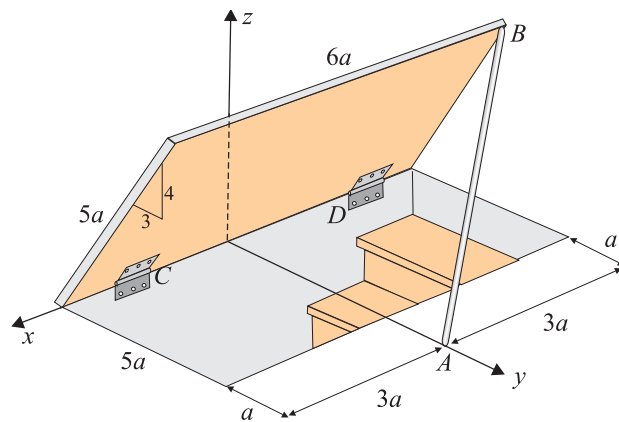


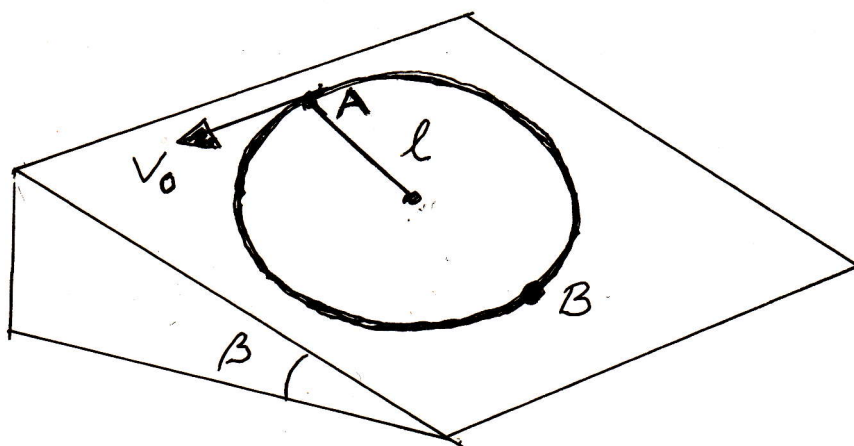
Tentamen, SG1109, 1/6, 2017

Tillåtna hjälpmedel: Penna och övriga ritdon. Inget annat.

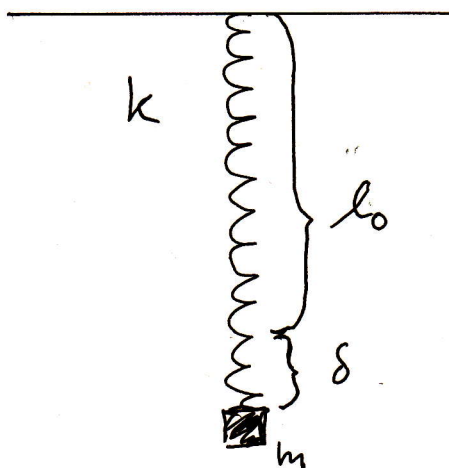
1. En homogen rektangulär dörr till en källare hålls uppe med hjälp av en lätt stång AB . Dörrens massa är m och den är fäst med två lätttrörliga gångjärn i C och D så att den lätt kan vridas kring den horisontella x -axeln, enligt figuren. Med de längder som är givna i figuren, bestäm beloppet av reaktionskraften från stängen på dörren i punkten B !



2. En partikel med massan m är fäst i ett snöre med längden l som i andra änden är fäst i punkten O på ett lutande plan med lutningsvinkeln β . I den högsta punkten A ges partikeln en hastighet v_0 , enligt figuren på nästa sida, och rör sig därefter i en cirkelbana på planet. I den lägsta punkten B har partikeln samma hastighet som i punkten A . Bestäm friktionstalet mellan partikeln och planet samt spännkraften i linan då partikeln befinner sig i A respektive B ! Antag att friktionskraftens komponent i normalled (\mathbf{e}_n -led) är lika med noll.



3. En partikel med massan m är upphängd i en fjäder med fjäderkonstanten k , enligt figuren. Man förlänger fjädern längs vertikalaxeln med ett avstånd δ i förhållande till den längd l_0 för vilken den är ospänd, och släpper den från detta läge. Partikeln släpps från stillastående. Bestäm partikelns hastighet efter en fjärdedels period, $t = \tau_n/4$, från det att den släpps!



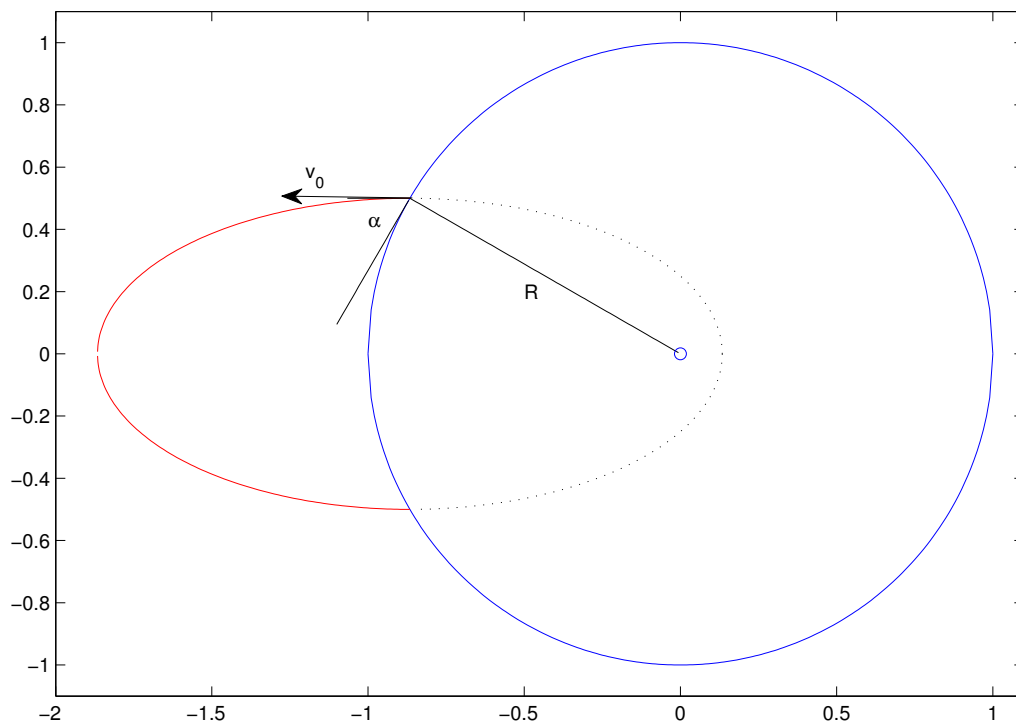
4. En ballistisk missil avfyras från jorden med en utgångshastighet, $v_0 = \sqrt{gR}$, som kallas den första kosmiska hastigheten. Vinkeln mellan v_0 och horisontalplanet är α enligt figuren. Missilen kommer att röra sig utefter en ellips vars ena brännpunkt ligger i jordens centrum.

a) Bestäm avstånden mellan jordens centrum och de två punkter på ellipsen som ligger längst ifrån respektive närmast jordens centrum!

b) Som vi lärt oss i kursen kan ellipsens ekvation skrivas

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta}. \quad (1)$$

Bestäm a och e !



Teoridel

1. Bestäm enhetsvektorn \mathbf{e}_a i samma riktning som vektorn $\mathbf{a} = (3, -4, 5)\text{m}$! (1p)
2. Visa att kraftmomentet av en kraft inte förändras om kraften parallellförflyttas längs sin verkningslinje!
3. En partikel rör sig med konstant fart v_0 i en cirkelbana med radien r_0 . Partikeln förs inåt mot cirkelns centrum utan att påverkas av något kraftmoment med avseende på rotationsaxeln. Då denna förflyttning avslutats rör sig partikeln återigen med konstant fart i en cirkelbana, nu med den mindre radien $r_0/3$. Bestäm partikelns fart i denna rörelse! (2p)
4. Härled uttrycken för hastighet och acceleration i naturliga komponenter. Det ska ingå en härledning av tidsderivatorna av \mathbf{e}_t . Figurer ska ingå. (3p)
5. En bil kör över ett backkrön i vars högsta punkt krökningsradien är ρ . Bestäm den största hastigheten bilen kan ha för att den inte ska lämna vägbanan i denna punkt! (2p)
6. Ett spjut kastas iväg med uthångshastigheten \mathbf{v}_0 som bildar en vinkel α med horisontalplanet. I den högsta punkten befinner det sig på höjden h ovanför utgångspunkten. Bestäm spjutets horisontella hastighet i den högsta punkten! (2p)
7. Ange mekanikens grundstorheter och motsvarande SI-enheter! (1p)
8. Härled uttrycket för den potentiella energin för Newtons allmänna gravitationskraft $\mathbf{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\mathbf{e}_r$. (2p)
9. Härled ett uttryck för perioden för små svängningar för en matematisk pendel, där v s en partikel med massan m som är upphängd i ett snöre med längden l . (2p)
10. Härled uttrycket för den andra kosmiska hastigheten, eller flykthastigheten! (2p)
11. Härled uttrycket, $E = \frac{m(GM)^2}{2h^2}(e^2-1)$, för den totala energin vid Keplerrörelse. Figur ska ingå! (3p)
12. Härled ekvationen för fri dämpad svängning. Definiera dämpningsfaktorn! Figur ska ingå. (2p)