p>
7	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;">  <p>A <input type="checkbox"/></p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>B <input type="checkbox"/></p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>C <input type="checkbox"/></p> </div> </div> <p>Högst klockfrekvens A,B,C? $T [ns] =$</p>
8	$q(a, b) =$

Nedanstående del fylls i av examinatorn!

Del A1	Del A2		Del B		Totalt	
Poäng	9	10	11	12	Summa	Betyg